

^{24}Mg 集体态的三体非对角 玻色相互作用修正*

狄尧民 吕华平

(徐州师范大学 徐州 221009)

摘要 引入三体非对角的玻色相互作用计算了 ^{24}Mg 的能谱,克服了以往理论谱中 0_2^+ 过低的困难,改进了理论和实验的符合程度.说明在某些情形下三体非对角的玻色相互作用有可能是重要的.

关键词 相互作用玻色子模型 三体非对角相互作用 轻核 集体态

1 引言

相互作用玻色子模型(IBM)在描述偶偶核的低集体激发态方面取得了很大的成功.该模型的通常形式(IBM-I和IBM-II)将玻色子理解为同种价核子组成的核子对.这一图象对中重核和重核无疑是正确的,但在轻核中由于质子、中子可能处于同一主壳层,这就存在着质子与中子也可能配对的问题.为此,J.P.Elliott等引入了质子-中子玻色子,提出了IBM的同位旋不变形式^[1],即IBM-III,考虑了质子和中子之间还存在着与同种核子不同的配对方式,引入了赝自旋并将模型发展为IBM-IV^[2].在IBM-IV中,系统的群结构为 $U_{sr}(6) \otimes U_{sd}(6)$,其中第一个 $U(6)$ 群与赝自旋-同位旋自由度相应,后者与通常的sd空间相应.但我们仅讨论偶偶核中的集体态时,只要考虑在上述两空间中均为对称的态,这些态与IBM-I中的态一一对应,而IBM-IV中的相互作用也可以归结为等效的IBM-I相互作用,因此实际的计算还是用了IBM-I.文献[3,4]的计算说明了用IBM讨论sd壳层的一些核素的性质是成功的,但用IBM对轻核的计算仍有不尽人意之处. ^{24}Mg 是sd壳层核数据最为丰富的核素,因此该核对各种模型的检验有着很重要的意义.在 ^{24}Mg 的实验值中, 0_2^+ 能级高出 3_1^+ 能级很多,而有关计算中 0_2^+ 均低于 3_1^+ .一些微观和唯象的研究表明,在一些情况下引入三体相互作用是必要的.本工作引入三体非对角相互作用,对 ^{24}Mg 集体态的计算作了修正,改进了理论和实验的符合程度.

1998-04-03收稿

* 江苏省教委自然科学基金资助

2 三体玻色相互作用

引入了三体玻色相互作用,系统的哈密顿量可以写成如下形式

$$H = H_{sd} + H_{\text{tri}}, \quad (1)$$

其中 H_{sd} 为通常的 IBM-1 哈密顿量, H_{tri} 为三体相互作用. H_{tri} 又可写成如下形式

$$H_{\text{tri}} = H_{\text{tri}}^{(0)} + H_{\text{tri}}^{(1)} + H_{\text{tri}}^{(2)} + H_{\text{tri}}^{(3)}, \quad (2)$$

其中 $H_{\text{tri}}^{(0)}$ 为

$$H_{\text{tri}}^{(0)} = \sum_{L, l_1, l_2} \theta_{L, l_1, l_2} [(d^+ d^+)^{L_1} d^+]^{(L)} \cdot [(\tilde{d}\tilde{d})^{L_2} \tilde{d}]^{(L)}, \quad (3)$$

这里 $L = 0, 2, 3, 4, 6$, 当 $L = 0$ 时 $l = 2$, $L = 2$ 时 $l = 0, 2, 4$, $L = 3$ 时 $l = 2, 4$, $L = 4$ 时 $l = 2, 4$, $L = 6$ 时 $l = 4$. 其中 l 表示 l_1 和 l_2 . 为了保证 $H_{\text{tri}}^{(0)}$ 的厄米性, 系数 θ_{L, l_1, l_2} 对指标 l_1, l_2 应是对称的. $H_{\text{tri}}^{(1)}$ 的形式为

$$H_{\text{tri}}^{(1)} = \sum_L \xi_{L, l} [(d^+ d^+)^L d^+]^{(L)} \cdot [\tilde{d}\tilde{d}\tilde{s}]^{(L)} + \text{h.c.}, \quad (4)$$

这里 $L = 0, 2, 4$, 当 $L = 0$ 时 $l = 2$, $L = 2$ 时 $l = 0, 2, 4$, $L = 4$ 时 $l = 2, 4$.

