

高能非线性现象研究的新进展*

刘 连 寿

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 经典色动力学有混沌解,但是量子混沌是一个困难的理论问题,因而高能物理中的非线性目前还只能用唯象方法进行研究. 80年代末,实验观察到多粒子末态相空间中有局域大起伏,激发了对高能非线性现象——间歇与分形研究的热潮. 实验发现,一维阶乘矩有饱和现象,这被解释为高维间歇投影到低维的结果;但是,三维阶乘矩也并没有严格的反常标度性. 这一困难在一段时间里曾使得间歇(分形)的研究陷于停顿. 以后发现,其原因在于高能多粒子末态相空间高度各向异性,因而相应的分形是自仿射分形. 只有对相空间进行正确的各向异性分割,才能观察到反常标度性. 这一预言已在 NA22 和 NA27 的实验数据中得到证实,成功地观察到了反常标度性,从而使高能非线性的研究取得突破性进展. 本文介绍这一进展,并作一些讨论.

关键词 高能碰撞 非线性现象 自仿射分形

1 引 言

我们知道,经典色动力学有混沌解^[1],且能求出 Lyapunov 指数^[2]. 由于“量子混沌”是一个困难的理论问题,因而很难将这些结果直接推广到量子色动力学(QCD). 但是,QCD的级联演化本身体现出非线性早已被注意到^[3].

高能多粒子产生中非线性的最初迹象来自 1983 年日美乳胶协作组 JACEE 报道的一个高多重数事例^[4]. 这一事例的多重数高达 1000,而一个小(赝)快度间隔中的粒子数密度起伏是平均值的两倍. 接着在 1987 年,NA22 协作组^[5]在加速器实验中也观察到所谓“钉子”事件,其中一个小快度间隔中的密度起伏达到平均值的 60 倍. 由于统计起伏而出现这样大起伏事件的几率只有 10^{-31} . 因而,实验观察到这些现象暗示着在 高能多粒子末态中存在超出统计起伏的“动力学起伏”. 这是高能碰撞中有非线性动力学演化的迹象.

Białas 和 Peschanski^[6]建议用阶乘矩(FM)来研究高能碰撞中的非线性现象. q 阶阶乘矩的定义是:

1998-05-28收稿

* 国家自然科学基金资助

$$F_q(\delta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (1)$$

其中 $\delta = \Delta/M$ 是将所研究的相空间区域 Δ 分割成 M 份时, 每个相空间元胞的大小. 如果存在非线性动力学起伏, 则 $F_q(\delta)$ 在 $\delta \rightarrow 0$ (或 $F_q(M)$ 在 $M \rightarrow \infty$) 时, 将有反常标度性

$$F_q(\delta) \propto \delta^{-\phi_q}, \quad F_q(M) \propto M^{\phi_q}, \quad (2)$$

即, $F_q(\delta) \sim 1/\delta$ 或 $F_q(M) \sim M$ 的双对数图将呈现为向上的直线. 对比形成湍流时的类似情况, 称这一现象为“间歇”. 它体现了所研究的系统中由非线性动力学决定的分形特征.

这一建议引发了在 高能实验中研究非线性现象(间歇、分形)的热潮^[7]. 在短短几年里, 在各种不同类型的高能碰撞——强子-强子、轻子-轻子、轻子-强子、强子-核、核-核碰撞中都进行了这一研究. 开始时, 普遍观察到一维 $F_q(M)$ 在 M 增大时的上升, 进一步激发了研究的兴趣. 但不久就发现, 这一上升在 M 继续增大时趋于饱和. 图 1 的第一列显示了一个典型实验结果. Ochs^[9] 成功地解释了一维阶乘矩的这种饱和现象, 指出这是高维分形投影到一维所产生的效果. 但是进一步的研究发现, 三维阶乘矩和空间分割数 M 的双对数图也不是直线, 而是向上弯, 参看图 1 的第三列. 经过这样的多方努力, 仍未能观察到阶乘矩的反常标度性, 使得在一段时间里, 这一领域的研究陷于停顿.

