

# 对 $\Lambda$ 超核的相对论平均场计算

沈姚崧 任中洲

(南京大学物理系 南京 210008)

1996-09-10 收稿

## 摘 要

使用新的相对论平均场力参数  $TM1$  和  $NL-SH$  对  $\Lambda$  超核的基态性质进行了研究, 发现上述参数能得到  $\Lambda$  超核令人满意的理论结果. 两套参数的结果差别不大, 特别是  $\Lambda$  超核的结果不依赖于有效核子-核子相互作用力参数. 在研究超核中考虑了对关联的影响, 发现它导致了奇偶效应.

**关键词** 相对论平均场理论,  $\Lambda$  超核, 奇偶效应.

## 1 引 言

相对论平均场(RMF)理论在过去的二十年里在描述原子核基态性质方面取得了很大的成功, 它被广泛用于对核物质、热中子物质的性质、有限核的状态方程甚至于核动力学计算的研究<sup>[1-3]</sup>. 通过相对论平均场理论得到的结果表明, 相对论平均场理论为证实和理解原子核性质提供了一个相当好的理论方法. 另一方面, 除了中子和质子, 还有一些其它的重子如一些超子包括  $\Lambda$  和  $\Sigma$  超子等, 这些超子可以与中子和质子结合在一起而形成超核. 早在 50 年代就发现了超核, 随后对它的研究一直方兴未艾, 研究超核可以直接得到研究重子相互作用的模型. 对超核的研究一直吸引着理论和实验物理学家的注意, 特别是相对论平均场理论在描述核性质方面的成功自然引起人们把对超核的研究也放在相对论平均场理论下<sup>[4-15]</sup>. 在同一种理论下对原子核和超核进行自治地描述可以被认为是一种较大的成功.

近来, Sharma 等<sup>[16,17]</sup>和 Sugahara 等<sup>[18]</sup>相继提出了新的相对论平均场参数组  $NL-SH$  和  $TM1$ . 前者针对  $NL1$  参数产生了一个过大的中子皮厚度和对称能, 后者则在相对论平均场中引入了  $\omega^4$  并耦合了 21 个核的数据. 这些参数在研究远离  $\beta$  稳定线的原子核中取得了很大的成功<sup>[16-19]</sup>.

本文将发展和应用相对论平均场理论来研究  $\Lambda$  超核的基态性质. 在计算中, 将使用上述新的相对论平均场参数  $TM1$  和  $NL-SH$ , 同时比较一下这两套新参数描述  $\Lambda$  超核的异同.

## 2 相对论平均场理论

在相对论平均场理论下,超核的 Lagrangian 密度可写成<sup>[4-13]</sup>:

$$\mathcal{L}_{\text{Total}} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\Lambda, \quad (1)$$

这里  $\mathcal{L}_N$  是核子的 Lagrangian 密度<sup>[1-3, 16-18]</sup>,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_N = & \bar{\Psi}_N (i\gamma^\mu \partial_\mu - M - g_{\sigma N} \sigma - g_{\omega N} \gamma^\mu \omega_\mu - g_{\rho N} \gamma^\mu \rho_\mu^a \tau^a) \Psi_N \\ & + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 + \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2 \\ & - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - \frac{1}{4} R^{a\mu\nu} \cdot R_{\mu\nu}^a + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho^{a\mu} \cdot \rho_\mu^a \\ & - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e \bar{\Psi}_N \gamma^\mu A^\mu \frac{1}{2} (1 - \tau^3) \Psi_N, \end{aligned} \quad (2)$$

这里

$$\Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad (3)$$

$$R^{a\mu\nu} = \partial^\mu \rho^{a\nu} - \partial^\nu \rho^{a\mu} + g_\rho \varepsilon^{abc} \rho^{b\mu} \rho^{c\nu}, \quad (4)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad (5)$$

$\sigma$ 、 $\omega_\mu$  和  $\rho_\mu^a$  分别代表标量介子场、矢量介子场和赝矢量介子场,而核子场是用  $\Psi$  来表示,  $A_\mu$  是与 Coulomb 作用有关的电磁场. 在计算中所使用的 *NL-SH* 和 *TMI* 参数见表 1.  $g_{\sigma N}$ 、 $g_{\omega N}$  和  $g_{\rho N}$  是  $\sigma$ 、 $\omega$  和  $\rho$  介子与核子的耦合常数,  $g_2$  和  $g_3$  是  $\sigma$  介子非线性自作用系数,  $c_3$  是  $\omega$  介子非线性自作用系数.