$H_{\text{tri}}^{(2)}$ 的形式为

$$H_{\text{tri}}^{(2)} = \sum_l \eta_l [(d^+ d^+)^L d^+]^{(2)} \cdot [\tilde{d}\tilde{s}\tilde{s}]^{(2)} + \text{h.c.}, \quad (5)$$

这里 $l = 0, 2, 4$,

$H_{\text{tri}}^{(3)}$ 的形式为

$$H_{\text{tri}}^{(3)} = \zeta [(d^+ d^+ d^+)^{(0)} \cdot [\tilde{s}\tilde{s}\tilde{s}]^{(0)} + \text{h.c.}]. \quad (6)$$

以 $U(5)$ 极限的波函数为基, $H_{\text{tri}}^{(0)}$ 的矩阵是对角的, 其余的则是非对角的.

从上面的讨论可以看出, H_{tri} 中包含很多项. 如果采用最一般的哈密顿, 这就会使理论中包含过多的可调参数而失去吸引力. 最好的方法当然是进行微观的计算来确定何种形式的相互作用是重要的, 但在唯象的理论中也可以根据具体问题来选取适当的三体相互作用形式.

事实上关于三体玻色相互作用已有许多研究. 例如 K. Heyde 等人^[5]在 1984 年首次讨论了 $H_{\text{tri}}^{(0)}$ 中一些相互作用对各种极限情形的影响, 并指出只有在 $SO(6)$ 极限情形 $L = 3$ 的情况下, 所讨论的系统与非轴对称转子相应. 随后孙洪洲等^[6]及 R. Casten 等^[7]考虑了这种相互作用对模型的修正, 比较成功地解决了 $SO(6)$ 极限中的 Staggering 问题, 即准 γ 带中 $(4^+, 3^+)$ 等能级靠得过近的问题. 1992 年, 王朝生等^[8]考虑了 $H_{\text{tri}}^{(0)}$ 中的一个线性组合, 后邵彬^[9]采用类似的方法, 并借助微扰论, 给出了 $SO(6)$ 能谱的修正公式, 他们的工作也改进了一些典型 $SO(6)$ 核的理论和实验符合程度. ^{24}Mg 是具有 $SO(6)$ 特性的核^[3], 但理论谱

中无明显的 Staggering 问题, 0_2^+ 又高出 3_1^+ 许多, 故用上述作者所采用的三体相互作用仍不能解决问题. 本工作采用非对角相互作用 $H_{\text{tri}}^{(3)}$, 该相互作用具有将 d 玻色子数 n_d 相差 ± 3 的态混合的特性, 而一体和二体相互作用没有类似的性质.

3 ^{24}Mg 集体态的计算

众所周知, 如果不考虑基态结合能的绝对数值, 最一般的 IBM-1 哈密顿中含有 6 个独立参数, 用多极展开形式可以写成

$$H = \varepsilon n_d + a_0(P^+ \cdot P) + a_1(L \cdot L) + a_2(Q \cdot Q) + a_3(T_3 \cdot T_3) + a_4(T_4 \cdot T_4), \quad (7)$$

其中
$$n_d = d^+ \cdot \tilde{d}, \quad P = \frac{1}{2} (\tilde{d} \cdot \tilde{d}) - \frac{1}{2} (\tilde{s} \tilde{s}),$$

$$L = \sqrt{10} [d^+ \tilde{d}]^{(1)}, \quad Q = [d^+ \tilde{s} + s^+ \tilde{d}]^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} [d^+ \tilde{d}]^{(2)},$$

$$T_3 = [d^+ \tilde{d}]^{(3)}, \quad T_4 = [d^+ \tilde{d}]^{(4)}.$$

为了突出 ^{24}Mg 的特性和说明引入三体非对角相互作用的必要性, 用如下 5 种简化哈密顿进行计算

$$H_1 = H_{SO(6)} = AP^+ \cdot P + BC_{2SO5} + CC_{2SO5}; \quad (8)$$

$$H_2 = a_0(P^+ \cdot P) + a_1(L \cdot L) + a_2(Q \cdot Q); \quad (9)$$

$$H_3 = H_2 + a_3(T_3 \cdot T_3); \quad (10)$$

$$H_4 = H_2 + a_4(T_4 \cdot T_4); \quad (11)$$

$$H_5 = H_2 + \zeta ([d^+ d^+ d^+]^{(0)} \cdot [\tilde{s} \tilde{s} \tilde{s}] + \text{h.c.}), \quad (12)$$

其中 H_1 为 $SO(6)$ 极限情形的哈密顿, 相应的能谱公式为 $E = \frac{1}{4} A(N - \sigma)(N + \sigma + 4) + \frac{1}{6} B\tau(\tau + 3) + CL(L + 1)$, H_1 和 H_2 中有 3 个参数, H_3 、 H_4 和 H_5 中含有 4 个参数, H_5 中包含三体项.