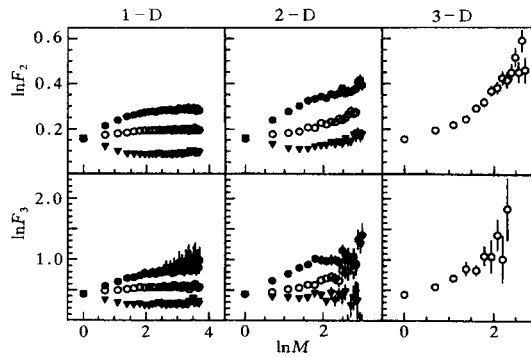


图 1 一个典型的阶乘矩实验结果

$$1-D \begin{cases} \bullet y \\ \circ p_t \\ \blacktriangledown \varphi \end{cases}; \quad 2-D \begin{cases} \bullet (y, p_t) \\ \circ (y, \varphi) \\ \blacktriangledown (p_t, \varphi) \end{cases}; \quad 3-D \circ (y, p_t, \varphi); \quad (\text{数据取自文献 [8]}) .$$

1993年, 我们认识到^[10], 这一情况与高能多粒子末态相空间高度各向异性^[11]有关. 在各向异性相空间中的动力学起伏很有可能也是各向异性的. 如果是这样, 对应的分形就是自仿射分形^[12,13]. 以往的研究之所以失败, 是由于忽视了这一事实, 将各向异性的自仿射分形当作各向同性的自相似分形来分析, 因而得不到阶乘矩的反常标度性. 只有正确地考虑了多粒子末态的自仿射性质, 才能观察到由其中的动力学起伏所引起的阶乘矩的反常标度性. 这一预言先后在 NA22 和 NA27 两个实验组的数据中得到完全的证实, 成功

地观察到了多粒子末态的自仿射分形.

在第 2 节里, 介绍高能碰撞的自仿射分形理论. 第 3 节介绍在 NA22 和 NA27 两个实验组的数据中所观察到的自仿射分形. 第四节给出总结和讨论.

2 高能碰撞的自仿射分形

在讨论各向异性的自仿射分形时, 首先要注意, “分形” 所研究的是物理量的标度行为, 而不是它的绝对数值. 各向异性分形是物理量在各个方向上的标度行为不同, 而不是在各个方向上的绝对数值不同. 图 2(a) 和 (b) 是两个典型例子^[13]. 图 2(a) 的每一根基元

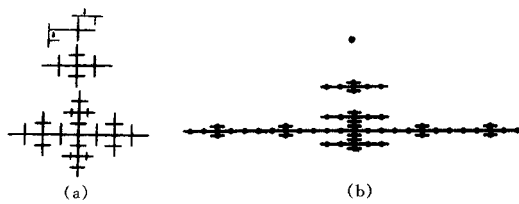


图 2 两个典型的分形体

(a) 各向同性的自相似分形;

(b) 各向异性的自仿射分形, (取自文献[13]).

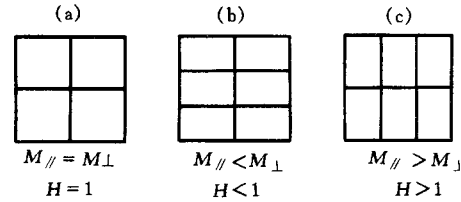


图 3 不同空间分割方式的示意图

线段在横向和纵向上有不同的长度, 但是在这两个方向上却有相同的标度性质. 当演化时, 在横向上和纵向上都是一变为二; 或者反过来说, 当空间分割时, 在横向和纵向上都是一分为二. 因此, 虽然它有各向异性的形状, 但是却是各向同性的(自相似)分形. 图 2(b) 则不然. 它在演化时, 横向一变为五, 纵向一变为三, 所以它是各向异性的自仿射分形.

“分形”的特征是“部分与整体相似”, 而且这一相似性在空间无限分割时始终成立. 在高维情况下, 能否观察到部分与整体的相似, 依赖于对空间在不同方向上如何进行分割. 这形象化地表示在图 3 上. 如果部分与整体的相似是在不同方向上进行相同的分割, 即: 不同方向上有相同的分割数的时候成立(参看图 3(a)), 这一系统就是各向同性的自相似分形; 而如果部分与整体的相似性是在不同方向上进行不同的分割, 即: 不同方向上有不同的分割数时成立(参看图 3(b) 和图 3(c)), 就是各向异性的自仿射分形.

为了简单起见, 考虑二维相空间 (x_a, x_b) . 假定 q 阶乘矩 F_q 在自仿射变换

$$\delta x_a \rightarrow \delta x_a / M_a; \quad \delta x_b \rightarrow \delta x_b / M_b, \quad M_a \leq M_b \quad (3)$$

下有反常标度性

$$F_q(\delta x_a / M_a, \delta x_b / M_b) = (M_a M_b)^{\phi_q} F_q(\delta x_a, \delta x_b). \quad (4)$$

就称之为自仿射分形. 描述这一自仿射分形的特征量是空间分割数 M_a 和 M_b 的对数比

$$H = \ln M_a / \ln M_b \quad (0 \leq H \leq 1), \quad (5)$$

称为赫斯特指数.