表1 相对论平均场理论参数 *TMI* 和 *NL-SH*.

	<i>TMI</i>	<i>NL-SH</i>		<i>TMI</i>	<i>NL-SH</i>
$M(\text{MeV})$	938.0	939.0	$g_\omega$	12.6139	12.9451
$m_\sigma(\text{MeV})$	511.198	526.059	$g_\rho$	4.6322	4.3828
$m_\omega(\text{MeV})$	783.0	783.0	$g_2(\text{fm}^{-1})$	-7.2325	-6.9099
$m_\rho(\text{MeV})$	770.0	763.0	$g_3$	0.6183	-15.8337
$g_\sigma$	10.0289	10.4436	$c_3$	71.3075	0.000

$\mathcal{L}_\Lambda$  是  $\Lambda$  超子 Lagrangian 密度, 可写成:

$$\mathcal{L}_\Lambda = \bar{\Psi}_\Lambda \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - M_\Lambda - g_{\sigma\Lambda} \sigma - g_{\omega\Lambda} \gamma^\mu \omega_\mu + \frac{f_{\omega\Lambda}}{2M_\Lambda} \sigma^{\mu\nu} \partial_\mu \omega_\nu \right) \Psi_\Lambda, \quad (6)$$

上式的最后一项是  $\omega$ - $\Lambda$  张量耦合项.  $g_{\sigma\Lambda}$ 、 $g_{\omega\Lambda}$  和  $f_{\omega\Lambda}$  分别是  $\Lambda$  和  $\sigma$ 、 $\Lambda$  和  $\omega$  耦合系数, 以及  $\Lambda$ - $\omega$  张量耦合系数.

从 Lagrangian 密度出发, 可以通过标准的场变分原理得到系统的静态解<sup>[1-3]</sup>.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{N\alpha} \phi_{N\alpha} = & \gamma_0 \left( -i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla + m_N + g_{\sigma N} \sigma + g_{\omega N} \omega_0 \gamma_0 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} g_{\rho N} R_{0,0} \tau_0 + e^2 A_0 \frac{1 + \tau_0}{2} \gamma_0 \right) \phi_{N\alpha}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\Lambda\alpha} \phi_{\Lambda\alpha} = \gamma_0 \left( -i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla + M_\Lambda + g_{\sigma\Lambda} \sigma + g_{\omega\Lambda} \omega_0 \gamma_0 - \frac{f_{\omega\Lambda}}{2M_\Lambda} i\boldsymbol{\gamma} \cdot \nabla \omega_0 \right) \phi_{\Lambda\alpha}, \quad (8)$$

$$(-\Delta + m_\sigma) \sigma = -g_{\sigma N} \rho_{SN} - g_{\sigma\Lambda} \rho_{S\Lambda} - g_2 \sigma^2 - g_3 \sigma^3, \quad (9)$$

$$(-\Delta + m_\omega) \omega_0 = g_{\omega N} \rho_{0N} + g_{\omega\Lambda} \rho_{0\Lambda} + c_3 \omega_0^3 - \frac{f_{\omega\Lambda}}{2M_\Lambda} \rho_{T\Lambda}, \quad (10)$$

$$(-\Delta + m_\rho) R_{0,0} = \frac{1}{2} g_{\rho N} \rho_{0,0}, \quad (11)$$

$$-\Delta A_0 = e^2 \rho_{pr,0}. \quad (12)$$

这里下标 N 和  $\Lambda$  分别表示核子与  $\Lambda$  超子,  $\rho_{SN}$ ,  $\rho_{0N}$ ,  $\rho_{0,0}$  和  $\rho_{pr,0}$  是核子密度, 定义如下:

$$\rho_{SN} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{N\alpha} \bar{\phi}_{N\alpha} \phi_{N\alpha}, \quad (13)$$

$$\rho_{0N} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{N\alpha} \bar{\phi}_{N\alpha} \gamma_0 \phi_{N\alpha}, \quad (14)$$

$$\rho_{0,0} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{N\alpha} \bar{\phi}_{N\alpha} \gamma_0 \tau_0 \phi_{N\alpha}, \quad (15)$$

$$\rho_{pr,0} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{N\alpha} \bar{\phi}_{N\alpha} \frac{1 + \tau_0}{2} \gamma_0 \phi_{N\alpha}. \quad (16)$$

