

# $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 结构函数的测量\*

姚学义 陈国明 陈刚 陈和生 唐孝威

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 首次对 $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 衰变的结构函数进行了模型无关的实验测量,并与KS模型、IMR模型和Feindt模型进行了比较,在误差范围内,三种理论模型与实验结果一致.与OPAL组测量的 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 道的结构函数相比,在 $0.5 < Q^2 < 2.75 \text{GeV}^2$ 范围内未发现明显差异.

**关键词** 结构函数 神经网络  $\tau$ 衰变

## 1 引言

$\tau$ 轻子可以衰变到强子.由于本底干净,这为研究弱相互作用强子流提供了理想的场所.在 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 过程中,轻子流部分是清楚的,可由标准模型描述,而强子流部分则尚待研究. $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 主要通过 $a_1$ 共振态, $\tau \rightarrow a_1 \nu$ ,  $a_1 \rightarrow \rho\pi$ ,  $\rho \rightarrow 2\pi$ ,这样就有 $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 和 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 两道. $Q^2$ 值从 $3\pi$ 都静止时的不变质量平方到 $\tau$ 质量平方之间变化.手征微扰论可以描述低端( $Q^2 \rightarrow 0$ )的行为,微扰QCD可以描述高端的行为,中间是不清楚部分,目前有许多模型,它们包括Kühn-Santamaria模型(简称KS模型)<sup>[1]</sup>,Isgur-Morningstar-Reader模型(简称IMR模型)<sup>[2]</sup>和Feindt模型<sup>[3]</sup>.

Kühn和Mirkes提出了模型无关的方法研究 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 过程的弱作用强子流结构<sup>[4]</sup>,它主要是拟合 $3\pi$ 系统的结构函数.OPAL组已经拟合了 $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$ 过程结构函数<sup>[5]</sup>,并与KS模型,IMR模型及Feindt模型进行了对比.根据Colangelo等人的计算<sup>[6]</sup>,手征微扰论预言,在 $Q^2$ 的低端, $3\pi^\pm$ 与 $\pi^\pm 2\pi^0$ 的结构函数之一 $w_E$ 的走向不同<sup>[6]</sup>,这样就有兴趣研究 $\pi^\pm 2\pi^0$ 道的结构函数.由于实验上低端的事例数很少,实际上只能拟合中段的结构函数.

本文利用L3实验1991年至1994年的数据,首次对 $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 过程的结构函数进行了模型无关的测量,并与KS,IMR及Feindt模型进行了比较.

## 2 $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 的选择

本文使用L3实验的数据.L3探测器详见文献[7],它由顶点探测器、中心径迹室、

1998-02-19收稿

\* 国家自然科学基金资助(19675047)

BGO 晶体构成的电磁量能器、强子量能器和  $\mu$  子漂移室组成。

本文是在神经网络鉴别  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  工作的基础上进行的, 具体见文献 [8]. 简言之, 1) 要求取数据时, 各子探测器状态正常; 2) 要求是桶部事例,  $|\cos \theta| \leq 0.7$ ; 3) 要求事例都是在电磁量能器响应良好的区域; 4) 排除非  $\tau \tau$  本底; 5) 利用神经网络鉴别  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  事例; 6) 重建这些事例的  $\pi^0$ , 要求每个事例包含两个好  $\pi^0$ . 如此, 从 1991 年至 1994 年的实验数据中共选得 2989 个事例. 蒙特卡罗模拟研究表明选择效率为 16.5%, 而在所选的事例中本底占 20%, 主要来自  $\tau \rightarrow \pi^\pm 3\pi^0 \nu$  道, 占 14.1%;  $\tau \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \nu$  道占 5.1%; 非  $\tau$  本底可以忽略. 本文第 4 节将说明这些本底的大多数在运动学变量重建时被排除. 所选出事例的  $Q^2$  分布见图 1, 圆点代表实验数据, 直方图代表蒙特卡罗模拟结果, 阴影部分代表本底, 从图中可以看出数据和蒙特卡罗模拟符合得很好.

