

有限温度 QCD 热力学势的双圈修正*

陈相君 张卫宁 霍雷

(哈尔滨工业大学物理系 哈尔滨 150001)

摘要 用热传播子的实时形式计算了有限温度 QCD 热力学势的一级修正,并讨论了夸克胶子等离子体中的压强修正以及强子退禁闭相变临界温度的修正。

关键词 有限温度 热力学势 夸克胶子等离子体 临界温度

1 引言

对于一个处于平衡态的热力学系统,热力学势是一个非常重要的物理量,知道了它就可知道系统的许多物理性质。有限温度场论是场的热力学理论,因此,计算有限温度场的热力学势是一个很重要的工作。格点规范理论预言高温条件下强子会发生退禁闭相变产生夸克胶子等离子体(QGP)。普遍认为在相对论重离子碰撞实验中,随着能量的不断提高,会使强子发生退禁闭相变,出现夸克胶子等离子体。夸克胶子等离子体产生后,它很快趋向于平衡态,处于平衡态的夸克胶子等离子体用有限温度 QCD 来描述。因此,计算有限温度 QCD 的热力学势对了解夸克胶子等离子体的物理性质是很重要的。在场论中,直接求热力学势是很困难的,一般要通过微扰的方法来计算它。在热力学势的微扰展开中,零级近似是理想气体的贡献,其余各级近似是真空图的贡献^[1]。文献 [2] 对有限温度 QCD 热力学势的零级近似做了讨论,本文要计算它的第一级近似——双圈真空图的贡献。考虑热力学势的第一级近似后,夸克胶子等离子体的压强修正和强子退禁闭相变临界温度的修正也要被讨论。

2 有限温度 QCD 的热力学势的一级修正

有限温度 QCD 热力学势的第一级修正是双圈真空图的贡献。对应的双圈真空图有 4 个,见图 1。由于是高圈计算,应用温度格林函数的虚时形式计算时会碰到很难处理的无穷求和,因此,本文计算时应用温度格林函数的实时形式。夸克场、胶子场(取费曼规范)和鬼场的热传播子的实时形式分别为

1998-09-17收稿

* 国家自然科学基金资助项目和哈尔滨工业大学基金资助

$$iS_{\beta}^{ij} = \delta^{ij} \mathcal{K} \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right), \quad (1)$$

其中 $i, j = 1, 2, 3$ 为夸克的色脚标; $\mathcal{K} = \gamma^{\mu} k_{\mu}$, $\delta_k = -\frac{\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} + 1}$.

$$iD_{\mu\nu}^{ab} = -\delta^{ab} g_{\mu\nu} \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right), \quad (2)$$

其中 $\delta_k = \frac{\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1}$.

$$iG^{ab} = -\delta^{ab} \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right). \quad (3)$$

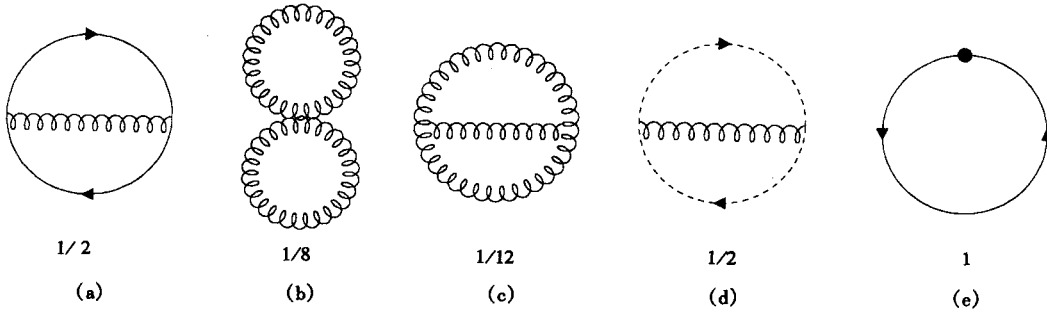


图1 双圈真空图(a)一(d)和抵消项图(e)

上述各个热传播子都含有两项,等式右边的括号打开后,第一项是零温部分的贡献,第二项是有限温度部分的贡献,应用它们可明显地把零温部分和有限温度部分分开处理.

