

# $SU(3)_L \times U(1)_X$ 弱电统一模型

陈凤至 王平

(浙江大学物理系 杭州 310027)

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 研究了一个  $SU(3)_L \times U(1)_X$  弱电统一模型. 要求  $M_{Z_1}^2 - M_W^2 / \cos^2 \theta_w$  小于实验值, 得到了  $M_Z$  的下限. 再利用  $M_Z$  和  $M_U(M_V)$  之间的关系得到  $M_U(M_V)$  的下限. 进而考虑了由于  $Z'$  交换引起的  $K_L - K_S$  质量差, 并获得了更严格的  $M_Z$  和  $M_U(M_V)$  的下限.

**关键词**  $SU(3)_L \times U(1)_X$  模型 质量下限 奇异规范场粒子

## 1 引言

自从弱电相互作用的标准模型诞生以来, 出现了各种各样的推广. 26 年前, 一种称为  $SU(3)_L \times U(1)_X$  的推广首次被提出<sup>[1]</sup>, 在 90 年代初又出现了这一模型的若干变种<sup>[2]</sup>. 这种模型有一个有趣的特征, 即只有当代的数目是 3 的倍数时才能得到无反常的模型. 这为代的问题提供了一种可能的解释. 在这里将专门讨论一种我们新近提出的  $SU(3)_L \times U(1)_X$  模型<sup>[3]</sup>. 提出这一模型的最初动机是为了以一种经济的方式将暗物质粒子纳入弱电统一模型中. 因此, 在每一代中引入了两个中性粒子. 发现多出来的那个轻子可选为暗物质粒子的候选者. 本文的目的是找出新引入的规范玻色子的质量下限.

## 2 模型的回顾

首先简短地回顾一下我们的模型. 三代轻子在  $SU(3)_L \times U(1)_X$  下变换如

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \\ N_i^c \end{pmatrix}_L \sim \left( 3, -\frac{2}{3} \right),$$

$$\nu_{i,R} \sim (1, 0), l_{i,R}^- \sim (1, -2), N_{i,R}^c \sim (1, 0),$$

式中  $i = e, \mu, \tau$ . 夸克在  $SU(3)_L \times U(1)_X$  下被赋予以下表示:

$$\begin{aligned}
 Q_{1L} &= \begin{pmatrix} d^\alpha \\ u^\alpha \\ P_1^\alpha \end{pmatrix}_L \sim (\bar{3}, 0), d_R^\alpha \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right), u_R^\alpha \sim \left(1, \frac{4}{3}\right), P_{1R}^\alpha \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right), \\
 Q_{2L} &= \begin{pmatrix} s^\alpha \\ c^\alpha \\ P_2^\alpha \end{pmatrix}_L \sim (\bar{3}, 0), s_R^\alpha \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right), c_R^\alpha \sim \left(1, \frac{4}{3}\right), P_{2R}^\alpha \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right), \\
 Q_{3L} &= \begin{pmatrix} t^\alpha \\ b^\alpha \\ P_3^\alpha \end{pmatrix}_L \sim \left(3, \frac{2}{3}\right), t_R^\alpha \sim \left(1, \frac{4}{3}\right), b_R^\alpha \sim \left(1, -\frac{2}{3}\right), P_{3R}^\alpha \sim \left(1, \frac{4}{3}\right),
 \end{aligned}$$

式中  $\alpha$  是  $SU(3)_c$  色指标. 注意, 本模型是无反常的, 但反常的相消不是在一代之内, 而是在三代之间.

在 Higgs 部分, 首先引入一个 Higgs 三重态  $\phi_3$ , 它按  $\left(3, -\frac{2}{3}\right)$  表示变换. 当  $\phi_3$  得到真空期望值

$$\langle \phi_3 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_3/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

时, 新引入的夸克 ( $P_{1,2,3}$ ) 获得质量, 规范对称破缺为  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , 这里  $Y = -\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda^8 + X$  是超荷.