每一个高能碰撞实验产生的多粒子末态有一个特定的赫斯特指数 H 。当且仅当相空间按这一赫斯特指数所规定的方式(见式(3),(5))进行各向异性分割时,所得到的阶乘矩才有反常标度性。也就是说,只有按这一赫斯特指数所规定的方式进行各向异性分割,得到的阶乘矩和空间分割数的双对数图才是直线。如果按其它方式分割,特别是如果各向同性地分割空间(不同方向有相同的分割数),所得到的 $F_q \sim M$ 的双对数图将向上弯^[14]。

因此,为了观察到一个特定高能碰撞实验中的反常标度性,首先需要知道它的赫斯特指数,并按照这一赫斯特指数的值来各向异性地分割相空间。每个高能碰撞实验的赫斯特指数的值可以通过将这一实验所得到的一维二阶阶乘矩和 Ochs 提出的饱和公式^[9]

$$F_2^{(a)}(\delta x_a) = \alpha_a - \beta_a \exp\left(\frac{\ln C_w^2 - \ln \lambda_b}{\ln \lambda_a} \cdot \ln M_a\right) \quad (6)$$

拟合而得到。上式是将二维相空间区域 Ω_{ab} 分割 ν 代, λ_a 和 λ_b 是每代分割中 a 和 b 两个方向上的分割数, $M_i = \lambda_i^\nu$ ($i = a, b$) 是分割到 ν 代时的总分割数, C_w^2 是每次分割的基元几率的二阶矩。这一公式可以写成如下形式

$$F_2^{(i)}(M_i) = A_i - B_i M_i^{-C_i} \quad (i = a, b). \quad (7)$$

将 a 和 b 两个方向上的一维阶乘矩的实验数据和这一公式拟合,得到参数 C_a, C_b , 就可以求出赫斯特指数^[15]

$$H_{ab} = \frac{1 + C_b}{1 + C_a}. \quad (8)$$

按这一赫斯特指数各向异性地分割相空间,就能观察到高维阶乘矩的反常标度性。

3 高能碰撞自仿射分形的实验证实

上述预言已经在 NA22^[16,17] 和 NA27^[18] 两个实验组的数据中得到证实。

3.1 250GeV/c π^+ (K^+) p 碰撞的自仿射分形

西欧核子研究中心(CERN)的 NA22(EHS)实验^[19]用一个快速循环泡室(RCBC)作靶, 250GeV/c 的 π^+ 和 K^+ 介子束流作射弹。在相空间区域

$$-2 \leq y \leq 2, \quad 0 < \varphi \leq 2\pi, \quad 0.001 \leq p_{\perp} \leq 10 \text{ GeV}/c \quad (9)$$

中进行分析,得到的一维阶乘矩画在图 4 上。图中的曲线是用(7)式符合的结果。为了消除动量守恒的影响^[20],在符合时对 y 和 p_{\perp} 丢掉了第一个点,对 φ 丢掉了前三个点。由符合的参数按(8)式得到赫斯特指数

$$H_{p_{\perp}\varphi} = 0.99 \pm 0.01; \quad H_{yp_{\perp}} = 0.48 \pm 0.06; \quad H_{y\varphi} = 0.47 \pm 0.06. \quad (10)$$

我们看到, $H_{p_{\perp}\varphi} \approx 1$, 表明在横向平面内,动力学起伏是各向同性的;而 $H_{yp_{\perp}}$ 和 $H_{y\varphi} \approx 0.5$, 表明在纵-横平面内,动力学起伏各向异性,相应的分形是自仿射分形。这和我们的预期完