用上述 5 种方案对 ^{24}Mg 能谱进行计算, 并用约束条件下 n 维极值的复形调优法, 对所用参数进行优选, 使其平均相对偏差 χ 取极小值. 这里

$$\chi = \frac{\sum_{i=1}^n \text{abs}(E_{\text{th}}^{(i)} - E_{\text{exp}}^{(i)}) / E_{\text{exp}}^{(i)}}{n - 1}, \quad (13)$$

其中 E_{th} 和 E_{exp} 分别为能级的理论值和实验值, n 为总能级数. 计算结果与实验值的比较列于表 1 中. 图 1 中还给出了实验谱以及 H_1 、 H_2 和 H_5 的理论谱. 用 $SO(6)$ 极限进行计算时, 所用的参数为 $A = 1.26\text{MeV}$, $B = 1.39\text{MeV}$, $C = 0.091\text{MeV}$, 其余情形所用参量列于

表1 ^{24}Mg 能谱理论和实验比较*

(单位: MeV)

能 级	实验值	理 论 值				
		$SO(6)$	H_2	H_3	H_4	H_5
0_1^+	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2_1^+	1.37	1.47	1.09	1.36	1.10	1.55
4_1^+	4.12	4.14	3.68	4.09	3.67	4.13
2_2^+	4.24	2.86	4.24	3.33	4.25	4.31
3_1^+	5.24	5.26	5.30	5.44	5.25	5.37
4_2^+	6.01	5.99	6.83	6.43	6.63	6.66
0_2^+	6.43	4.17	4.26	4.25	4.45	5.78
2_3^+	7.35	7.03	5.76	6.80	5.52	6.58
5_1^+	7.81	9.22	8.73	9.32	8.28	8.28
6_1^+	8.11	7.99	7.80	8.11	7.67	7.62
4_3^+	8.44	8.31	8.19	8.43	8.00	7.77
2_4^+	8.65	7.77	8.06	8.18	7.55	8.24
2_5^+	9.00	9.16	9.47	9.20	9.20	9.07
4_4^+	9.30	10.44	10.23	10.40	9.52	10.12
0_3^+	9.31	6.30	7.55	6.82	6.96	7.46
6_2^+	9.53	10.31	11.02	10.67	10.78	10.22
0_4^+	10.11	10.08	10.15	10.07	10.11	10.35
8_1^+	13.21	13.04	13.52	13.34	13.20	12.48
平均相对偏离		9.88%	10.53%	9.05%	9.94%	6.94%

*实验数据引自文献[10, 11].

表2 计算 ^{24}Mg 理论谱时所用参数

(单位: MeV)

参 数	H_2	H_3	H_4	H_5
a_0	0.692	1.032	0.691	0.704
a_1	0.133	0.135	0.128	0.115
a_2	-0.154	-0.073	-0.156	-0.124
a_3	—	0.300	—	—
a_4	—	—	0.240	—
ξ	—	—	—	0.170

表 2 中.

在 IBM- I 的 3 种极限情形中, ^{24}Mg 与 $SO(6)$ 极限靠得最近. 用 $SO(6)$ 极限进行计算, 理论和实验的差异突出地表现在 2_2^+ 和 0_2^+ 的理论值太低. 用 H_2 、 H_3 和 H_4 进行计算, 虽然能使 2_2^+ 抬高并与实验值有较好的符合, 但这些计算却不能显著改进 0_2^+ 与实验的符合程度, 而用 H_5 进行计算却能明显地抬高 0_2^+ 的理论值. 从图和表中还可以看出, 相对于 H_1 和 H_2 , 四参量哈密顿 H_3 和 H_4 的计算结果并没有得到显著的改进. 而 H_5 的计算结果是从 (7) 式 中 选 取 4 项 来 进 行 的 种 种 计 算 中 所 能 得 到 的 最 好 结 果. 与 此 相 对 照 的 是 同 为 四 参 量 哈 密 尔 顿, 用 H_5 进 行 计 算 却 能 较 明 显 地 改 进 理 论 与 实 验 的 整 体 符 合 程 度.