$\rho_{S\Lambda}$ ,  $\rho_{0\Lambda}$  和  $\rho_{T\Lambda}$  是与  $\Lambda$  超子有关的密度,

$$\rho_{S\Lambda} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{\Lambda\alpha} \bar{\phi}_{\Lambda\alpha} \phi_{\Lambda\alpha}, \quad (17)$$

$$\rho_{0\Lambda} = \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{\Lambda\alpha} \bar{\phi}_{\Lambda\alpha} \gamma_0 \phi_{\Lambda\alpha}, \quad (18)$$

$$\rho_{T\Lambda} = \nabla \cdot \sum_{\alpha=1}^{\Omega} w_{\Lambda\alpha} \bar{\phi}_{\Lambda\alpha} i\boldsymbol{\alpha} \phi_{\Lambda\alpha}. \quad (19)$$

下标 T 和 S 分别表示张量和标量.

平均场使核子趋于局域化而破坏了空间平移不变性, 造成整个原子核的质心在平均场内振动. 这种质心激发必须被消除, 文献 [19] 提供了一种简单而可靠的方法来处理质心修正:

$$E_{\text{cm}} = \frac{\langle P_{\text{cm}}^2 \rangle}{2Am}, \quad (20)$$

$$\langle P_{\text{cm}}^2 \rangle = \sum_{\beta} \omega_{\beta} \langle \phi_{\beta} | \hat{p}^2 | \phi_{\beta} \rangle - \sum_{\alpha\beta} (\omega_{\alpha}\omega_{\beta} + \sqrt{\omega_{\alpha}(1-\omega_{\alpha})\omega_{\beta}(1-\omega_{\beta})}) |\langle \phi_{\alpha} | \hat{p} | \phi_{\beta} \rangle|^2,$$

这里  $P_{\text{cm}} = \sum_i \hat{p}_i$ .

### 3 结果与讨论

在由质子和中子组成的原子核系统中加入 $\Lambda$ 超子,  $\Lambda$ 超子的自旋是  $1/2$ , 同位旋是  $0$ , 所以不带电. 和中子及质子不同, 它还有奇异数  $1$ . 从上一节的公式可以看出, 处理超核不但需要有效核子-核子相互作用参数 ( $TM1$  或  $NL-SH$ ), 而且还需要超子-核子的相互作用参数  $g_{\sigma\Lambda}$ ,  $g_{\omega\Lambda}$  和  $f_{\omega\Lambda}$ . 在计算中, 使用了结果  $\alpha_{\sigma\Lambda} = g_{\sigma\Lambda} / g_{\sigma N} = 0.621$  和  $\alpha_{\omega\Lambda} = g_{\omega\Lambda} / g_{\omega N} = 0.667$  [4],  $f_{\omega\Lambda} / g_{\omega\Lambda} = -1$  [13]. 在下面的计算中, 将利用上述参数和  $RMF$  参数  $TM1$  或  $NL-SH$  来研究超核的性质.