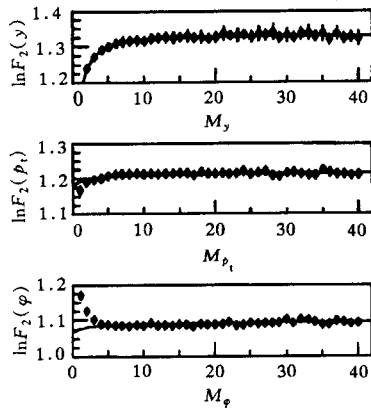


图 4 250GeV/cπ⁺(K⁺)p 碰撞的一维二阶阶乘矩

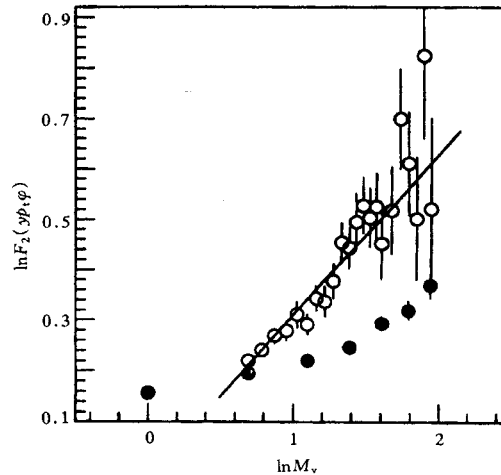


图 5 250GeV/cπ⁺(K⁺)p 碰撞的三维二阶阶乘矩

○ Self-Affine $H_{yp_1} = H_{y\phi} = 0.475$ $H_{p_1\phi} = 1$;
● Self-Similar All $H = 1$.

全一致。

为了确定地证实上述结论,需要用所得到的赫斯特指数对三维阶乘矩作自仿射分析,看是否能得到反常标度性($F_q^{3D} \sim M$ 的双对数图是否能成为直线)。在文献 [16] 中采用近似

$$H_{p,\phi} = 1, H_{yp_1} = H_{y\phi} = 0.5 \tag{11}$$

对三维二阶阶乘矩进行了这一检验,并和 $H_{p,\phi} = H_{yp_1} = H_{y\phi} = 1$ 的自相似分析作了对比。结果表明,采用由 (11) 式的赫斯特指数所表征的自仿射分析,的确改善了阶乘矩的反常标度性,使自相似分析时在 $F_2^{3D} \sim M$ 的双对数图中出现的上弯现象消失,较好地符合于一条直线。

但是文献 [16] 的结果仅限于整数分割数 M 。在近似 (11) 之下,在实验的统计量允许的范围只能取以下一组 M 值

在 2 维分析中取: $M_y = 1, 2, 3, \dots, 10$, $M_{p_1} = M_\phi = 1, 4, 9, \dots, 100$

在 3 维分析中取: $M_y = 1, 2, 3, \dots, 7$, $M_{p_1} = M_\phi = 1, 4, 9, \dots, 49$

因而在 3 维情况下只有 7 个点。为了消除动量守恒的影响,丢掉第一个点,只剩下 6 个点,难以可靠地判断双对数图是否直线。文献 [17] 采用文献 [21, 22] 中发展的非整数分割数的阶乘矩分析方法,用赫斯特指数

$$H_{p,\phi} = 1, H_{yp_1} = H_{y\phi} = 0.475 \tag{12}$$

进行各向异性的空间分割,得到了实数 M 的三维二阶阶乘矩。结果见图 5。由图可见,在去掉第 1 点消除动量守恒影响以后,各向同性的自相似分析(所有的赫斯特指数均为 1)得到的结果(图中的实心点)向上弯;而用式 (12) 中的赫斯特指数作自仿射分析的结果(图中的空心点)和直线符合得很好。这样就用实验首次证实了,高能强子-强子碰撞多粒子末

态相空间中有各向异性的动力学起伏(自仿射分形).

用 B 表示图 5 中直线的斜率,

$$\ln F_2 = A + B \ln M_y. \quad (13)$$

它和按(12)式中的赫斯特指数进行的自仿射分析的三维二阶乘矩的反常标度指数 ϕ_2^{3D}

$$\ln F_2 = a + \phi_2^{3D} \ln M_{3D} \quad (14)$$

之间有关系

$$M_{3D} = M_y M_p M_\phi = M_y^{1 + \frac{1}{H_{y\eta}} + \frac{1}{H_{y\phi}}},$$

$$\phi_2 = B / \left(1 + \frac{1}{H_{y\eta}} + \frac{1}{H_{y\phi}} \right). \quad (15)$$

由此可求出 250GeV/ $c\pi^+(K^+)p$ 碰撞多粒子末态自仿射分形的三维二阶标度指数

$$\phi_2^{3D} = 0.061 \pm 0.010. \quad (16)$$

3.2 400GeV/ $c\pi p$ 碰撞的自仿射分形

文献 [18] 中用西欧核子研究中心 (CERN) 的 NA27 实验组^[23] 提供的 400GeV/ c pp 碰撞的大型欧洲泡室 (LEBC) 照片, 进行了类似的分析. 由符合一维阶乘矩 (见图 6 和表 1)

