

负动量压缩因子的环形对撞机磁聚焦结构的研究

王九庆 方守贤

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 探讨了设计负动量压缩因子($\alpha_p < 0$)的正负电子对撞机储存环磁聚焦结构的可行性及方法. 作为应用实例,说明了设计 $\alpha_p < 0$ 的 τ -粲工厂磁聚焦结构的可能性.

关键词 磁聚焦结构 超周期模块 动量压缩因子 发射度

1 引言

根据对撞机的运行经验,当束团长度 σ_z 小于或等于对撞点的包络函数 β^* 时,对撞亮度最高. 反之,亮度会下降. 但是在现有的许多加速器上都观察到了束团长度随流强增大而拉伸的现象,这显然对提高对撞机的亮度不利,因此,寻找有效的途径以抑制束团拉伸一直是个令人感兴趣的课题¹⁾. 本文作者之一首先提出了采用 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构抑制束团拉伸的想法. 1994年又系统地研究了 $\alpha_p < 0$ 的储存环中的微波不稳定性^[1],指出在现有的宽带阻抗模型下, $\alpha_p < 0$ 时束团拉伸比 $\alpha_p > 0$ 时弱. 不久,在 Super-ACO^[2]上做的实验表明: $\alpha_p < 0$ 时的束团长度的确比 $\alpha_p > 0$ 时短. 因此,可以预计,在 $\alpha_p < 0$ 的储存环中,束团拉伸可以得到有效地抑制. 那么,能否设计一个 $\alpha_p < 0$ 的正负电子对撞机? 本文首先阐明对撞机中采用 $\alpha_p < 0$ 磁聚焦结构的可能性,说明了构造 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块的磁聚焦结构设计方法. 并指出利用超周期模块设计 $\alpha_p < 0$ 的 τ -粲工厂磁聚焦结构的可行性.

2 对撞机中采用 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构的可能性

2.1 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构具备实现高亮度的特性

亮度是反应正负电子对撞机性能的重要指标. 通常,定义对撞机的亮度为:

1997-11-28收稿

1) 王九庆. 负动量压缩因子的 τ -粲工厂磁聚焦结构设计及纵向微波不稳定性初步研究, 博士论文. 1997年5月

$$L = k_b f_r \frac{N_b^+ N_b^-}{4\pi\sigma_x^* \sigma_y^*}. \quad (1)$$

这里, k_b 是单束的束团数目, f_r 是加速器中粒子的回旋频率, N_b^\pm 分别是对撞双束的每个束团中的粒子数, σ_x^* , σ_y^* 分别是对撞点处束团在水平和垂直方向的均方根尺寸.

现有的加速器运行经验表明, 正负电子对撞机的流强限制主要来自于束-束相互作用. 习惯上, 用束-束频移参数 ξ 来描述束-束相互作用, 水平和垂直方向的束-束频移为:

$$\xi_{x,y} = \frac{N_b r_e}{2\pi\gamma(\sigma_x^* + \sigma_y^*)} \left(\frac{\beta^*}{\sigma^*} \right)_{x,y}, \quad (2)$$

这里, γ 是相对论能量因子, r_e 为电子经典半径, β^* 是对撞点的包络函数.

现有的机器, $\xi_{x,y}$ 的上限一般在 $\xi_{\max} = 0.04 \pm 0.01$, 水平或垂直任何一个方向的束-束频移参数达到 ξ_{\max} , 就限制了束团中的粒子数.

由亮度和束-束作用的公式, 可以将对撞机中实现高亮度的途径总结如下:

- 1) 减小对撞点的包络函数 β^* , 实现 mini- β 或 micro- β .
- 2) 增大发射度 ε_x , 以增大单束团容纳的粒子数.
- 3) 增加束团数 k_b , 以增大单束总流强.

粒子工厂型对撞机大都采用双环结构, 束团数 k_b 很大. 因此实现高亮度关键在于 1) 和 2).

1) 只有保持 $\sigma_z \leq \beta^*$, 亮度才能很高. 所以, 小的 β^* 要求短束长. 通常, 为获得短的束长, 倾向于选择比较小的 $|\alpha_p|$. 同时, 小的 $|\alpha_p|$ 还带来好处使得纵向同步振荡频数 Q_s 较小, 从而不易激起纵向同步振荡与横向自由振荡的耦合共振.