对应图 1 四个费曼图的计算为

$$I_a = -\frac{N_f g^2}{2} \int \frac{d^D p d^D k}{(2\pi)^{2D}} \left(\frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi \delta_p \right) \left(\frac{i}{(p+k)^2 + i\eta} + 2\pi \delta_{p+k} \right) 2 \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right) N_a, \quad (4)$$

其中 N_f 来自对夸克的味求和.

$$N_a = \text{Tr}[\gamma^{\mu} T^a (\not{p} + m) \gamma^{\nu} T^b (\not{p} + \not{k} + m)] \delta^{ab} g_{\mu\nu} = -4(N^2 - 1)(p^2 + p \cdot k - 2m^2). \quad (5)$$

$$I_b = \frac{1}{8} (-ig^2) \int \frac{d^D p d^D k}{(2\pi)^{2D}} \left(\frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi \delta_p \right) \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi \delta_k \right) N_b, \quad (6)$$

$$N_b = (-1)^2 W_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd} \delta^{ad} \delta^{bc} g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} = 24N(N^2 - 1), \quad (7)$$

其中 $W_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd}$ 是 4 胶子相互作用的顶角函数.

$$I_c = -\frac{g^2}{12} \int \frac{d^D p d^D k}{(2\pi)^{2D}} \left(\frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi\delta_p \right) \left(\frac{i}{(p+k)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{p+k} \right) \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi\delta_k \right) N_c, \quad (8)$$

$$N_c = (-1)^3 f^{abc} V'_{\mu\nu\lambda}(-p-k, p, k) f^{a'c'b'} V_{\alpha\beta\rho} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \delta^{cc'} g^{\mu\alpha} g^{\lambda\beta} g^{\nu\rho} = 18N(N^2 - 1)(p^2 + p \cdot k + k^2), \quad (9)$$

其中 $V_{\mu\nu\lambda}(p, q, k)$ 是 3 胶子相互作用的顶角函数.

$$I_d = \frac{g^2}{2} \int \frac{d^D p d^D k}{(2\pi)^{2D}} \left(\frac{i}{p^2 + i\eta} + 2\pi\delta_p \right) \left(\frac{i}{(p+k)^2 + i\eta} + 2\pi\delta_{p+k} \right) \left(\frac{i}{k^2 + i\eta} + 2\pi\delta_k \right) N_d, \quad (10)$$

$$N_d = (-1)^2 [f^{abc} p_\mu f^{b'a'c'}(p+k)_\nu] \delta^{c'c} g^{\mu\nu} \delta^{aa'} \delta^{bb'} = -N(N^2 - 1)(p^2 + p \cdot k). \quad (11)$$

由于热传播子实时形式的零温部分和有限温度部分是分开的, 所以, 上述积分的零温部分和有限温度部分也是分开的. 零温部分的计算结果和温度无关, 而且重整化后只给出一个常数, 这里不考虑它. 有限温度部分的计算结果为

$$I_a = 2(N^2 - 1) N_f g^2 \left[3(m^2)^{1+\epsilon/2} \frac{i\Gamma(2-D/2)}{(4\pi)^{D/2} 2\pi^2} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2+m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2+m^2}} + 1} - i \frac{1}{8\pi^4} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2+m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2+m^2}} + 1} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2+m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{k^2+m^2}} + 1} + i \frac{m^2}{8\pi^4} \int_0^\infty dp dk \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2+m^2}} + 1} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{k^2+m^2}} + 1} \frac{p}{\sqrt{p^2+m^2}} \frac{k}{\sqrt{k^2+m^2}} \times \ln \left| \frac{(m^2 - pk)^2 - (p^2 + m^2)(k^2 + m^2)}{(m^2 + pk)^2 - (p^2 + m^2)(k^2 + m^2)} \right| - i \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{1}{12\beta^2} \right) \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2+m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2+m^2}} + 1} \right], \quad (12)$$

$$I_b = -3ig^2 N(N^2 - 1) \left(\frac{1}{12\beta^2} \right)^2, \quad (13)$$

$$I_c = \frac{9ig^2}{4} N(N^2 - 1) \left(\frac{1}{12\beta^2} \right)^2, \quad (14)$$

$$I_d = -\frac{ig^2}{4} N(N^2 - 1) \left(\frac{1}{12\beta^2} \right)^2. \quad (15)$$

双圈计算, 含有两个独立动量的积分, 当对其中一个动量进行积分而它的被积函数中不含热传播子的有限温度部分时, 它就给出紫外发散, 图 1(a) 中的紫外发散就是这种情况. 存在紫外发散就需要重整化, 抵消项的费曼图为图 1 的 (e), 其中的黑点代表抵消夸克单圈自能图中紫外发散的重整化常数. 取最小减除方案, 对应计算为

$$I_e = -\frac{N_f g^2}{16\pi^2 \epsilon} \delta^{ij} \int \frac{d^D p}{(2\pi)^{D-1}} \text{Tr}(4m - \not{p})(\not{p} + m) \delta^j \delta_p =$$

$$-12m^2 N_f (N^2 - 1) \frac{g^2}{32\pi^4 \epsilon} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2 + m^2}} + 1}. \quad (16)$$