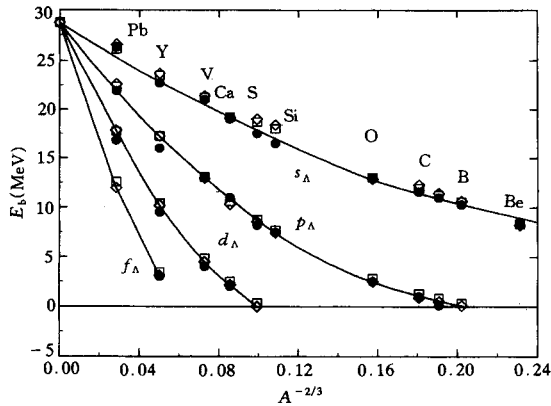
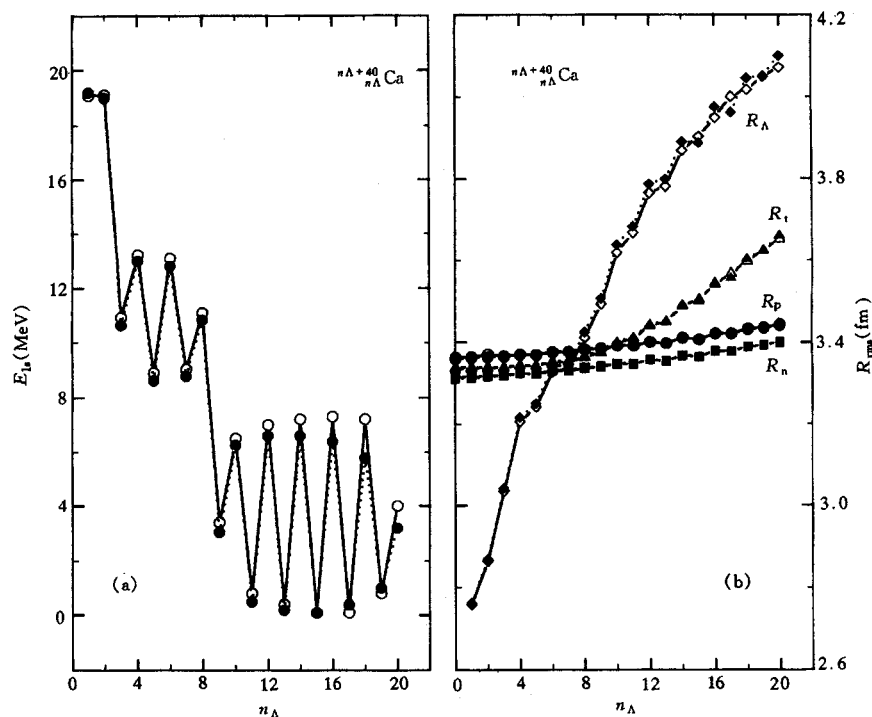


图 1  $\Lambda$ 超核单粒子态  $s_{\Lambda}$ ,  $p_{\Lambda}$ ,  $d_{\Lambda}$ ,  $f_{\Lambda}$  的结合能  
• 是实验数据 [7, 14, 15].  $\square$  和  $\diamond$  分别表示参数  $TM1$  和  $NL-SH$  的结果.

图 1 给出的是  $\Lambda$ 超核单粒子态结合能与  $A^{-2/3}$  的结果, 这里  $A = 9-209$ , 是实验数据来自于  $(\pi^+, K^+)$  的反应 [7, 14, 15]. 图上也给出了重核的实验结果. 由图可见, 用  $TM1$  和  $NL-SH$  参数得到的结果与实验数据符合得相当好, 误差最多仅有  $1\text{MeV}$ . 这个图是单 $\Lambda$ 超核的结果, 对于双 $\Lambda$ 及多 $\Lambda$ 超核, 到目前为止, 实验数据不多, 特别是多 $\Lambda$ 超核, 在实验上还没有发现, 下面将对此进行讨论.

由图 2 可以看出  $\text{Ca}$  的多 $\Lambda$ 超核基态性质的结果, 这是通过在双满壳核  $^{40}\text{Ca}$  上加入超子而得到的.  $^{40}\text{Ca}$  是一个很稳定的核, 核子的单粒子能级比相应的超子能级要深得多. 在多 $\Lambda$ 超核中, 我们首次考虑了 $\Lambda$ 超子的对关联, 在处理上和核子的相类似, 也是采用  $BCS$  理论的常能隙近似  $\Delta_{\Lambda} = 11.2 / \sqrt{A}$ . 对于奇 $\Lambda$ 超核, 由于存在 $\Lambda$ 超子对破缺, 所以采用完全填充的近似方法来计算. 可以看到对关联同样产生了超核的奇偶效应.

