

高 K 带中的能量 Staggering 问题*

廖 继 志

(四川大学物理系 成都 610064)

摘 要 引入 Staggering 指数 $S(I)$ 描写 γ -刚性和 γ -软性核的能谱可清楚地显示其 $K=2$ 带的两类不同的 $S(I)-I$ 锯齿图, 它们可分别用带振动-转动耦合的三轴转子模型和带三体势的 IBM1 的 $O(6)$ 极限或角动量投影形变 HF 方法 (PDHF) 来描述. 同时, 还对 $3 \leq K \leq 8$ 的高 K 带中的 Staggering 进行了理论预测. 分析了质量数 $160 \leq A \leq 184$ 区域中若干原子核的高 K 带能谱数据, 证实了高 K 带中 Staggering 的存在, 同时还发现了由 $S(I)$ 的锯齿相变指出的核形状转变的证据.

关键词 能量 Staggering 高 K 转动带 γ -刚性 γ -软性

1 引言

偶偶核准 γ -振动带中的能量 Staggering 是早已熟知的现象^[1,2]. γ -不稳定的类 $O(6)$ 核或 $O(5)$ γ -软性核具有与 γ -刚性的三轴变形核相反的 Staggering 锯齿图, 可以分别用带三体势的 IBM1 的 $O(6)$ 极限或角动量投影形变 HF 方法 (PDHF) 和带振动-转动耦合的三轴转子模型来描述^[3]. 奇 A 核和奇奇核转动带中的 Signature 分裂和 Signature 反转是研究转动顺排效应的重要的核结构指针^[4], 显然这也是一种 Staggering 现象. 但是在后两种情形下 K 可以大于 2. 偶偶核的高 K 带中是否也存在 Staggering? 如果有是否也可以用前面所说的模型来描写? 这些将是本文研究的问题.

为了更清楚地、定量地描述 Staggering 可以引入所谓 Staggering 指数 $S(I)$ ^[3,5]

$$S(I) = 1 - R(E_I) / R(E_I)_{\text{rotor}}, \quad R(E_I) = 2(E_I - E_{I-1}) / (E_I - E_{I-2}), \quad (1)$$

这里 E_I 是角动量为 I 的态的能量, $R(E_I)_{\text{rotor}}$ 是轴对称刚性转子的 $R(E_I)$, 其值为 $I / (I - 1/2)$, 代入上式则可将其改写成

$$S(I) = 1 - (2 - 1/I)(E_I - E_{I-1}) / (E_I - E_{I-2}). \quad (2)$$

显然, 对任意的 I , 一个理想的轴对称刚性转子 $S(I) = 0$. 如果一个准 γ -振动带的能谱以下面的方式包含一些靠得很近的能级对: $2^+, (3^+, 4^+), (5^+, 6^+), \dots$, (括号中的能级表示靠得很近的能级), 则 $S(I_{\text{even}}) > 0$, $S(I_{\text{odd}}) < 0$, 如图 1(a) 所示. γ -软性核谱具有这种 Staggering. 如果能级间隔分布为: $2^+, 3^+, (4^+, 5^+), (6^+, 7^+), \dots$, 则有 $S(I_{\text{even}}) < 0$,

1997-04-08 收稿

* 国家自然科学基金资助 (19475030)

$S(I_{\text{odd}}) > 0$, 如图 1(b) 所示. γ -刚性转子的能谱有这种 Staggering. 为了方便起见, 若所有 $S(I_{\text{even}}) > 0, S(I_{\text{odd}}) < 0$, 称 $S(I)$ 有正的锯齿相; 反之, 若所有 $S(I_{\text{even}}) < 0, S(I_{\text{odd}}) > 0$, 则称 $S(I)$ 有负的锯齿相.

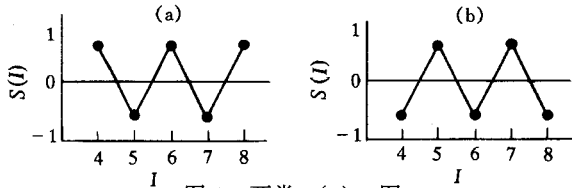


图 1 两类 $S(I)-I$ 图

显示了完全相反的锯齿相位, 分别对应于 γ -软性核 (a)

与 γ -刚性核 (b) 的 Staggering.