在图 1 的 (b) 图中, 由于胶子场是无质量场, 当一个动量的积分, 被积函数中不含热传播子的有限温度部分时, 出现了下面形式的积分,

$$\int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \frac{1}{p^\alpha}, \quad \alpha > 0$$

按照维数正规化的规定, 这个积分等于零^[3], 因此, 这个图中不存在紫外发散. 关于图 1 的 (c) 图和 (d) 图的处理见文献 [7].

这样得到热力学势的第一级修正为

$$\Omega_1 = -i\beta V (I_a + \cdots + I_e) =$$

$$V g^2 \beta 2(N^2 - 1) N_f \left[\frac{3m^2}{32\pi^4} \left(-\gamma E + \ln \frac{4\pi}{m^2} + \frac{3}{2} \right) \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2 + m^2}} + 1} - \right.$$

$$\frac{1}{8\pi^4} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2 + m^2}} + 1} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{k^2 + m^2}} + 1} +$$

$$\frac{m^2}{8\pi^4} \int_0^\infty dp dk \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2 + m^2}} + 1} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{k^2 + m^2}} + 1} \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}} \frac{k}{\sqrt{k^2 + m^2}} \times$$

$$\ln \left| \frac{(m^2 - pk)^2 - (p^2 + m^2)(k^2 + m^2)}{(m^2 + pk)^2 - (p^2 + m^2)(k^2 + m^2)} \right| -$$

$$\left. \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{1}{12\beta^2} \right) \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2}} \frac{1}{e^{\beta\sqrt{p^2 + m^2}} + 1} \right] - V g^2 \frac{N(N^2 - 1)}{144} T^3. \quad (17)$$

3 夸克胶子等离子体压强的修正

在相对论重离子碰撞中产生的夸克胶子等离子体是一个多粒子系统, 开始时处于非平衡状态, 随着时空的演化它很快达到平衡态. 在研究夸克胶子等离子体的物理性质时, 人们也采用流体力学模型, 把夸克胶子等离子体看作是带色流体^[4]. 压强是描述流体的一个重要物理量, 在处于平衡态时, 按照热力学理论, 热力学势和压强之间的关系为

$$P = \frac{T\Omega}{V}. \quad (18)$$

当考虑热力学势的一级修正后, 压强也应该有个修正. 把夸克胶子等离子体看作是理想夸克气体和理想胶子气体的混合系统, 忽略粒子之间的相互作用, 可得到压强的零级近似^[5]

$$P^{(0)} = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4. \quad (19)$$

由于夸克胶子等离子体是在高温条件下产生的, 夸克的动量很大, 因此, 在处理夸克时忽略它的质量. 在上面得到的热力学势的一级修正中, 忽略夸克的质量后得到压强的一级修正为

$$P^{(1)} = -g^2 N_f \frac{5(N^2 - 1)}{4 \times 144} T^4 - g^2 \frac{N(N^2 - 1)}{144} T^4. \quad (20)$$

$P^{(1)}$ 的符号是负的, 说明考虑相互作用后, 气体的压强要减少. 在上述压强一级修正的表达式中, 还没有考虑耦合常数随温度的变化, 在有限温度情况下, 耦合常数和温度有关, 利用重整化群方程, 在单圈近似下得到耦合常数随温度的变化关系为^[6]

$$g_r^2 = \frac{g^2}{1 + (2Ng^2 / 4\pi)[8\pi^3 T^2 / 9\sqrt{3} M + 2\pi^2 T / 3M + A]}, \quad (21)$$

其中 A 是和温度无关的常数, M 为重整化群方程的参数. 由于温度很高, 在上式的分母里只保留 T 的二次方项, 得到

$$P^{(1)} = -\frac{9\sqrt{3} M}{4N\pi^2} \left[N_f \frac{5(N^2 - 1)}{4 \times 144} + \frac{N(N^2 - 1)}{144} \right] T^2. \quad (22)$$

从上式中知 $P^{(1)}$ 是 T 平方的数量级, 而压强的零级近似是 T 四次方的数量级, 可见压强的修正还是一个少量. 把两项加起来得到夸克胶子等离子体内的压强为

$$P = P^{(0)} + P^{(1)} = 37 \frac{\pi^2}{90} T^4 - \frac{9\sqrt{3} M}{4N\pi^2} \left[N_f \frac{5(N^2 - 1)}{4 \times 144} + \frac{N(N^2 - 1)}{144} \right] T^2. \quad (23)$$