然后再引入两个 Higgs 三重态  $\phi_1$  和  $\phi_2$ , 它们的变换如  $\phi_1 \sim \left(3, -\frac{2}{3}\right)$  和  $\phi_2 \sim \left(3, \frac{4}{3}\right)$ . 当  $\phi_1$  和  $\phi_2$  得到真空期望值

$$\langle \phi_1 \rangle_0 = \begin{pmatrix} v_1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \langle \phi_2 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

时, 所有的夸克获得质量. 但并非所有的轻子都获得质量. 为了消除这一缺陷, 引入了第四个 Higgs 标量  $S$ , 它变换如  $\left(6, -\frac{4}{3}\right)$ , 并具有如下形式的真空期望值:

$$\langle S \rangle_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}v_4 \\ \frac{1}{2}v_4 \end{pmatrix}.$$

$\langle S \rangle_0$  与  $\langle \phi_1 \rangle_0$  和  $\langle \phi_2 \rangle_0$  一起给予了轻子可以接受的质量, 并将弱电规范对称破缺为

### 3 规范玻色子

本节中我们讨论规范玻色子及其质量. 首先, 我们有一个与  $SU(3)_L$  相联系的无质量的玻色子八重态  $W_\mu^a (a=1, 2, \dots, 8)$  和一个与  $U(1)_X$  相联系的无质量玻色子单态  $X_\mu$ . 三重态的协变导数被定义为

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\lambda^a}{2} W_\mu^a - ig_x \frac{X}{2} X_\mu,$$

式中  $\lambda^a$  是 Gell-mann 矩阵,  $g$  和  $g_x$  分别是  $SU(3)_L$  和  $U(1)_X$  耦合常数. 令规范耦合常数在  $SU(3)_L \times U(1)_X$  破缺时彼此吻合, 得如下方程:

$$\frac{1}{g'^2} = \frac{1}{3g^2} + \frac{1}{g_x^2}.$$

式中  $g'$  是  $U(1)_Y$  耦合常数, 且有  $g'/g = \tan\theta_w$ .

在弱电破缺后, 规范玻色子  $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ ,  $U_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 - iW_\mu^5)$ ,  $\bar{U}_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 + iW_\mu^5)$  和  $V_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7)$  获得质量

$$M_W^2 = \frac{1}{4}g^2(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2), M_V^2 = \frac{1}{4}g^2(v_2^2 + v_3^2 + v_4^2), M_U^2 = \frac{1}{4}g^2(v_1^2 + v_3^2 + 4v_4^2).$$

另一方面, 中性规范玻色子在基  $(W^3, W^8, X)$  中具有如下的质量平方矩阵:

$$M^2 = \frac{1}{4}g^2 \times \begin{pmatrix} v_1^2 + v_2^2 + v_4^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(v_1^2 - v_2^2 - v_4^2) & -\frac{2}{3}t(v_1^2 + 2v_2^2 + 2v_4^2) \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(v_1^2 - v_2^2 - v_4^2) & \frac{1}{3}(v_1^2 + v_2^2 + 4v_3^2 + v_4^2) & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(v_1^2 - 2v_2^2 - 2v_3^2 - 2v_4^2) \\ -\frac{2}{3}t(v_1^2 + 2v_2^2 + 2v_4^2) & -\frac{2}{3\sqrt{3}}t(v_1^2 - 2v_2^2 - 2v_3^2 - 2v_4^2) & \frac{4}{9}t^2(v_1^2 + 4v_2^2 + v_3^2 + 4v_4^2) \end{pmatrix}$$

式中  $t = g_x/g$ . 使这一矩阵部分对角化, 可以认出三个物理态  $A$  (光子),  $Z$ , 和  $Z'$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin\theta_w + \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \tan\theta_w + X_\mu \sqrt{1 - \frac{1}{3}\tan^2\theta_w} \right] \cos\theta_w,$$

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos\theta_w - \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \tan\theta_w + X_\mu \sqrt{1 - \frac{1}{3}\tan^2\theta_w} \right] \sin\theta_w,$$

$$Z'_\mu = -W_\mu^8 \sqrt{1 - \frac{1}{3}\tan^2\theta_w} - \frac{1}{\sqrt{3}}X_\mu \tan\theta_w.$$

在基  $(A, Z, Z')$  中,  $Z$  和  $Z'$  的质量矩阵为

$$\mathcal{M}^2 = \begin{bmatrix} M_Z^2 & M_{ZZ}^2 \\ M_{ZZ}^2 & M_{Z'}^2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}(g^2/\cos^2\theta_w)(v_1^2 + v_2^2 + v_4^2),$$

$$M_{Z'}^2 = \frac{1}{4}(g^2/\cos^2\theta_w)[v_1^2(2\sin^2\theta_w - 1) + v_2^2 + v_4^2]/\sqrt{3 - 4\sin^2\theta_w},$$

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}(g^2/\cos^2\theta_w)[-4v_1^2\sin^2\theta_w\cos^2\theta_w + (v_1^2 + v_2^2 + v_4^2) + 4v_3^2\cos^4\theta_w]/(3 - 4\sin^2\theta_w)$$

质量本征态是

$$Z_{1\mu} = \cos\theta Z_\mu - \sin\theta Z'_\mu,$$

$$Z_{2\mu} = \sin\theta Z_\mu + \cos\theta Z'_\mu$$

式中  $Z_1$  对应于标准模型中的中性规范玻色子,  $Z_2$  是  $Z_1$  的重伴侣.