2 Staggering 的理论描述

如上所述, γ -软性核谱和 γ -刚性核谱的能量 Staggering 具有不同的形式, 须用不同的模型来描述. 首先讨论 γ -软性核谱. 本文采用含三体势的

IBM1 的 $O(6)$ 极限 (以下简称为 $O(6) + V_3$) 来描述 γ -软性核谱, 模型哈密顿量为^[6]

$$H = H_{O(6)} + P(\hat{n}_d - 2)[(d^\dagger \tilde{d})^{(2)} \cdot (d^\dagger \tilde{d})^{(2)} - \hat{n}_d], \quad (3)$$

这里 $H_{O(6)}$ 是 $O(6)$ 极限哈密顿量, \hat{n}_d 是 d 玻色子数算符. 它的参量化的近似能谱公式可以写成

$$E_I = B\tau(\tau + 3) + CI(I + 1) - P[16\tau^2(\tau + 3)^2 + I^2(I + 1)^2] / N^2, \quad (4)$$

其中 τ 是群 $O(5)$ 的量子数, I 是角动量, N 是玻色子数, 而 B, C, P 是自由参量. 计算结果表明^[3, 6, 7], 用 $O(6) + V_3$ 描述 γ -软性核的能谱和 Staggering 是成功的, 但是预言的 Staggering 指数一般比实验值大. 同时, γ -软性核的 Staggering 也可以用角动量投影形变 HF 方法 (PDHF)^[8-10] 来研究. 在 PDHF 中角动量为 I , 投影量子数为 M, K 的投影态 $|\Phi_{MK}^I\rangle$ 的能量为

$$E_{IK} \equiv \langle \Phi_{MK}^I | H | \Phi_{MK}^I \rangle = E_{\text{HF}} J_{IK}(\Gamma_h) / J_{IK}(\Gamma_p),$$

$$J_{IK}(\Gamma_i) = \left(I + \frac{1}{2} \right) \int_0^{\pi/2} \exp(-\theta^2 / \Gamma_i) [d_{K,K}^I(\theta) + (-1)^{I-K} d_{K,-K}^I(\theta)] \sin(\theta) d\theta, \quad (5)$$

$$I = K, K + 1, K + 2, \dots, \text{当 } K \neq 0; \quad I = 0, 2, 4, \dots, \text{当 } K = 0,$$

这里 E_{HF} 是 HF 内禀态 $|\Phi_K\rangle$ 的能量, i 表示 h 或 p , Γ_p 的计算和 Γ_h 的确定方法见文献 [8, 11].

γ -刚性核的能谱可以用带振动-转动耦合的三轴转子模型来描述^[12]. 三轴转子模型的哈密顿量有下列形式

$$H = \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) (\hat{L}^2 - \hat{L}_3^2) + \frac{\hbar^2}{2J_3} \hat{L}_3^2 + \frac{\hbar^2}{8} \left(\frac{1}{J_1} - \frac{1}{J_2} \right) (\hat{L}_-^2 + \hat{L}_+^2), \quad (6)$$

$$J_k = J_0 \sin^2(\gamma - k2\pi/3), \quad k = 1, 2, 3.$$

其本征解为

$$\Psi_{nIM} = \sum_K A_K^{nI}(\gamma) |IMK\rangle, \quad (7)$$

$$K = 0, 2, 4, 6, \dots, I, \text{ 对偶数 } I; \quad K = 2, 4, 6, \dots, I-1, \text{ 对奇数 } I.$$

这里 n 是附加量子数用以区分 I 相同的不同态, $|IMK\rangle$ 是轴对称转子的归一化波函数. 在基函数 $|IMK\rangle$ 中将 H 对角化可得到能量本征值 ε_{nI} . 然后进行振动-转动耦合修正得到能谱公式^[3]

$$E_{nI} = a\varepsilon_{nI}(1 - b\varepsilon_{nI}). \quad (8)$$

这里 $a \equiv \hbar^2 / J_0$ 和 b 可视为自由参量由拟合实验数据决定. 最后, 我们用二个参量公式描述轴对称转子的能谱:

$$E_I = A[I(I+1) - B[I(I+1)]^2], \quad (9)$$

由此式计算的 $S(I)$ 不等于零但很小, 数量级为 $10^{-3} \sim 10^{-2}$.