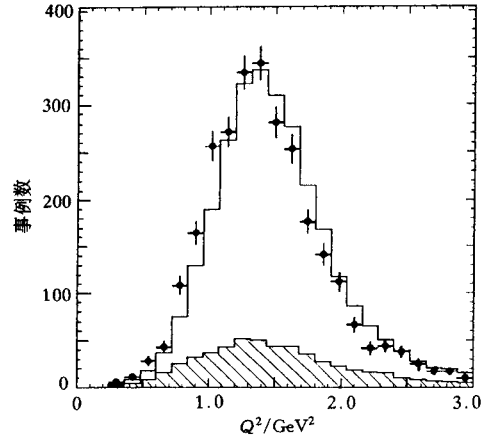


图1 所选事例的  $Q^2$  分布

### 3 $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$ 过程的理论描述

$\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  过程的微分宽度可以写成

$$d\Gamma = \sum_{\mu\nu} \frac{G_F^2}{4m_\tau} \cos^2 \theta_C L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} dPS^{(4)}, \quad (1)$$

其中  $G_F$  是费米常数,  $m_\tau$  为  $\tau$  质量,  $\theta_C$  为 Cabbibo 角,  $dPS^{(4)}$  代表相空间.  $L_{\mu\nu}$  为轻子张量,  $H^{\mu\nu}$  则为强子张量,  $\sum_{\mu\nu} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$  中共有 16 项. Kühn 和 Mirkes 建议将这一求和重新安排<sup>[4]</sup>:

$$\sum_{\mu\nu} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu} = 2(m_\tau^2 - Q^2) \sum_X L_X W_X, \quad (2)$$

式中  $L_X$  由  $L_{\mu\nu}$  组合而成, 并对  $\tau$  方向进行了平均 (因为  $\tau$  方向无法测定).  $W_X$  即为结构函数,  $W_X = W_X(s_1, s_2, Q^2)$ ,  $Q^2$  是  $3\pi$  系统不变质量的平方,  $s_1$  和  $s_2$  是 Dalitz 变量,  $s_1 = (p_2 + p_3)^2$ ,  $s_2 = (p_1 + p_3)^2$ , 其中  $p_3$  为  $\pi^\pm$  的四动量,  $p_1, p_2$  则为两个  $\pi^0$  的四动量. 由于统计性, 只研究  $W_X$  对  $Q^2$  的函数关系:

$$w_X = \int W_X(s_1, s_2, Q^2) ds_1 ds_2. \quad (3)$$

与  $\sum_{\mu\nu} L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$  一样,  $\sum_X L_X W_X$  也有 16 项. 假定  $G$  宇称守恒, 并依据 ARGUS 组的结论<sup>[9]</sup>, 忽略标量项, 则只有 4 项不为 0, 分别为  $w_A, w_C, w_D$  和  $w_E$ <sup>[4]</sup>.  $L_X$  可由电弱理论计算

出来,具体形式见文献 [4]. 由于 L3 实验的  $\tau$  是由  $Z^0$  衰变产生,因此  $\tau$  的极化是不对称的,  $L_x$  与  $\tau$  的极化性不对称  $P_\tau$  有关,本文采用 L3 实验结果  $P_\tau = -0.152$ . 另外  $L_x$  还与宇称破坏不对称参数  $\gamma_{VA}$  有关,本文采用标准模型值  $\gamma_{VA} = 1$ . 这样微分宽度可以写成:

$$d\Gamma_{\tau \rightarrow \nu 3\pi} = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{2^9 (2\pi)^6 m_\tau} \{ \bar{L}_A w_A + \bar{L}_C w_C + \bar{L}_D w_D + \bar{L}_E w_E \} \\ \times \frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{m_\tau^2 Q^2} dQ^2 d\cos\theta d\cos\beta d\gamma, \quad (4)$$

上式已对  $s_1$  和  $s_2$  积分,运动学变量  $\cos\theta$ ,  $\cos\beta$ ,  $\gamma$  的定义与文献 [4] 一致. 实验上可以根据上式拟合出结构函数.

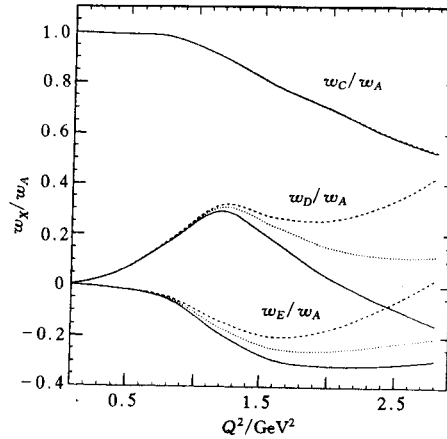


图2 三个理论模型对结构函数的预言

— Kühn等; ---- Isgur等; .....Feindt.