2) 在通常 $\alpha_p > 0$ 的磁聚焦结构中, 二极铁 (B 铁) 中的色散函数均为正值, 适当近似下, 有关系式

$$\varepsilon_x \propto \frac{1}{v_x^3}, \quad \alpha_p \propto \frac{1}{v_x^2}, \quad (3)$$

这里, ε_x 是水平发射度, v_x 是水平自由振荡频数.

因此, 在 $\alpha_p > 0$ 的磁聚焦结构中, 实现大 ε_x 将导致 α_p 比较大. 但是, 如果将 α_p 设计成负值, 则不存在如 (3) 式的联系: 可以设计这样的磁聚焦结构, 使得色散函数 η_x 在一些 B 铁里为正值, 在另一些 B 铁中为负值, 但 $|\eta_x|$ 在 B 铁里保持比较大. 由于正负色散部分相抵, 使得 $\alpha_p < 0$, 且 $|\alpha_p|$ 较小, 而发射度却和 $|\eta_x|^2$ 有关, 仍然能够设计得较大.

因此, $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构能满足高亮度所要求的大发射度和小 $|\alpha_p|$.

2.2 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构对束流的稳定性有利

文献 [1] 的结论表明, $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构有利于控制束长, 以保证高亮度所要求的 $\sigma_z \leq \beta^*$. 同时, $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构中, 滑相因子 $\eta < 0$, 自然色品 $\xi < 0$. 所以 $\xi / \eta > 0$, 满足头尾稳定性的判据.

综上所述, 采用 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构方案, 有可能实现短的强流束团, 因而能满足现代加速器对高亮度的要求, 有望成为设计粒子工厂型对撞机储存环的新途径.

3 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构的设计方法

最初探索设计 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构是为了解决质子加速器中穿越临界能的困难. 文献 [5] 中指出只要能将负的色散函数引入 B 铁中, 则不需使 B 铁反向就能实现 $\alpha_p < 0$. D. Trbojevic 等人在此基础上作了改进, 提出设计 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块结构^[6], 使得设计 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构的方法系统化. 这里也采用构造 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块的方法来设计正负电子对撞机的磁聚焦结构.

3.1 实现 $\alpha_p < 0$ 的基本思路和方法

如果作薄透镜近似, 将第 i 块 B 铁处的色散函数记为 \bar{D}_i , B 铁的弯转角为 φ_i , 则:

$$\alpha_p \approx \frac{1}{C_0} \sum_i \bar{D}_i \varphi_i. \quad (4)$$

这里, C_0 是储存环周长. 由 (4) 式, 要使 $\alpha_p < 0$, 则必须使色散函数在大部分 B 铁里为负值, 即, $\bar{D}_i < 0$.

基于上述思想, 可以构造这样的 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块, 它包括两部分: (1) FODO 周期部分, 其中 B 铁里的色散函数匹配成负值, 使得 $\alpha_p < 0$; (2) 匹配插入节, 以匹配满足周期解的包络函数和色散函数. 为分析方便, 并简化包络函数和色散函数的匹配, 采用对称结构. 超周期模块的结构如下:

$$M_A \left\{ \frac{1}{2} Q_F B Q_D B \frac{1}{2} Q_F \right\} M_B \{ Q_{F1} O_1 Q_{D1} O_2 Q_{F2} O_3 \} M_C + \text{对称部分}$$

这里, M_A, B, C 是位置标记, M_A 和 M_B 之间是 FODO 周期, M_B 和 M_C 之间是匹配插入节;

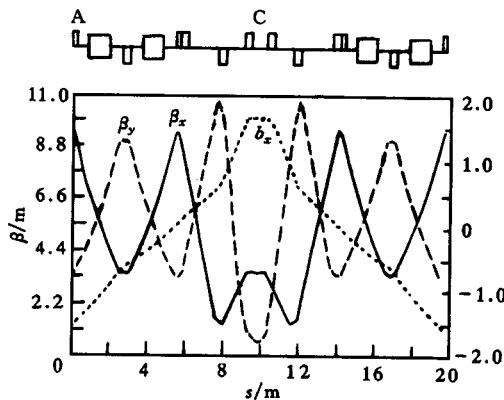


图 1 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块及其中的包络函数和色散函数
C 处无 B 铁.