4 强子退禁闭相变临界温度的修正

随着第六个夸克的间接证据被找到后, 夸克模型的正确性已得到证实. 但是, 自由状态的夸克在实验上仍然没有被发现. 关于强子结构的理论都假定自然界能观察到的是由夸克构成的色单态, 带有色量子数的夸克和胶子只能被禁闭在强子内, 即夸克囚禁. 为了描述夸克囚禁, 许多唯象模型, 象 MIT 袋模型, 孤立子模型等被提了出来. 在 MIT 袋模型中, 夸克作为无质量粒子被囚禁在一个很小范围的口袋内, 袋压强 $B(206\text{MeV})$ 指向袋内和袋内夸克和胶子运动产生的压强相平衡. 在夸克、胶子(作为理想气体)运动产生压强零级近似的情况下^[5], 有

$$37 \frac{\pi^2}{90} T^4 = B, \quad (24)$$

得到了强子退禁闭相变的临界温度为

$$T_c \sim 144 \text{ MeV}. \quad (25)$$

当考虑粒子之间相互作用时,强子内夸克、胶子运动产生的压强要进行修正,由此,强子退禁闭相变的临界温度也要进行修正.在 MIT 袋模型中,夸克是渐近自由的,处于弱耦合区,并且夸克的质量通常被忽略.在上述的计算结果中,忽略夸克的质量后,得到的压强修正由(20)式给出,取 $N = 3$, $N_f = 2$,有

$$37 \frac{\pi^2}{90} T^4 - g^2 \frac{11}{36} T^4 = B. \quad (26)$$

利用它可估计出修正后的退禁闭相变的临界温度,虽然它与耦合常数有关,但首先可以肯定,修正后,压强要减少,退禁闭相变的临界温度要升高.由于处于弱耦合区,耦合常数比较小,温度的升高不会很大.下面给几个特殊值,当 $g^2 = 0.1$ 时, $T_c \sim 144.5 \text{ MeV}$; 当 $g^2 = 0.5$ 时, $T_c \sim 145.3 \text{ MeV}$; 当 $g^2 = 1$ 时, $T_c \sim 146.7 \text{ MeV}$.

5 结束语

本文用温度格林函数的实时形式计算了有限温度 QCD 热力学势的双圈修正.利用热力学势和压强之间的关系,得到了考虑粒子间的相互作用后夸克胶子等离子体内压强的修正.计算结果表明,考虑相互作用后,夸克胶子等离子体内的压强要减少.在强子的 MIT 袋模型中,由于粒子间的相互作用,夸克、胶子的运动压强要降低,因而,强子退禁闭相变的临界温度要升高.但是,由于在袋模型中夸克处于弱耦合区,耦合常数比较小,退禁闭相变临界温度的修正还是一个少量,温度升高不大.

参 考 文 献

- 1 Kapusta J I. Finite Temperature Field Theory, Combridge: Combridge University Press, 1989, 31—36
- 2 Li Jiarong. Introduction To Quark Matter Theory (in Chinese), Changsha: Hunan Education Press, 1989, 63—68
(李家荣. 夸克物质理论导论, 长沙: 湖南教育出版社, 1989, 63—68)
- 3 Dai Yuanben. Gauge Theory of Interaction (in Chinese), Beijing: Academic Press, 1987, 181—187
(戴元本. 相互作用的规范理论, 北京: 科学出版社, 181—187)
- 4 Else H, Heinz U. Phys. Rep., 1989, **183**:81—93
- 5 Wong C Y. Introduction to High-Energy Heavy-Ion Collisions, Singapore: World Science Publishing Co. Pte. Ltd, 1994, 162—170
- 6 Fujimoto Y, Yamada H. Phys. Lett., 1987, **B193**:231—234
- 7 N. P. Landsman, Ch. G. van Weert, Phys. Rep., 1987, **145**: 141—249

Two-Loop Correction of Thermodynamic Potential of QCD at Finite Temperature *

Chen Xiangjun Zhang Weining Huo Lei

(*Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001*)

Abstract First order correction of thermodynamic potential of QCD at finite temperature are calculated by real-time formulation of Green function. The pressure correction of quark-gluon plasma and the critical temperature correction of deconfinement of hadron are discussed.

Key words finite temperature, thermodynamic potential, quark-gluon plasma, critical temperature

Received 17 September 1998

* Project supported by National Natural Science Foundation of China and the Foundation of Harbin Institute of Technology