另一方面,从理论模型出发可以计算出结构函数. KS、IMR 和 Feindt 模型虽然出发点不同,但所得的强子流却比较相似. P. Privitera 比较了三个模型的差异<sup>[10]</sup>. 图 2 表示这三个理论模型对结构函数的预言,它并没有逐一比较  $w_x$ , 而归一到  $w_A$ . 从图中可以看出,三个模型的  $w_C/w_A$  比较一致,当  $Q^2 > 1.6\text{GeV}^2$  时,  $w_D/w_A$ ,  $w_E/w_A$  有明显差别. 三个模型都未表示  $3\pi^\pm$  和  $\pi^\pm 2\pi^0$  有何差别.

## 4 结构函数的测量

### 4.1 探测效率和探测器分辨的校正

将第二节中所选的事例进行运动学重建,运动学量包括  $Q^2$ ,  $\cos\theta$ ,  $\cos\beta$  和  $\gamma$ , 要求  $Q^2$  取值在  $0.5\text{GeV}^2$  和  $2.75\text{GeV}^2$  之间,并且  $\theta$ ,  $\beta$  和  $\gamma$  的余弦绝对值不大于 1. 上述选择条件进一步压低了本底,从蒙特卡罗模拟知,最终混入的本底只有 3.2%,用于拟合的事例数从 2989 下降到 2253.

在拟合以前对探测效率和探测器分辨进行了校正. 图 3 表示探测效率随运动学变量

$Q^2$ ,  $\cos\theta$ ,  $\cos\beta$  和  $\gamma$  的变化. 用多项式拟合得:

$$\begin{aligned}\varepsilon(Q^2) &= 0.175 + 0.121Q^2 - 0.231Q^4 + 0.088Q^6; \\ \varepsilon(\cos\theta) &= 0.163 - 0.148\cos\theta - 0.072\cos^2\theta + 0.098\cos^3\theta; \\ \varepsilon(\cos\beta) &= 0.134 + 0.003\cos\beta + 0.085\cos^2\beta; \\ \varepsilon(\gamma) &= 0.158 - 0.002\gamma + 0.011\gamma^2.\end{aligned}\quad (5)$$

式(5)被用于探测效率的校正.

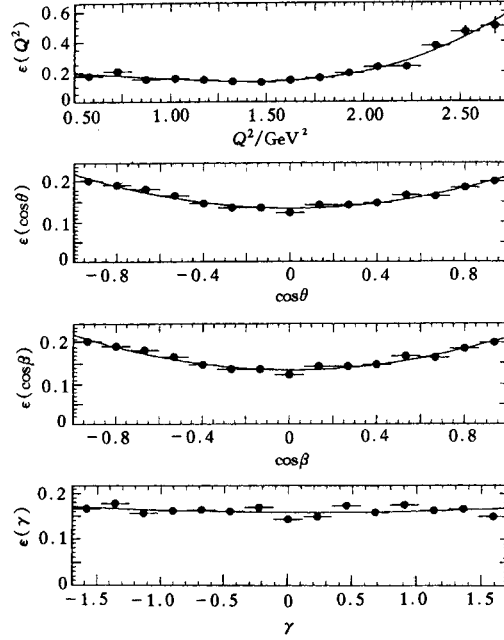


图3 探测效率随运动学变量  $Q^2$ ,  $\cos\theta$ ,  $\cos\beta$  和  $\gamma$  的变化

探测器分辨的研究与上述类似, 对每个运动学变量的每个小区间拟合分辨率, 并以此为依据进行分辨率的校正.

#### 4.2 结构函数的拟合

本文采用扩展最大似然法<sup>[11,12]</sup>拟合结构函数. 将  $Q^2$  的区间  $[0.5, 2.75]$  等间隔分成 9 个小区间, 对每个小区间  $j$  构造一个扩展似然函数:

$$(\ln\mathcal{L})_j = \sum_{i=1}^{N_j} \ln \left[ \frac{N}{\text{Corr}\Gamma_{\pi 2\pi^0}} \frac{d\Gamma}{dz} (x_i; w_A^j, w_C^j, w_D^j, w_E^j) \right] - \frac{N}{\text{Corr}\Gamma_{\pi 2\pi^0}} \Gamma(\Delta Q_j^2; w_A^j) \quad (6)$$

式中的  $w_X^j$  ( $X = A, C, D, E$ ) 是结构函数  $w_X$  在第  $j$  个小区间中的平均值, 将作为拟合参量.  $N_j$  是第  $j$  个小区间的事例数,  $N$  是总事例数,  $\text{Corr}$  是修正因子.  $\Gamma_{\pi 2\pi^0}$  是  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  的分宽度, 取 L3 结果等于 9.09%<sup>[13]</sup>.  $\Gamma(\Delta Q_j^2; w_A^j)$  相当于标准似然法中的归一化项:

$$\Gamma(\Delta Q_j^2; w_A^j) = \int_{\Delta Q_j^2} \frac{d\Gamma}{dx} (x; w_A^j, w_C^j, w_D^j, w_E^j) dx, \quad (7)$$

$dx = dQ^2 d\cos\theta d\cos\beta d\gamma$ ,  $d\Gamma/dx$  见公式 (4).