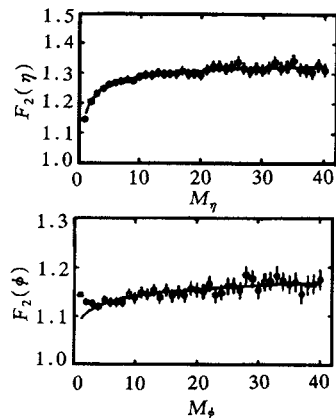


图6 400GeV/ c pp 碰撞的一维二阶乘矩

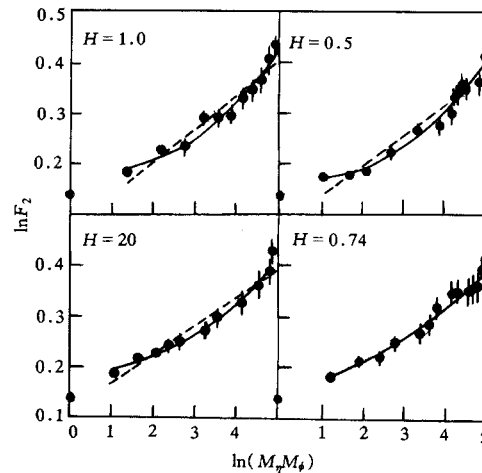


图7 400GeV/ c pp 碰撞不同赫斯特指数的二维二阶乘矩

表1 用一维饱和公式(7)拟合400GeV/ c 的 pp 碰撞的结果

变量	A	B	C	χ^2/NDF
η	1.371 ± 0.025	0.222 ± 0.018	0.425 ± 0.109	8.449/36
ϕ	1.509 ± 0.018	0.420 ± 0.039	0.057 ± 0.021	11.36/34

得到赫斯特指数

$$H_{\text{np}} = 0.74 \pm 0.07 . \quad (17)$$

为了表明这一赫斯特指数的唯一性, 文献 [8] 分别用 $H = 0.5, 0.74, 1, 2$ 等 4 个不同赫斯特指数进行了二维 $\ln F_2 \sim \ln M$ 的分析, 并用直线和二次曲线

$$\ln F_2 = a - b \ln M + c (\ln M)^2 \quad (18)$$

对所得结果进行了拟合, 如图 7 和表 2. 图中的点线和实线分别是直线拟合和 (18) 式中的二次曲线拟合 (略去第一点). 由图可见, 只有按照从一维饱和曲线得到的赫斯特指数 $H_{\text{np}} = 0.74$ 分割相空间, $\ln F_2 \sim \ln M$ 才有好的线性, 即: 只有在这样特定的各向异性分析下阶乘矩才有反常标度性; 只要赫斯特指数不等于这个值, 无论是比它大还是比它小, $\ln F_2 \sim \ln M$ 都明显地不是直线. 另一方面, 从表 2 看到, 当 $H_{\text{np}} = 0.74$ 时, 二次项的系数最小, 一次项的系数是正的; 而当 H 取其它值时, 二次项的系数较大, 一次项的系数是负的. 这些都证明, 在这一实验中, 多粒子末态相空间是 $H_{\text{np}} = 0.74$ 的自仿射分形.

表2 用二次曲线(18)拟合二维二阶阶乘矩的结果

H	a	b	c
0.50	0.1807	-0.02127	0.01311
0.74	0.1442	0.02425	0.00487
1.00	0.1935	-0.01971	0.01298
2.00	0.1921	-0.00621	0.01001

4 总结和讨论

4.1 实验结果说明了什么

以上我们看到, NA22 和 NA27 实验组的数据证实了自仿射分形理论的预言. 这是偶然的巧合, 还是真实的物理? 实验和理论的这一符合是平庸的吗? 自仿射分形 (各向异性动力学起伏) 是实验现象的唯一可能解释吗?