从图中还可以发现,  $\Lambda$ 超子分裂能在 $\Lambda$ 超子数  $n_{\Lambda} = 2$  到超子数  $3$  时和  $8$  到  $9$  时分别有一个快速下降, 这意味着在当  $n_{\Lambda} = 2, 8$  时存在着壳层, 正是这种类似于原子核的壳层结构使得  $1s_{1/2}$  能级远低于  $1p_{3/2}$  能级, 从而使得第三个 $\Lambda$ 超子很难再加上去. 这也是实验上测量多 $\Lambda$ 超核困难所在. 图 2 中对半径的计算表明, 质子和中子半径随超子数的增加变化甚微, 而 $\Lambda$ 半径随超子数的增加变化明显, 当  $n_{\Lambda} > 8$  时,  $\Lambda$ 半径超过了核子半径, 并随着超子数的

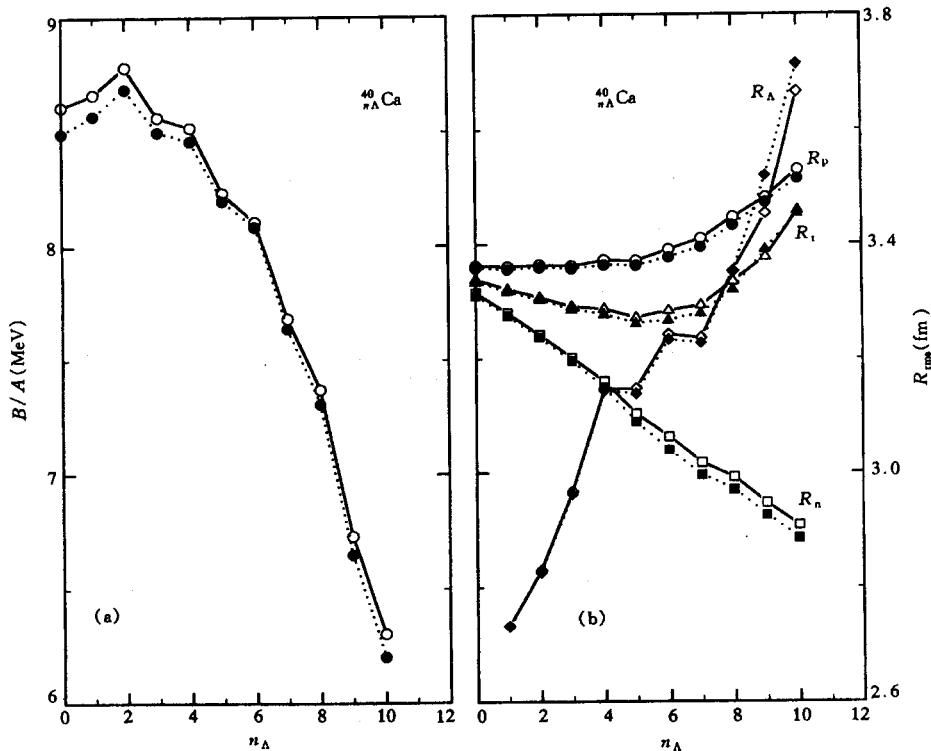
图 2 Ca 的多 $\Lambda$ 超核的基态性质

(a)  $\Lambda$ 超子的分裂能; (b) 超核的各种半径:  $\Delta$ 总半径( $R_t$ ),  $\circ$ 质子半径( $R_p$ ),  $\square$  中子半径( $R_n$ )和 $\diamond$  $\Lambda$ 半径( $R_\Lambda$ ).  
实线连接的是  $TM1$  的结果, 虚线连接的是  $NL-SH$  的结果.

增多, 总半径的变化明显受到超子半径的影响.

图 3 是另一种多  $\Lambda$  超核的情况. 在这里保持  $A = 40$  和  $Z = 20$  不变, 用  $\Lambda$  超子替换中子. 这种替换在理论上一直可以进行到质子的最外层能级不再束缚为止. 由图 3 可以看到, 对于  ${}^{40}_{n\Lambda}\text{Ca}$  来说,  $\Lambda$  超子可以替换一半的中子, 这样的超核在理论上是存在的. 从图 3 中还可以发现, 比结合能曲线在  $n_\Lambda = 2$  时有一个极大值, 这意味着  ${}^{40}_{2\Lambda}\text{Ca}$  是最稳定的. 在  $n_\Lambda = 8$  时有一个很快的下降, 这表明  $\Lambda$  超子在这里形成一个壳层. 从 (b) 图可以看到随着  $\Lambda$  超子不断地替换中子使得中子半径不断下降, 质子半径上升, 而  $\Lambda$  超子半径上升的速度相当快, 最后超过了质子半径.