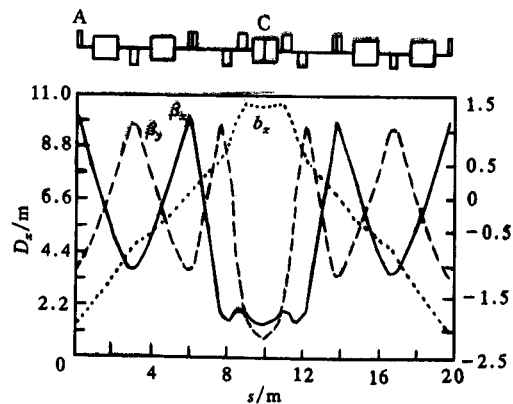


图 2 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块及其中的包络函数和色散函数
C 处有 B 铁.

Q, B, O 分别代表四极铁, 二极铁和漂移节. A 到 C 构成这个模块的一半, 另一半相对

于 C 点成反射对称. 模块的中点 C 处可以选择是否安放一块二极铁. 其主要参数: L_M 是模块的半长度, l 是其中 FODO 周期的半长度; ρ 是弯转半径, $\varphi = l / \rho$ 为 B 铁的弯转角度.

设计 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块, 就是使得其入口处 A 点的色散函数 $D_A < 0$. 这样, 超周期模块中 B 铁处的色散函数将成负值. 为便于给出匹配条件, 不妨设 $D'_A = 0$, 并保持 FODO 周期的包络函数 β_x 和 α_x 不变. 用两个 FODO 周期加上合适的匹配节, 就能得到 $\alpha_p < 0$ 的超周期结构.

图 1 和 2 是典型的 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块结构及其中的包络函数和色散函数, 分别对应 C 点无 B 铁 (以 4B 记之) 或有 B 铁 (以 5B 记之) 的情形.

3.2 超周期模块的磁聚焦结构参数计算

对于能量确定的储存环, 在薄透镜近似下, 由 FODO 周期构成的磁聚焦结构, 其发射度和动量压缩因子只是 FODO 周期的自由振荡相移 μ 和环中 B 铁弯转角度 φ 的函数:

$$\varepsilon_{\text{FODO}} = 3.8 \times 10^{-13} \gamma^2 \frac{\langle H \rangle}{\rho} = 3.8 \times 10^{-13} \gamma^2 \varphi^3 F_{\text{FODO}}; \quad \alpha_{\text{FODO}} = \frac{1 - \frac{1}{8} \sin^2 \frac{\mu}{2}}{\sin^2 \frac{\mu}{2}} \varphi^2,$$

$$\text{其中 } F_{\text{FODO}} = \frac{1}{\sin^3 \frac{\mu}{2} \cos \frac{\mu}{2}} \left[1 - \frac{3}{4} \sin^2 \frac{\mu}{2} \right], \quad \langle H \rangle = \frac{1}{2\pi\rho} \int_{\text{dipoles}} \frac{1}{\beta} \left\{ D^2 + \left(\beta D' - \frac{1}{2} \beta' D \right)^2 \right\} ds,$$

β 和 D 分别是 B 铁中的包络函数和色散函数, β' 和 D' 是其导数.

为便于同 FODO 周期的情形进行比较, 定义 $\xi = D_A / D_F$, 它表示 D_A 与正常 FODO 周期情形 F 铁中色散函数 D_F 的比值. 为研究 ε_x 和 α_p , 所关心的是超周期模块里 B 铁中心处的包络函数和色散函数 D_{B_M} . 这里, 增加下标 M 来标记模块中的量. 由传输矩阵, 并考虑元件参数和 FODO 周期的包络和色散函数之间的关系, 可以得到超周期模块中 B1 和 B2 铁中心的色散函数及其导数 $D_{B_{1M}}$, $D'_{B_{1M}}$, $D_{B_{2M}}$ 和 $D'_{B_{2M}}$ 的表达式:

$$D_{B_{1M}} = D_F \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2} \right) \xi + \frac{1}{8} \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{1 + \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2}} \right]; \quad (5)$$

$$l \cdot D'_{B_{1M}} = D_F \cdot \left[-\sin \frac{\mu}{2} \cdot \xi + \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{2 + \sin \frac{\mu}{2}} \right]; \quad (6)$$

$$D_{B_{2M}} = D_F \cdot \left[\left(1 - \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2} - \sin^2 \frac{\mu}{2} \right) \xi + \left(\frac{9}{4} + \sin \frac{\mu}{2} \right) \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{2 + \sin \frac{\mu}{2}} \right]; \quad (7)$$

$$l \cdot D'_{B2M} = D_F \cdot \left[\sin \frac{\mu}{2} \left(1 - 2 \sin \frac{\mu}{2} \right) \xi + \left(2 \sin \frac{\mu}{2} + 3 \right) \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{2 + \sin \frac{\mu}{2}} \right]. \quad (8)$$