针对这一问题, 我们做过一些模型试验, 其中包括在二维相空间中随机地丢一些“钉子”的玩具模型. 利用这些模型得到的蒙特-卡洛样本, 做阶乘矩分析的结果表明, 只用这些简单的模型就能得到一维阶乘矩的饱和和二维阶乘矩的上弯. 这在表面上看来, 似乎和实验结果一致. 但是, 当试图改变空间分割方式 (采用不同的 H 值) 来消除这一上弯现象时, 却都失败了. 在这些模型中, 二维阶乘矩的上弯基本上不受空间分割方式的影响. 这表明, 实验上发现的, 当 (且仅当) 用符合一维阶乘矩得到的 H 值各向异性地分割相空间时, 才能观察到阶乘矩的反常标度性 (才能使 $\ln F \sim \ln M$ 成为直线) 是高度非平庸的. 它在很高的可靠程度上证实了强子-强子碰撞多粒子末态的确有各向异性的非线性动力学起伏 (自仿射分形). 这表明, 从 80 年代初开始探寻了十余年的, 高能碰撞中的动力学起伏, 确实已经在强子-强碰撞中成功地被观察到.

4.2 自仿射的单重分形和多重分形

由 Mandelbrot 首先提出的各向异性自仿射分形已经有很多的研究^[13],但局限于单重分形.对多重分形的研究^[24]则仅讨论了各向同性情况(自相似分形).这里是首次考虑自仿射的多重分形.

单重分形的分形维数是用箱覆盖法定义的^[13].对各向异性的自仿射分形体用各向同性的箱来覆盖,自然无法得到一个确定的维数.这就是为什么在文献中反复强调“自仿射分形没有确定的分形维数”.

多重分形的维数(Renyi 维数)则是用矩的反常标度性来定义^[24].对于有特定赫斯特指数的各向异性自仿射分形,在考察反常标度性时,按照这一赫斯特指数的要求各向异性地收缩空间,能毫无困难地求出各阶 Renyi 维数,并能得到整个分形谱^[25].这样,就打开了对高能碰撞多粒子末态的分形性质进行系统研究的广阔领域.

4.3 以 Q^2 为变量的矩的标度无关性

有的作者提出,应该用两粒子 4 动量差的平方 Q^2 作变量来研究标度无关性^[26,27].实验上的确观察到了这一标度无关性,图 8 中显示了一个例子.

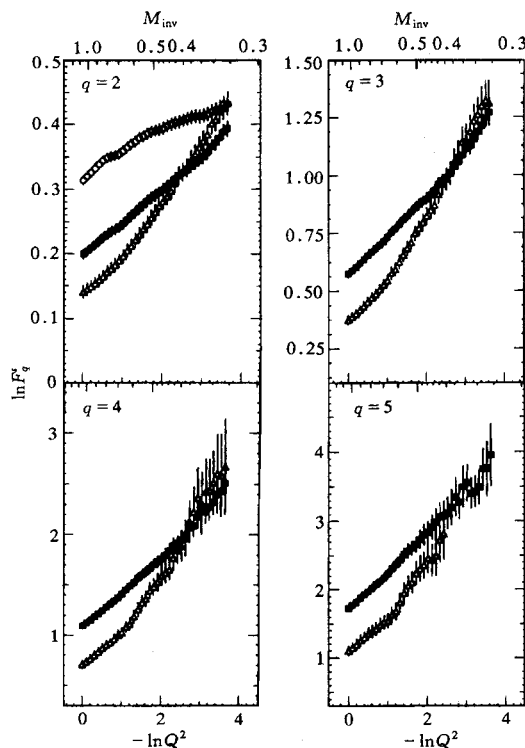


图 8 以 Q^2 为变量的矩的标度无关性

■ all charged; Δ negative only; \circ unlike charged; (取自文献 [7]).

下面对此作几点评论:

(1) Q^2 本质上是一维的. 以它为变量的矩的标度无关性的研究不能取代三维相空间中标度无关性的研究. Q^2 矩反映的是二粒子关联, 而三维阶乘矩反映的是相空间中粒子分布的起伏. 两者相互补充而不能相互代替. 特别是, 用 Q^2 矩无法研究相空间中的各向异性动力学起伏, 而这一动力学起伏正是从 80 年代初以来普遍关注的重要物理问题.

(2) 矩随 Q^2 的变化是研究玻色-爱因斯坦关联(HBT 关联)的基本工具^[28]. 它通过傅里叶变换和发射粒子的源在几何空间中的性质相联系. 在研究 HBT 关联时, 通常是将 Q^2 矩用高斯函数或指数函数拟合, 所得到的拟合参数与发射粒子的源在几何空间中的大小有关. 但是, 如果 Q^2 矩有反常标度性, 就不应该用高斯函数或指数函数而应该用幂函数来拟合. 新的实验结果^[29]倾向于这一看法, 参看图 9. 这可以解释为发射粒子的源在几何空间中有分形性质^[30].