3 计算结果和实验数据的分析

上述几个模型对 $K=2$ 的 γ -振动带的能谱的描述是相当成功的. 本文将它们用于描述理想的 γ -软性和 γ -刚性核的高 K 带能谱, 并对 Staggering 指数 $S(I)$ 进行研究.

首先用 $O(6) + V_3$ 模型描述 γ -软性核的能谱和 Staggering. 考虑一个玻色子数 $N=9$ 的 γ -软性核 (例如 ^{126}Ba), 令 $B=60.249$, $C=9.836$, $P=1.300$, 用公式 (5) 计算该核的 $K^\pi = 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$ 各带能谱 (在 $O(6)$ 极限中只有偶宇称态, 而且 K 不能为奇数, 以下略去宇称), 然后用 (2) 式计算 $S(I)$, 结果列在表 1 中. 由表 1 可以看出, 各带中所有的 $S(I_{\text{even}}) > 0$, $S(I_{\text{odd}}) < 0$, 同时在 $K=8$ 带中从 $I=16$ 到 $I=17$ 处发生奇偶能级顺序反转. 这个现象可从以下讨论得知: 根据 (2) 式, 若 $E_{I-2} < E_I < E_{I-1}$ 则 $S(I) > +1$, 若 $E_{I-1} < E_{I-2} < E(I)$ 则 $S(I) < -1$, 因此 $|S(I)| > 1$ 表示奇偶能级顺序发生了反转. 计算结果表明, 如果取更大的 P 值, 这种奇偶能级顺序反转现象可出现在更低的 K 带中和更低的自旋处. 作为实际的 γ -软性核的 Staggering 的一个例子, 可以根据 ^{126}Ba 核的实验能谱^[13] 计算出它的实验 $S(I)$ 值: $S(4) = 0.595$, $S(5) = -0.457$, $S(6) = 0.724$, $S(7) = -0.632$, $S(8) = 0.868$, $S(9) = -0.777$, $S(10) = 0.956$. 它们与表 1 中的计算值相当接近. 不过更多的 γ -软性核具有较小的 $|S(I)|$ 值. 而且绝大多数大形变偶偶核都是轻度 γ -软性的^[3].

表 1 $O(6)+V_3$ 模型预言的 9 玻色子体系的 $S(I)$ 值

$S(I)$	$K=2$	$K=4$	$K=6$	$K=8$
$S(4)$	0.769799			
$S(5)$	-0.602573			
$S(6)$	0.725061	0.745846		
$S(7)$	-0.609163	-0.619255		
$S(8)$	0.698208	0.710117	0.711981	
$S(9)$	-0.604255	-0.606040	-0.597221	
$S(10)$	0.681352	0.683310	0.673638	0.648308
$S(11)$	-0.595467	-0.586030	-0.561356	-0.511566
$S(12)$	0.671457	0.661659	0.636061	0.584514
$S(13)$	-0.584390	-0.558832	-0.507386	-0.402251
$S(14)$	0.667850	0.642659	0.591895	0.487927
$S(15)$	-0.570290	-0.517925	-0.410042	-0.134674
$S(16)$	0.672177	0.623651	0.522658	0.258465
$S(17)$	-0.549437	-0.439073	-0.139038	2.364150
$S(18)$	0.691516	0.598488	0.330406	-3.353494

考察 PDHF 理论关于 γ -软性核的 Staggering 的预测. 假设一个具有 18 个价核子 (相

10^{-2} . 这与 PDHF 预言的出现 Staggering 之前的情形相同, 因此 PDHF 描述的 Staggering 很可能代表一种从轴对称性到 γ -软性过渡的情形.