对超周期模块的对称中心 C 处不放 B 铁的情形. 将 (5)–(8) 式代入 $\langle H \rangle$ 计算超周期模块对 ε_x 和 α_p 的贡献 $\varepsilon_{\text{MODU}}$ 和 α_{MODU} , 并注意到, FODO 周期的 $\langle H \rangle$ 与 D_F^2 成正比, 则 $\frac{\varepsilon_{\text{MODU}}}{\varepsilon_{\text{FODO}}}$ 和

$\frac{\alpha_{\text{MODU}}}{\alpha_{\text{FODO}}}$ 均只与比值 $\xi = D_A / D_F$, 以及 FODO 周期的相移 μ 有关, 即:

$$\frac{\varepsilon_{\text{MODU}}}{\varepsilon_{\text{FODO}}} = F(\xi, \mu); \quad (9)$$

$$\frac{\alpha_{\text{MODU}}}{\alpha_{\text{FODO}}} = \frac{2l}{L_M} \left(\xi + (1 - \xi) \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2} \right)} \right). \quad (10)$$

当 C 处放有 B 铁时, C 处的色散函数为正, 且值比较大, 可以对发射度有比较大的贡献. 同时, 它对 α_p 的贡献是正值, 因而能抵消部分负色散函数的作用. 这样 $|\alpha_p|$ 会减小, 但发射度仍保持很大. 如果记对称点 C 处 $\beta_c = \lambda^2 \beta_F$, β_F 是模块入口处的包络函数; 超周期模块中 FODO 周期出口到 C 点的自由振荡相移为 ψ . 假设 C 处 B 铁与其它 B 铁有同样的 ρ 和 φ , 由对称性, $\beta'_c = 0$ 和 $D'_c = 0$, 通过传输矩阵可以求得 C 处的色散函数 D_c 及其导数 D'_c .

$$D_c = D_F \left\{ \lambda [\cos \psi - (1 - \xi) \cos(\mu + \psi)] + \frac{1}{8} \frac{\sin^2 \frac{\mu}{2}}{1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\mu}{2}} \right\}; \quad (11)$$

$$D'_c = \frac{D_F}{\beta_F} \left\{ \frac{1}{\lambda} [(1 - \xi) \cos \mu - 1] \sin \psi + (1 - \xi) \sin \mu \cos \psi + \frac{1}{2} \frac{\sin \frac{\mu}{2} \left(1 + \sin \frac{\mu}{2} \right)}{\cos \frac{\mu}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2} \right)} \right\} = 0. \quad (12)$$

假设一个 λ 值, 对应不同的 ξ 和 μ , 就可用数值方法求解方程 (12) 得到 ψ , 代入 (11) 式, 就能求得 D_c , 然后算出 $\langle H \rangle_c$, 进而求得 5B 模块时的 $\frac{\varepsilon_{\text{MODU}}}{\varepsilon_{\text{FODO}}}$ 和 $\frac{\alpha_{\text{MODU}}}{\alpha_{\text{FODO}}}$.

按照上述推导过程编写了计算机程序, 计算对应不同 ξ, μ 以及 λ 时, 4B 和 5B 模块情形的 $\frac{\varepsilon_{\text{MODU}}}{\varepsilon_{\text{FODO}}}$ 和 $\frac{\alpha_{\text{MODU}}}{\alpha_{\text{FODO}}}$. 图 3 和图 4 分别给出典型参数 $\mu = 60^\circ, \lambda^2 = 0.1$ 时, 4B 与 5B 模块对 ε_x 和 α_p 的贡献与 FODO 周期情形的比值随 ξ 的变化曲线.