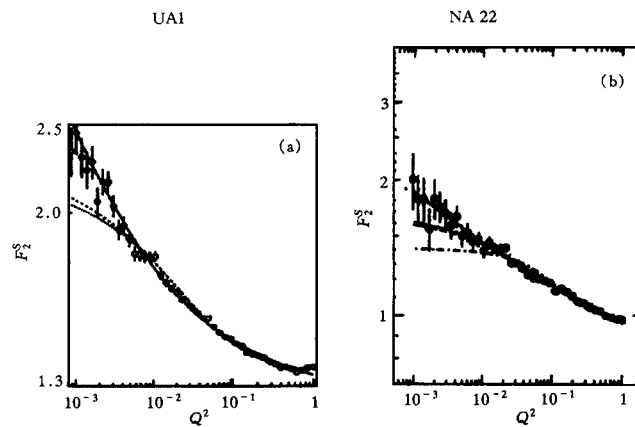


图 9 以 Q^2 为变量的矩和三种不同函数的符合情况

(a) —— power law; exponential Q ; - - - - double exponential Q ;
 (b) —— power law; exponential; double exponential; - - - - gaussian.

(取自文献 [29]).

4.4 硬、软过程的不同分形性质

QCD 部分子簇射是产生多粒子的硬过程. 它的分形性质在理论上早有讨论^[3], 用蒙特-卡洛模拟也能得到^[7]. 但是, 这一分形是各向同性的自相似分形还是各向异性的自仿射分形有待进一步研究. 这里我们作一点尝试性的讨论.

图 10(a)上画出了图 2(a)所示的自相似分形的右半. 图 10(b)上画出了 QCD 部分子级联簇射的示意图^[3]. 两者明显地类似, 差别只在于 QCD 级联的衰变顶点是 $1 \rightarrow 2$, 而图 2(a)中的“级联衰变顶点”是 $1 \rightarrow 3$. 因此, 可以预期 QCD 部分子簇射这样的硬过程所对应的分形是各向同性的自相似分形. 从现有的 e^+e^- 碰撞三维阶乘矩的实验结果^[31]也可

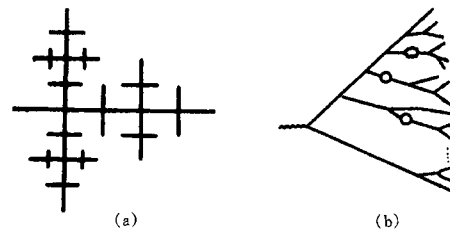


图 10 两种级联过程的对比

以看到, 去掉第一点以消除动量守恒的影响以后, $\ln F \sim \ln M$ 和直线很接近, 没有明显的上弯. 进一步对此加以研究是很有兴趣的.

如果这一猜测是正确的, 就表明多重产生的硬过程和软过程有不同的机制. 前者是微扰 QCD 能很好地描述的部分子级联簇射, 因而是各向同性的自相似分形. 后者是微扰 QCD 不能处理的非微扰过程, 它产生各向异性的自仿射分形.

仔细考察图 2(b) 中的自仿射分形示意图可以看到, 它不是像图 2(a) 那样通过一个个 $1 \rightarrow 3$ 的“顶点”级联衰变发展起来, 而是类似于“树”的生长, 每根“树枝”上生出几个“节”, 然后每个节又长成“枝”. 由一个个顶点级联衰变发展起来的结构可以用微扰处理, 而像“树枝”那样生长出来的结构则是微扰所不能处理的“非微扰”过程.

探索多粒子产生软过程中产生自仿射分形的机制是一个有重要意义的课题.