拟合过程各个小区间独立进行, 拟合结果见表 1.

表1 结构函数 $w_A, w_C, w_D$ 和 $w_E$ 的测量值

$Q^2/\text{GeV}^2$	$N_j$	$w_A/\text{GeV}^4$	$w_C/\text{GeV}^4$	$w_D/\text{GeV}^4$	$w_E/\text{GeV}^4$
0.50—0.75	74	$57 \pm 6$	$87 \pm 31$	$29 \pm 34$	$-37 \pm 42$
0.75—1.00	273	$683 \pm 31$	$351 \pm 189$	$165 \pm 212$	$-59 \pm 149$
1.00—1.25	542	$2174 \pm 77$	$2305 \pm 584$	$1536 \pm 591$	$-524 \pm 347$
1.25—1.50	606	$3341 \pm 127$	$3362 \pm 1150$	$2003 \pm 1165$	$-820 \pm 522$
1.50—1.75	446	$3673 \pm 176$	$1414 \pm 1991$	$551 \pm 2026$	$-613 \pm 668$
1.75—2.00	118	$3381 \pm 225$	$317 \pm 2925$	$-1872 \pm 2979$	$-305 \pm 765$
2.00—2.25	96	$2911 \pm 284$	$5429 \pm 5171$	$4350 \pm 3742$	$305 \pm 1000$
2.25—2.50	68	$2643 \pm 385$	$284 \pm 7027$	$4433 \pm 5242$	$-907 \pm 1415$
2.50—2.75	30	$2481 \pm 584$	$2942 \pm 14797$	$-11626 \pm 12304$	$-4417 \pm 2601$

### 4.3 结果与讨论

表 1 中所列的误差为统计误差. 系统误差的来源有事例选择、本底涨落和探测器的分辨率校正等几个方面. 利用蒙特卡罗方法对上述三方面的系统误差进行了研究, 结果总的来说小于统计误差. 因此, 本文没有计入系统误差.

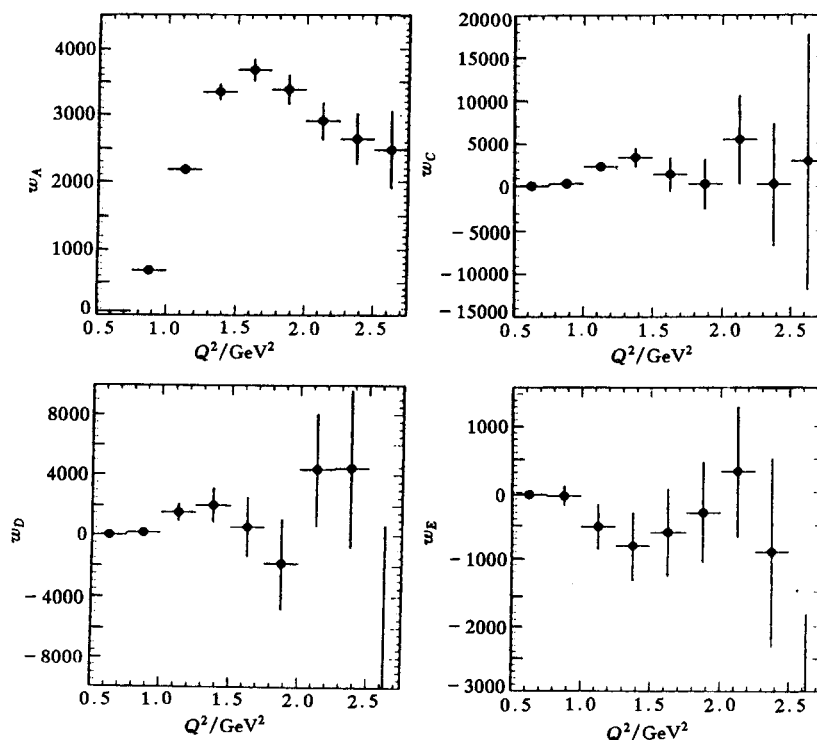


图4 测量到的结构函数 $w_A, w_C, w_D$ 和 $w_E$  的值

图 4 代表测量到的结构函数  $w_A, w_C, w_D$  和  $w_E$  随  $Q^2$  的变化. 图 5 将这一测量结果与三个理论模型进行对比, 由于测量误差较大, 三个模型都与测量结果在误差范围内符合. 与

OPAL 的结果相比<sup>[5]</sup>,  $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$  和  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  的结构函数在  $0.5 < Q^2 < 2.75$  范围内无明显差别.