现在转向三轴转子模型, 以 $a \equiv \hbar^2 / J_0$ 为能量单位, 取 $b = 0.0005$, 在 $\gamma = 10^\circ - 30^\circ$ 之间以 5° 的间隔计算能谱和 $S(I)$, $\gamma = 15^\circ$ 和 30° 的计算结果列在表 4 中. 分析计算结果可知, γ -刚性转子能谱只有偶 K 带没有奇 K 带, 各带中的 Staggering 与不对称角 γ 的大小有关: 当 γ 大约小于 15° 时, 仅仅 $K = 2$ 带中出现 Staggering, 且有 $S(I_{\text{even}}) < 0$, $S(I_{\text{odd}}) > 0$, $K = 8$ 以下各高 K 带中的所有 $S(I)$ 都大于零, 但数量级很小 ($10^{-3} - 10^{-2}$). 随着 γ 的增大 Staggering 现象按 K 增大的顺序逐渐进入高 K 带, 并保持 $S(I_{\text{even}}) < 0$, $S(I_{\text{odd}}) > 0$ 的规律 (与 γ -软性转子的 $S(I)$ 的锯齿相位相反). 同时, 当 γ 大约大于 20° 时, $K = 2$ 带中出现奇偶 I 能级顺序反转. 这种反转现象随 γ 的进一步增大而逐渐进入高 K 带. 发生反转时的角动量则随 K 的增大而增大, 随 γ 的增大而降低. 但在 $K \geq 6$ 的带中, 即使在最大三轴形变的 $\gamma = 30^\circ$ 时, $I = 16$ 以下也不出现反转, 虽然这时在 $K = 2$ 带中反转点的角动量已经降低到 $I = 7$ (见表 4).

表 4 三轴转子能谱的 $S(I)$ 值

γ	$\pi/12$				$\pi/6$			
	$K = 2$	$K = 4$	$K = 6$	$K = 8$	$K = 2$	$K = 4$	$K = 6$	$K = 8$
$S(4)$	-0.0098				-0.1845			
$S(5)$	0.0285				0.6060			
$S(6)$	-0.0436	0.0036			-0.5555	-0.0568		
$S(7)$	0.0852	0.0045			1.0441	0.2798		
$S(8)$	-0.1112	0.0051	0.0071		-0.9071	-0.2612	-0.0127	
$S(9)$	0.1856	0.0066	0.0082		1.4284	0.5120	0.1764	
$S(10)$	-0.2155	0.0061	0.0095	0.0135	-1.2234	-0.4831	-0.1404	0.0095
$S(11)$	0.3315	0.0101	0.0108	0.0155	1.7511	0.7527	0.3217	0.1316
$S(12)$	-0.3533	0.0056	0.0122	0.0177	-1.5060	-0.7024	-0.2906	-0.0765
$S(13)$	0.5155	0.0171	0.0138	0.0202	2.0202	0.9822	0.4849	0.2329
$S(14)$	-0.5180	0.0012	0.0155	0.0229	-1.7600	-0.9128	-0.4479	-0.1832
$S(15)$	0.7252	0.0312	0.0174	0.0260	2.2447	1.1934	0.6510	0.3524
$S(16)$	-0.7019	-0.0112	0.0194	0.0297	-1.9904	-1.1129	-0.6058	-0.2991

分析实验数据以检验前述理论预测 (实验数据取自文献 [14—17]). 首先对质量数 $A = 64 - 200$ 之间的 140 余种偶偶核的 $K = 2$ (γ -振动) 带实验能谱进行了分析, 分析结果是^[3]: 几乎所有有明显 Staggering 的核都是 γ -软性的; 几乎所有通常所谓轴对称大形变核都是轻度 γ -软性的, 或在低自旋下显示从轴对称向 γ -软性的转变; 少数核显示轻度的三轴形变, 它们是 ^{78}Ge 、 $^{170, 180}\text{Hf}$ 、 ^{186}W 、 ^{186}Pt ($S(4) < 0$); 少数核显示从 γ -软性到三轴性的转变, 如 $^{78, 80}\text{Kr}$ 、 ^{98}Ru 、 ^{160}Gd 、 ^{164}Dy 、 ^{170}Er 、 $^{192, 194}\text{Os}$ 、 $^{192, 194}\text{Pt}$ 等, ^{164}Er 更特殊, 它显示从轴对称到 γ -软性再到 γ -刚性的转变.