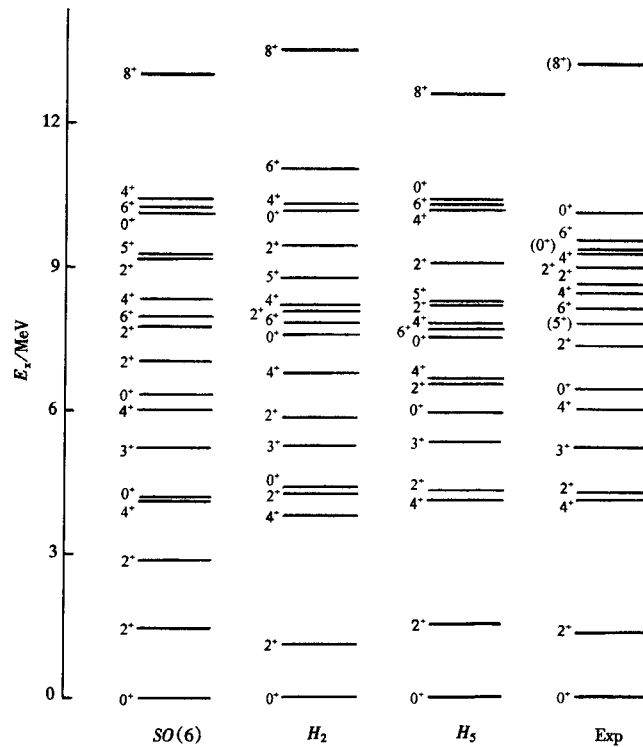


图1 ^{24}Mg 理论谱与实验谱的比较

从上面的分析表明,引入特定的三体非对角相互作用,确实能改进 ^{24}Mg 集体态理论和实验符合的程度. 本工作说明在某些情形下三体非对角玻色相互作用有可能是重要的.

参 考 文 献

- 1 Elliott J P, White A P. Phys. Lett., 1980, **97B**(2):169—172
- 2 Elliott J P, Evans J A. Phys. Lett., 1981, **101B**(4):216—218
- 3 Di Yaomin. Chin. J. Nucl. Phys. (in Chinese), 1981, **4**(3):231—237
(狄尧民. 原子核物理, 1982, **4**(3):231—237)
- 4 Halse P, Elliott J P, Evans J A. Nucl. Phys., 1984, **A417**(2):301—330
- 5 Heyde K et al. Phys. Rev., 1984, **C29**(4):1420—1427
- 6 Sun H Z, Zhang M, Feng D H. Phys. Lett., 1985, **163B**:7—13
- 7 Castan R F et al. Phys. Lett., 1985, **152B**(1,2):22—28; Nucl. Phys., 1985, **A439**(2):289—298
- 8 Wang Huangsheng, Liao Jizhi. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1992, **16**(10):954—960
(王黄生, 廖继志. 高能物理与核物理, 1992, **16**(10):954—960)
- 9 Shao Bin. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1994, **18**(12):1124—1129
(邵彬. 高能物理与核物理, 1994, **18**(12):1124—1129)
- 10 Endt P M. Nucl. Phys., 1990, **A521**:1—830
- 11 Sakai M. Atomic Data and Nucl. Data Tables, 1984, **31**:399—432

Correction of ²⁴Mg Collective States With Three-Body Non-diagonal Boson Interaction *

Di Yaomin Lü Huaping

(Xuzhou Normal University, Xuzhou 221009)

Abstract Although it has been verified that the interacting boson model (IBM) can be applied to light nuclei in sd shell successfully, the deficiency still exists. The 0_2^+ level of experimental spectrum of ²⁴Mg is much higher than 3_1^+ . The similar result can not be obtained by using of conventional IBM, in which only one-body and two-body interactions are concerned. Three-body interactions have been discussed by some authors, but the authors mainly considered the diagonal interactions. Moreover, the defect mentioned above can not be solved with these interactions. Introducing three-body non-diagonal interaction, the energy levels of ²⁴Mg are calculated, the difficulty of low 0_2^+ theoretical level is overcome and the coincidence between theory and experiment is improved. This work illustrates that in some cases the three-body non-diagonal boson interaction is important.

Key words interacting boson model, three-body non-diagonal boson interaction, light nuclei, collective state