现在转而估计新引入的规范玻色子的质量下限. 令方程(2)中的  $v_1 = v_4 = 0$  是合理的, 因对称破缺的等级性要求  $v_3 \gg v_{1,2} > v_4$ . 于是,  $\mathcal{M}^2$  变为

$$\mathcal{M}^2 = \begin{bmatrix} M_Z^2 & \frac{M_Z^2}{\sqrt{3 - 4\sin^2\theta_w}} \\ \frac{M_Z^2}{\sqrt{3 - 4\sin^2\theta_w}} & M_Z^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中  $M_Z = \frac{1}{4}g^2v_2^2/\cos^2\theta_w = M_w^2/\cos^2\theta_w$ . 由(3)式可得质量移动的数量级为

$$\Delta M^2 \equiv M_{Z_1}^2 - M_Z^2 = -\frac{1}{3 - 4\sin^2\theta_w} \frac{M_Z^4}{M_Z^2},$$

式中  $M_Z = M_w/\cos\theta_w$ . 要求  $\Delta M^2$  小于实验值<sup>[4]</sup>, 得到  $M_Z$  的下限:

$$M_Z > 880\text{GeV}.$$

此外, 在  $v_3 \gg v_{1,2} > v_4$  近似下, 有

$$M_U \simeq M_V \simeq M_Z \sqrt{3 - 4\sin^2\theta_w}/2\cos\theta_w. \quad (5)$$

此式加上(4)式意味着如下的下限:

$$M_U > 720\text{GeV}, M_V > 720\text{GeV}, \quad (6)$$

我们将看到, 考虑改变味的中性流(FCNC)过程可以改善这些下限.

## 4 FCNC 过程

首先明确地写出  $Z$  和  $Z'$  玻色子的规范相互作用的表达式.

1)  $Z$  玻色子的规范相互作用. 在  $Z$  和费米子之间的规范相互作用的拉氏量为

$$\mathcal{L}(Z) = -(g/2\cos\theta_w)Z'_\mu \bar{\psi}\gamma_\mu [g_L(\psi)(1 - \gamma_5) + g_R(\psi)(1 + \gamma_5)]\psi.$$

中性流系数为

$$g_{L,R} = t^3(\psi_{L,R}) - Q(\psi)\sin^2\theta_w,$$

式中  $t^3$  是费米子  $\psi$  的弱同位旋,  $Q$  是  $\psi$  的以  $e$  为单位的电荷. 容易验证, 对于通常的费

米子系数  $g_L$  和  $g_R$  与标准模型中的对应系数相同, 因此不会有与  $Z$  玻色子耦合的 FCNC.

2)  $Z'$  玻色子的规范相互作用.  $Z'$  和费米子之间的相互作用拉氏量为

$$\mathcal{L}(Z') = -(g/2\cos\theta_w)Z'^\mu \bar{\psi}\gamma_\mu [g'_L(\psi)(1-\gamma_5) + g'_R(\psi)(1+\gamma_5)]\psi,$$

式中新的中性流耦合系数由下式给出:

$$g'_{L,R}(\psi) = \frac{1}{2} \sqrt{3-4\sin^2\theta_w} Y(\psi_{L,R}) - \frac{3}{2} \frac{\cos^2\theta_w}{\sqrt{3-4\sin^2\theta_w}} X(\psi_{L,R}).$$

在左手费米子部分, 第三代与  $Z'$  的耦合方式不同于前两代. 这导致了 FCNC 的产生. 特别是, 下费米子部分的 FCNC 是

$$\mathcal{L}_{FCNC} = -\frac{g}{2\cos\theta_w} Z'^\mu \delta_L U_{3d}^* U_{3d} \bar{d}_i \gamma_\mu (1-\gamma_5) d_j, \quad (7)$$

这里,

$$\delta_L = g'_L(d_3) - g'_L(d_1) = -\frac{\cos^2\theta_w}{\sqrt{3-4\sin^2\theta_w}}.$$

式(7)中  $d_i$  ( $=d, s, b$ ) 是质量本征态.  $U$  是将质量本征态与弱本征态联系起来的幺正矩阵. 对于右手流不存在 FCNC, 因为通常的右手费米子按相同的方式变换.