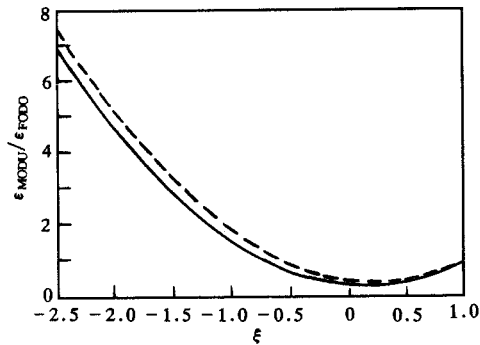


图 3 对 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块, 4B 模块与 5B 模块对发射度贡献的比较
—— 4B 模块; - - - - 5B 模块.

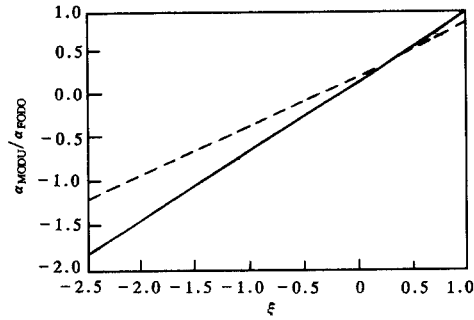


图 4 对 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块, 4B 模块与 5B 模块对动量压缩因子贡献的比较
—— 4B 模块; - - - - 5B 模块.

由图 3 和 4 可见, 在 $-1.5 < \xi < -1.0$ 的区域, $\alpha_p < 0$ 的超周期模块对发射度的贡献能够达到 FODO 周期情形的 1.5—3 倍; $|\alpha_{\text{MODU}}| < \frac{2l}{L_M} \alpha_{\text{FODO}}$, 又因为 $\frac{2l}{L_M} < 1$, 所以 $|\alpha_{\text{MODU}}| < \alpha_{\text{FODO}}$.

因此, 采用 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块构成磁聚焦结构能够实现较大发射度, 同时保持较小的 $|\alpha_p|$.

3.3 超周期模块的相移

对于 4B 模块, 利用传输矩阵及超周期模块的对称性得:

$$\tan \psi = \frac{(1 - \xi) \sin \mu}{1 - (1 - \xi) \cos \mu}. \quad (13)$$

对于 5B 模块, ψ 可由 (12) 式数值求解, 其值与 4B 模块情形相近. 对应不同的 μ 和 ξ , 可以计算得到超周期模块的相移 $2(\mu + \psi)$ 一般在 250° — 330° 之间. 因此在设计磁聚焦结构时, 可以选择超周期模块的相移为 270° 或 300° . 这样, 类比相移为 90° 或 60° 的 FODO 周期情形, 在弧区采用合适的超周期模块数, 将有利于色品校正六极子的安排¹⁾.

3.4 消色散节的匹配

$\alpha_p < 0$ 的超周期模块的出口色散函数为负值, 要将其匹配为零, 消色散节具有特殊性. 利用归一化的色散函数图分析¹⁾: 在距超周期模块出口自由振荡相移约为 270° 处放置 B 铁时, 能有效实现消色散. 用 MAD 程序匹配计算表明, 通过调整消色散节中的四极铁强度, 对超周期模块不同的出口参数, 均能实现消色散, 并且包络函数过渡平滑.

有了 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块, 再加上消色散节, 就组成了一个完整的磁聚焦结构的弧区. 接上设计合适的对撞区就能构成对撞机的磁聚焦结构.

1) 同第 1156 页注解.

4 设计 $\alpha_p < 0$ 的 τ -粲工厂磁聚焦结构

4.1 在 τ -粲工厂设计中采用 $\alpha_p < 0$ 磁聚焦结构的可行性

τ -粲工厂是新一代的高亮度正负电子对撞机. 由典型的 τ -粲工厂磁聚焦结构方案, 如 CERN-Spain 方案^[3]和北京 τ -粲工厂 (BTCF)^[4]的参数. 可以总结出以下特点:

1) 标准模式, 要求水平发射度很大. 同时, 对撞点包络函数 $\beta^* = 1\text{cm}$, 要求短的束长.

2) 单束团的粒子数多, 必须严格进行阻抗控制, 以抑制束团长度的拉伸.

3) 兼容标准模式和单色模式, 要求磁聚焦结构的发射度能在较大范围内调节.