与 $K = 2$ 带相比 $K \geq 3$ 的高 K 带的实验数据较少. 在质量数 $A = 162 - 182$ 之间只发现 10 余种 γ -软性偶偶核, 其 $K \geq 3$ 的偶宇称高 K 带实验能谱有进一步分析的价值, 总计有 $K = 3$ 带 2 个, $K = 4$ 带 3 个, $K = 6$ 带 5 个, $K = 8, 10, 14$ 带各 1 个. 分析结果表明, 有 8 个

表 5 一些高 K 带的实验 $S(I)$ 值

核素	^{170}Yb	^{182}Os	^{182}Os	^{172}Hf	^{174}W	^{166}Er
$S(I)$	$K = 4^+$	$K = 8^+$	$K = 3^-$	$K = 4^-$	$K = 4^-$	$K = 2^-$
$S(4)$						-0.004468
$S(5)$			-0.025329			0.176331
$S(6)$	0.012658		0.090895	0.035196	-0.578973	-0.164219
$S(7)$	-0.003647		-0.011332	-0.076148	0.677195	-0.1685 ^(a)
$S(8)$	0.035210		-0.0538 ^(a)	0.080161	-0.607223	0.471305
$S(9)$	0.0283 ^(a)		0.051955	0.0925 ^(a)	0.789928	-0.287810
$S(10)$	-0.026339	0.063758	-0.118434	-0.242001	-0.713989	0.025641
$S(11)$		-0.029698	0.175718	0.220410	0.680457	
$S(12)$		0.062029	-0.243698	-0.216059	-0.614561	
$S(13)$		-0.110264	0.347370	0.217850	0.545470	
$S(14)$		0.022755	-0.387736	-0.219212	-0.496333	
$S(15)$		-0.027404	0.491891	0.237693	0.464186	
$S(16)$		-0.1162 ^(a)	-0.428834	-0.241070	-0.429463	
$S(17)$		0.193587	0.302779	0.270321	0.433711	
$S(18)$		-0.285060	-0.140732	-0.270729	-0.410526	
$S(19)$		0.384171			0.456621	
$S(20)$		-0.426772				
$S(21)$		0.517940				
$S(22)$		-0.507515				
$S(23)$		0.503641				

(a) 锯齿相位反转点.

带不显示明确的能量 Staggering, 只有 5 个带的 $S(I)$ 有符号交替, 其中 ^{170}Yb 的 $K = 4$ 带和 ^{182}Os 的 $K = 8$ 带还出现 $S(I)-I$ 图的锯齿相位反转, 如表 5 所示. 另一方面, 我们发现负宇称的八极振动带和其它负宇称高 K 带的的数据比正宇称的更丰富, 所以我们也研究了负宇称带中的 Staggering 现象. 考查了质量数在 $A = 160-186$ 之间的 16 种核素的 $K^\pi = 1^-, 2^-, 3^-, 4^-$ 的总共 27 个八极振动带. 结果表明, 除少数例外, 它们的 $S(I)$ 均满足三轴转子型规则: $S(I_{\text{even}}) < 0, S(I_{\text{odd}}) > 0$, 即有负的 $S(I)$ 锯齿相位. 一个典型的例子 (^{174}W 的 $K = 4^-$ 带) 给在表 5 中. 另有 4 个带出现 $S(I)$ 锯齿相位反转, 反转前或反转后仍满足上述规则, 表 5 列出了其中的 3 个. 这一质量区中的其余 9 个 $K \geq 5$ 的非八极振动的负宇称带, 除 ^{182}Os 的 $K = 8^-$ 带满足上述规则外都不具有明显的 Staggering, 或者说其 $S(I)-I$ 图是轴对称型的.