上述分析表明, 相对论平均场理论能够很好地描述单  $\Lambda$  超核的结合能, 并且能够解释为什么到目前为止, 在实验上没有发现多  $\Lambda$  超核. 理论计算表明, 当在多  $\Lambda$  超核中加入对关联时会产生奇偶效应, 并发现在  $\Lambda$  超子数为 2 和 8 时有很强的壳效应. 最后比较了两组  $RMF$  参数组  $TM1$  和  $NL-SH$  对超核的计算结果, 发现在相同的  $\Lambda$ - $\sigma$ ,  $\Lambda$ - $\omega$  耦合系数和相同的  $\Lambda$ - $\omega$  张量耦合系数下, 两组结果差别很小, 这说明超核的基态性质不依赖于有效核子-核子相互作用力参数.

图 3 Ca 的另一种多  $\Lambda$  超核的基态性质(a)  $^{40}_{n\Lambda}\text{Ca}$  超核的比结合能; (b) 各种半径. 符号说明同图 2.

## 参 考 文 献

- [1] B. D. Serot, J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.*, **16**(1986)1.
- [2] J. Boguta, H. Stöcker, *Phys. Lett.*, **B120**(1983)289.
- [3] P. G. Reinhard *et al.*, *Z. Phys.*, **A323**(1986)323.
- [4] J. Mareš, B. K. Jennings, E. D. Cooper, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **117**(1994)415.
- [5] Yuichi Sugahara, Hiroshi Toki, *Prog. Theor. Phys.*, **92**(1994)803.
- [6] N. K. Glendenning *et al.*, *Phys. Rev.*, **C48**(1993)889.
- [7] Yasuo Yamamoto *et al.*, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **117**(1994)361.
- [8] J. Mareš, J. Žofka, *Z. Phys.*, **A345**(1993)47.
- [9] M. Rufa *et al.*, *J. Phys.*, **G13**(1987)L143.
- [10] D. J. Millener, C. B. Dover, A. Gal, *Phys. Rev.*, **C38**(1987)2700.
- [11] R. J. Lombard, S. Marcos, J. Mareš, *Phys. Rev.*, **C51**(1994)1784.
- [12] Jürgen Schaffner, Carsten Greiner, Horst Stöcker, *Phys. Rev.*, **C46**(1992)322.
- [13] Joseph Cohen, H. J. Weber, *Phys. Rev.*, **C44**(1991)1181.
- [14] P. Z. Chrien, *Nucl. Phys.*, **A478**(1988)705c.
- [15] M. Juric *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B52**(1973)1.
- [16] M. M. Sharma, G. A. Lalazissis, P. Ring, *Phys. Lett.*, **B317**(1993)9.
- [17] M. M. Sharma, M. A. Nagarajan, P. Ring, *Phys. Lett.*, **B312**(1993)377.
- [18] Y. Sugahara, H. Toki, *Nucl. Phys.*, **A579**(1994)557.

[19] H. Sagawa, H. Toki, *J. Phys.*, G13(1987)453.

## Relativistic Mean-Field Calculation for Hypernuclei

Shen Yaosong    Ren Zhongzhou

(*Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008*)

Received 10 September 1996

### Abstract

The ground state properties of hypernuclei are studied theoretically using the relativistic mean-field theory with *TM1* and *NL-SH* force parameters. It is found that these new parameters can very satisfactorily reproduce the ground state properties of the above hypernuclei. The parameter sets *TM1* and *NL-SH* give a very similar description on the hypernuclei. The properties of hypernuclei in baryon-hyperon systems are insensitive to the force parameters of effective nucleon-nucleon interaction. The influence of the pairing force is taken into account in the study of hypernuclei and it is found that it leads to the even-odd effect.

**Key words**    relativistic mean-field theory,  $\Lambda$ -hypernuclei, even-odd effect.