由第 1 节的论述, 采用 $\alpha_p < 0$ 的磁聚焦结构能增大发射度, 同时将 $|\alpha_p|$ 控制得较小. 这样 Q_s 会减小, 从而避开同步、自由振荡的耦合共振. 并且, $\alpha_p < 0$ 时, 尽管单团流强很大, 束团拉伸也比较弱. 下面, 将说明 $\alpha_p < 0$ 的弧区结构可以灵活地调节发射度, 兼容单色模式.

4.2 用 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块可以构成 τ -粲工厂磁聚焦结构的弧区

参考 BTCF 曾经采用的 48 块 B 铁的方案, 选择采用 46 块 B 铁构成弧区, 每段弧区包

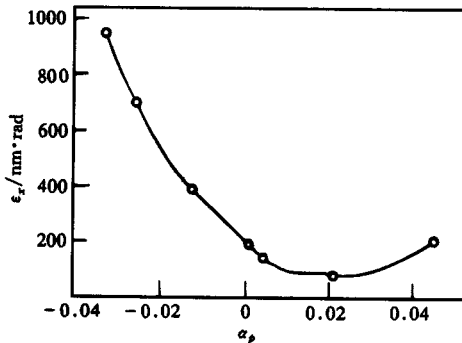


图 5 由超周期模块构成的磁聚焦结构其 ϵ_x 和 α_p 的关系曲线

含 4 个 5B 模块. 消色散节由一块 B 铁再加半块组成. 保持超周期模块中 FODO 周期的相移为 60° , 改变超周期模块入口处的负色散的值, 就能调节发射度 ϵ_x 和 α_p . 图 5 给出发射度与 α_p 的关系. 由图 5, ϵ_x 在 $80\text{nm} \cdot \text{rad} - 800\text{nm} \cdot \text{rad}$ 之间, α_p 在 $-0.03 - 0.04$ 之间可以灵活调节, 这里得到的 α_p 的值与真正对撞机储存环的值还差一个 0.5 左右的周长系数. 显然, 它能满足 τ -粲工厂高亮度模式对发射度 $\epsilon_x = 150 - 450\text{nm} \cdot \text{rad}$ 的取值要求. 如果将其中 FODO 周期的相移从 60° 调至 120° , 适当匹配, 可以实现发射度

在 1.55GeV 时小于 $40\text{nm} \cdot \text{rad}$, 也能满足单色模式对发射度的要求.

根据图 5 实际上也能估计出采用 4B 模块时 ϵ_x 与 α_p 的关系. 这时, ϵ_x 和 α_p 的取值适中, 容易相互权衡, 其取值范围和调节灵活性与采用 5B 模块时相差不大. 所以, 当 τ -粲工厂将高亮度的首选模式定在小角度交叉对撞的方案, 要求发射度不是很大时, 可以采用 4B 模块构成弧区.

5 结论

利用 $\alpha_p < 0$ 的超周期模块设计正负电子对撞机的弧区结构是可行的, 对发射度和 $|\alpha_p|$ 的选择能够满足实现高亮度的要求. 特别地, 可以利用超周期模块设计 $\alpha_p < 0$ 的 τ -粲工

厂的磁聚焦结构.

参 考 文 献

- [1] Fang S X, Oide K, Yokoya K et al. Particle Accelerators, 1995, 51:15—28
- [2] Nadji A et al. Experiments with Low and Negative Momentum Compaction Factor With Super-ACO. In: Myers S et al ed. Proceedings of the 5th European Particle Accelerator Conference. Spain: Inst. Phys., 1996
- [3] Jowett J. Lattice and Interaction Region Design for Tau-Charm Factories. CERN SL / 93-23(AP)
- [4] Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences. Feasibility Study Report on Beijing Tau-Charm Factory. IHEP-BTCF Report-03, Oct. 1996.
- [5] Teng L C. Particle Accelerator, 1972, 4:81—85
- [6] Trbojevic D et al. Design Method for High Energy Accelerator Without Transition Energy. In: Martin P and Mandrillon P ed. Proceedings of the Second European Particle Accelerator Conference. Nice, France: 1990. 2829—2831

Research to the Design of a Lattice for a Collider With Negative Momentum Compaction Factor

Wang Jiuqing Fang Shouxian

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract The possibility and method of designing a high luminosity collider with negative momentum compaction factor ($\alpha_p < 0$) lattice are studied. As a practical example, the feasibility of adopting the $\alpha_p < 0$ lattice for a τ -charm factory is discussed.

Key words lattice, module, momentum compaction factor, emittance