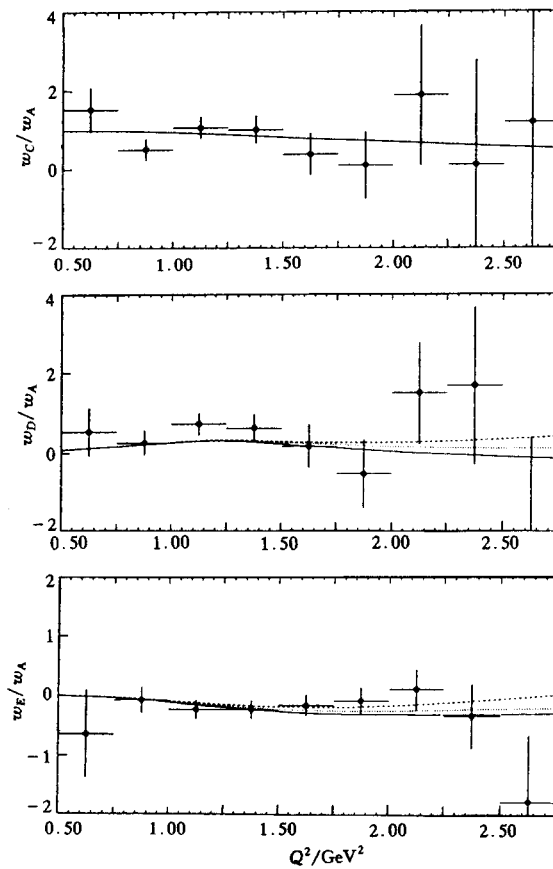


图 5  $w_C/w_A$ ,  $w_D/w_A$  和  $w_E/w_A$  测量值与模型预言的比较  
 ——Kühn 等; ----Isgur 等; .....Feindt.

虽然由于统计性的限制, 误差较大, 但结构函数的方法还是对三个理论模型进行了独立的检验, 只是目前尚不能判断这三个模型的优劣. 进一步的研究大约需要  $10^5$  个  $\tau \rightarrow 3\pi \nu$  事例, 这相当于  $\tau$ -c 工厂运行一年的数据. 有理由相信, 如果  $\tau$ -c 工厂建造成功, 将在弱作用强子流、非微扰 QCD 的研究方面取得重要进展.

## 参 考 文 献

- 1 Kühn J H, Santamaria A. Z. Phys., 1990, C48:445
- 2 Isgur N, Morningstar C, Reader C. Phys. Rev., 1989, D39:1357
- 3 Feindt M. Z. Phys., 1990, C48:681
- 4 Kühn J H, Mirkes E. Z. Phys., 1992, C56:661
- 5 Akers R et al. OPAL Collab. Z. Phys., 1995, C67:45
- 6 Colangelo G et al. Nucl. Phys. B, 1997, C55:325
- 7 L3 Collab., Nucl. Instr. and Meth., 1990, A289:35
- 8 Chen Guoming, Chen Gang. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1995, 19:692  
(陈国明, 陈刚. 高能物理与核物理, 1995, 19:692)
- 9 Albrecht H et al. ARGUS, Z. Phys., 1993, C58:61
- 10 Privitera P. Phys. Lett., 1993, B308:163
- 11 Lynos L et al. Nucl. Instr. and Meth., 1986, A245:530
- 12 Barlow R. Nucl. Instr. and Meth., 1990, A297:496
- 13 L3 Collab., Phys. Lett., 1995, B345:93

Measurement of Structure Function of  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu^*$ 

Yao Xueyi Chen Guoming Chen Gang Chen Hesheng Tang Xiaowei

(Institute of High Energy Physics, CAB, Beijing 100039)

**Abstract** The structure function of  $\tau \rightarrow \pi^\pm 2\pi^0 \nu$  is measured by model independent method. The result is compared with Kühn-Santamaria model, Isgur-Morningstar-Reader model and Feindt model. Good consistency between data and the three models is shown within the experimental error range. The comparison with the structure function of  $\tau \rightarrow 3\pi^\pm \nu$  measured by OPAL Collaboration also shows there is no obvious difference within  $0.5 < Q^2 < 2.75\text{GeV}^2$ .

**Key words** structure function, neural network,  $\tau$  decay

---

Received 19 February 1998

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19675047)