参 考 文 献

- 1 Matinyan S G. Sov. J. Part. Nucl., 1985, **16**:226
- 2 Müller B, Trayanov A. Phys. Rev. Lett., 1992, **68**:3387; Gong C. Phys. Lett., 1993, **B298**:257; Phys. Rev., 1994, **D49**:2642
- 3 Veneziano G. Proc. 3rd Workshop on Current Problems in High Energy Particle Theory, Florence 1979, In: Casalbuoni R et al. Baltimore: Johns Hopkins Univ. Press, 1979. 45
- 4 Burnett T H et al. (JACEE), Phys. Rev. Lett., 1983 **50**:2062
- 5 Adamus M et al. (NA22), Phys. Lett. 1987, **B185**:200
- 6 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**:703; 1988, **B308**:857
- 7 De Wolf E A, Dremin I M, Kittel W. Phys. Rep., 1996, **270**:1
- 8 Agababyan N M et al. (NA22), Z. Phys., 1993, **C59**:405
- 9 Ochs W. Phys. Lett., 1990, **B247**:101
- 10 Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Phys. Rev. Lett., 1993, **70**:3197
- 11 Van Hove L. Phys. Lett., 1969, **28B**: 429
- 12 Mandelbrot B. The Fractal Geometry of Nature, Freeman, NY, 1982
- 13 Vicsek T. Fractal Growth Phenomena, World Scientific, Singapore, 1989
- 14 Wu Yuanfang, Zhang Yang, Liu Lianshou. Phys. Rev., 1995, **D51**:6576
- 15 Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Science in China (in Chinese) 1995, **A38**:435
(吴元芳, 刘连寿. 中国科学, 1994, **A24**:1299)
- 16 Agababyan N M et al. (NA22), Phys. Lett., 1996, **B382**:305
- 17 Agababyan N M et al. (NA22), Phys. Lett. 1998 accepted
- 18 Wang Shaoshun, Wang Zhaomin, Wu Chong, Phys. Lett., 1997, **B410**:323
- 19 Aguilar-Benitez M et al. Nucl. Instrum. Methods, 1983, **205**:79
- 20 Liu Lianshou, Zhang Yang, Deng Yue. Z. Phys., 1997, **C73**:535
- 21 Liu Lianshou, Zhang Yang, Wu Yuanfang, Z. Phys., 1996, **C69**:323
- 22 Liu Lianshou, Chen Gang, Gao Yanmin. On the Factorial Moment Analysis with Non-integer Partition Number, Submitted to European J. of Phys.
- 23 Aguilar-Benitez M et al. (NA27), Z. Phys., 1986, **C31**:491; 1989, **C40**:321; 1989, **C44**:531; 1991, **C50**:405
- 24 Paladin G, Vulpiani A. Phys. Rep., 1987, **156**:147
- 25 Agababyan N M et al. (NA22), The Self-affine Multi-fractal Spectral Function in 250 GeV/c $\pi^+ p$ and $K^+ p$ Collisions, to be published in Phys. Lett., B
- 26 Dremin I M. Mod. Phys. Lett., 1988, **A3**:1333

- 27 Carruthus P. Ap J., 1991, **380**:24; Lipa P, Carruthus P, Eggers H C, Buschbeck B. Phys. Lett., 1992, **B285**: 300
- 28 Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, **C20**:2267; Chapman S, Scotto P, Heinz U. Phys. Rev. Lett., 1995, **72**:4400, and the papers cited therein
- 29 Kittel W. Talk Given at the Workshop on Density Fluctuations in Multiparticle Production, 1998 Wuhan
- 30 Bialas A. Nucl. Phys., 1992, **A545**:285; Acta Phys. Pol., 1992, **B23**:561
- 31 Abreu P (DELPHI). Nucl. Phys., 1992, **B386**:471

New Progress in the Study of High Energy Non-Linear Phenomena*

Liu Lianshou

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)

Abstract Classical Chromodynamics has chaos solution. But quantum chaos is a very difficult theoretical problem. Therefore, at present the non-linear study in high energy physics can only be carried on using phenomenological methods. By the end of eighties, large local fluctuations were observed in experiments, which stimulated extensive study on high energy non-linear phenomena——intermittency and fractal. It was observed experimentally that 1-dimensional factorial moments tend to saturate. This was explained as the result of projection of higher-dimensional intermittency into lower dimension. However, even in 3-dimension the factorial moments do not obey a strict scaling law. This difficulty has brought the study to a standstill. Later, it was recognized that the reason lies in the fact that the phase space of high energy multiparticle final states is highly anisotropy and therefore the corresponding fractal is self-affine. The anomalous scaling can be observed when and only when the phase space is divided in a correct anisotropical way. This prediction has been verified in the experimental data from NA22 and NA27. The anomalous scaling in these experiments has been observed successfully, making a breakthrough in high energy non-linear study. This progress is reviewed in this paper together with some comments and discussions.

Key words high energy collision, non-linear phenomena, self-affine fractal

Received 28 May 1998

* Supported by the National Natural Science Foundation of China