4 结论

通过本文的理论计算和对大量实验数据的分析可以得出结论: (1) 虽然多数 γ -软性核的正宇称高 K 带不显示 $O(6)$ 极限所要求的、明确的能量 Staggering, 但是仍有不少核显示不同程度的 Staggering. 也许当实验数据推向更高的角动量时, 更多的核会出现

Staggering, 就象 PDHF 理论所预言的那样. (2) 负宇称的八极振动带都有比较明显的三轴转子型的能量 Staggering. 为进一步对此现象所反映的核结构内含有所了解, 对八极振动进行深入的研究是十分有益的. (3) 在高 K 带中, 通过 Staggering 类型转变 (即 $S(I)$ 的锯齿相变) 所反映的核内部结构的变化比 $K=2$ 的 γ -振动带更丰富. 这表明研究高 K 带中的 $S(I)$ 的锯齿相变是有价值的. (4) 现有数据还不能证实 γ -刚性的三轴转子模型和 PDHF 理论所预言的奇偶 I 能级顺序反转的现象, 这可能是由于实验观测还没有达到发生反转所要求的较高角动量. 当然也可能上述理论在高 K 带下须作某些修改. 这些都是值得进一步研究的课题.

参 考 文 献

- [1] Casten R F, Von Brentano P. Phys. Lett., 1985, **152**(1):22—28
- [2] Zamfir N V, Casten R F. Phys. Lett., 1991, **B260**(3, 4):265—270
- [3] Liao Jizhi. Phys. Rev., 1995, **C51**(1):141—146
- [4] Hara K, Sun Y. Nucl. Phys., 1992, **A537**(1):77—99
- [5] Casten R F, Zamfir N V, Von Brentano P et al. Phys. Lett., 1991, **B265**(1):9—13
- [6] Liao Jizhi, Wang Huang-sheng. Phys. Rev., 1994, **C49**(5):2465—2471
- [7] Wang Huangsheng, Liao Jizhi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1992, **16**(10):954—960; 1994, **18**(1):91—96
(王黄生, 廖继志. 高能物理与核物理, 1992, **16**(10):954—960; 1994, **18**(1):91—96)
- [8] Liao Jizhi. Chinese Physics, 1987, **7**(2):475—480
- [9] Liao Jizhi. Chin. Jour. of Nucl. Phys. (in Chinese), 1987, **9**(3):220—229
(廖继志. 原子核物理, 1987, **9**(3):220—229)
- [10] Liao Jizhi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1987, **11**(5):682—689
(廖继志. 高能物理与核物理, 1987, **11**(5):682—689)
- [11] Liao Jizhi. Journal of Sichuan University (in Chinese), 1995, **32**(4):391—396
(廖继志. 四川大学学报, 1995, **32**(4):391—396)
- [12] Mallman C A. Nucl. Phys., 1961, **24**(3):535—575
- [13] Schiffer K et al. Z. Phys., 1987, **A327**(2):251—265
- [14] Chunmei Z. Nucl. Data Sheets, 1987, **50**(2):351—448
- [15] Shurshikov E N. Nucl. Data Sheets, 1986, **47**(2):433—539
- [16] Sood P C et al. At. Data Nucl. Data Tables, 1991, **47**(1):89—173
- [17] Singh B. Nucl. Data Sheets, 1992, **66**(4):623—703

Energy Staggering in the High K Rotational Band *

Liao Jizhi

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract Introducing the staggering index $S(I)$ to describe the energy spectra of the γ -rigid and γ -soft nuclei, it becomes very clear that there are two kinds of energy staggering for which the $S(I)-I$ plots have opposite zigzag behavior. They can be described using the axially asymmetric rotor model with vibration-rotation coupling and the interaction boson model $O(6)$ limit with three-body potential or the angular momentum projection deformed Hartree-Fock method (PDHF), respectively. The theoretical predictions for the characteristics of the staggering in high K rotational band are given. Analyzing the experimental data of high K band spectra of the nuclei in the mass range $160 \leq A \leq 184$, it is demonstrated that the energy staggering does exist in the high K band. At the same time, some evidences for the shape transition indicated by zigzag phase change of $S(I)-I$ plots are undoubtedly found.

Key words energy Staggering, high K rotational band, γ -rigid, γ -soft.

Received 8 April 1997

* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19475030)