为了得到加于新规范玻色子的更强的质量下限, 考虑  $K_L - K_S$  质量差.  $Z'$  交换对质量差的贡献如图 1 所示. 由方程(7)可推出对应的有效拉氏量:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{g^2}{4M_{Z'}^2 \cos^2\theta_w} \delta_L^2 |U_{3d}^* U_{3s}|^2 [\bar{d}\gamma_\mu (1-\gamma_5) s]^2.$$

此式给出物理的  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  跃迁的振幅为

$$\mathcal{A}(K^0 \rightarrow \bar{K}^0) = \langle \bar{K}^0 | \mathcal{H}_{eff}(\bar{d}s \rightarrow d\bar{s}) | K^0 \rangle, \quad (8)$$

式中  $\mathcal{H}_{eff} = -\mathcal{L}_{eff}$ . 方程(8)中的矩阵元可用“真空插入”近似来估计.  $K_S - K_L$  质量差则可由方程

$$\Delta m_K = m_L - m_S = 2\text{Re}\mathcal{A}(K^0 \rightarrow \bar{K}^0),$$

来计算. 算得的结果为

$$\Delta m_K = \frac{16}{3} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{M_{Z'}^2} \frac{\delta_L^2}{\cos^2\theta_w} |U_{3d}^* U_{3s}|^2 f_K m_K. \quad (9)$$

式中  $f_K = 1.23 m_\pi^{[5]}$ . 假定  $\Delta m_K \leq 1 \times 10^{-15} \text{ GeV}$  和  $|U_{3d}^* U_{3s}| \simeq |V_{3d}^* V_{3s}|$  ( $V$  是  $K$ - $M$  矩阵), 由方程(9)得

$$M_{Z'}^2 > \frac{16}{3} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{\cos^2\theta_w} \delta_L^2 |V_{3d}^* V_{3s}|^2 f_K^2 m_K / \Delta m_K.$$

此式意味着  $Z'$  的质量具有以下下限:

$$M_{Z'} > 30 \text{ TeV},$$

再由方程(5)可知,  $U$  和  $V$  的质量大于 24 TeV. 这里已计及了  $\sin^2\theta_w$  的演化.

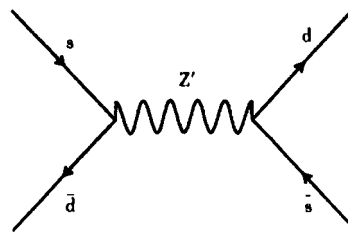


图 1 由  $Z'$  交换引起的对  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$  跃迁有贡献的费曼图

## 5 总结

我们详细地研究了一个  $SU(3)_L \times U(1)_X$  模型. 首先导出了规范玻色子的质量表达式. 要求  $\Delta M^2$  小于实验值, 得到了  $M_Z$  的下限. 然后,  $M_Z$  和  $M_U(M_V)$  的关系式给出了  $M_U(M_V)$  的下限. 进而, 我们回顾了  $Z$  和  $Z'$  玻色子的规范相互作用, 并用这种相互作用来估计由于交换  $Z'$  玻色子而引起的  $K_L - K_S$  质量差. 这就导出了加于这些玻色子质量上的更强的下限. 就新引入的规范玻色子的质量而言, 本模型的下限要大大高于带有双重电荷规范玻色子的其它版本的下限.

### 参考文献 (References)

- 1 Schechter J, Ueda Y. Phys. Rev., 1973, **D8**:484
- 2 Pisano F, Pleitez V. Phys. Rev., 1992, **D46**:410;  
Frampton P H. Phys. Rev. Lett., 1992, **69**:2889;  
CHEN FengZhi, NIE ChuanHui, WANG Ping, High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1991, **15**:504—509  
(陈凤至, 聂传辉, 王平. 高能物理与核物理, 1991, **15**:504—509)
- 3 CHEN FengZhi. Phys. Lett., 1998, **B442**:223
- 4 Particle Physics Booklet 1998, 5
- 5 Shrock R E, Treiman S B. Phys. Rev., 1979, **D19**:2148

## An $SU(3)_L \times U(1)_X$ Electroweak Model

CHEN FengZhi

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

WANG Ping

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China)

**Abstract** We studied an  $SU(3)_L \times U(1)_X$  electroweak model. By requiring  $M_{Z_1}^2 - M_W^2 / \cos^2 \theta_w$  to be less than experimental value we obtain a lower bound on  $M_Z$ . The relation between  $M_Z$  and  $M_U(M_V)$  then gives a lower bound on  $M_U(M_V)$ . We further consider the  $K_L - K_S$  mass difference due to  $Z'$  exchange and obtain stronger lower bounds on  $M_Z$  and  $M_U(M_V)$ .

**Key words**  $SU(3)_L \times U(1)_X$  model, lower mass bound, exotic gauge boson