

# 单光子时间测量中的多光子修正\*

汪兆民 许彤 许咨宗 吴冲

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

**摘要** 建立了闪烁晶体荧光的单光子时间测量中的多光子修正函数,研究了该函数对衰减时间测量的影响,给出了时间测量谱的修正公式.

**关键词** 单光子 衰减时间 修正公式 闪烁晶体

## 1 引言

荧光衰减时间是描述闪烁晶体物理特性的重要参量之一,在研制新闪烁晶体的过程中,都需要对荧光衰减时间进行精确测量.时间关联单光子延迟符合技术是测量荧光衰减时间的一种重要方法<sup>[1-3]</sup>.在该方法中,与激发源(放射源, X射线束或激光束等)同时的电信号作为待测闪烁晶体发生荧光事例的起始信号,闪烁晶体受激后产生的荧光光子用一个对单光子灵敏的光电倍增管探测.为了实现单光子取样,该光电倍增管探测荧光的效率被限制得很低,使得在每次荧光事例中最多只能探测到光脉冲中的一个光子,其输出电脉冲作为荧光事例的停止信号.停止信号相对于起始信号的时间间隔通过时幅变换器(TAC)转换成与之成正比的脉冲幅度,因此大量荧光事例的幅度分布即为光脉冲中光子数随时间的分布.在实际测量中由于多光子污染的存在,同时TAC只对最先到达的那个光子灵敏,造成测得的时间谱畸变.Coates<sup>[4]</sup>研究了时间测量中TAC产生的畸变效应并给出了修正公式,此后Akimoto等人<sup>[5]</sup>在中子飞行时间谱的研究中得到了类似的修正公式.本文从单光子时间测量的基本原理出发,研究了多光子污染下时间谱的特征及多光子污染对衰减时间测量误差的影响,给出了多光子修正函数,并证明上述修正公式是修正函数的直接结果.

## 2 时间谱的分析

根据TAC的工作原理,若TAC的量程为 $T$ ,在 $t=0$ 时TAC起始端有一信号输入,则在 $0 < t \leq T$ 时间间隔内,起始端处于关闭状态,直到在此时间间隔内某一时刻( $t = \xi$ )

1998-12-16 收稿

\* 国家自然科学基金资助项目

有一停止信号出现后才重新开放;若在  $T$  时间内无停止信号出现,则起始端自动开放,因此起始端有一死时间  $\xi(\leq T)$ . 同时,起始端开放后,TAC 只对第一个到达的光子灵敏,即当停止端有若干个光子陆续到达时,TAC 只对第一个到达的光子的时间进行时幅变换,这也可看成是一种停止端的死时间效应<sup>[5]</sup>. 上述两种死时间均可使测得的时间谱发生畸变. 在单光子荧光衰减时间测量中,为了防止某次荧光事例中的起始信号和上次事例中的超量程停止信号产生 TAC 输出,实验通常满足  $n_s T \leq 1$ , 这里的  $n_s$  为起始道的计数率,因此起始道的死时间可以忽略不计. 停止道探测器探测到的光子数遵循泊松分布,为了满足单光子取样条件,对应于每次荧光事例,停止道探测器探测到的平均光子数愈小愈好,但若荧光探测效率太低,就易受各种偶然符合本底的干扰,信噪比变差,测量时间增加,因此在实际测量中平均光子数又不能太小,所以多光子污染在一定程度上总是存在的. 在这种情况下,停止道死时间对荧光衰减时间测量的影响是一个重要的问题.

闪烁晶体受激后荧光的衰减服从指数规律,在  $t$  时刻发射荧光光子的概率密度函数可表示为

$$i(t) = \sum_{i=1}^n a_i e^{-\lambda_i t}, \quad (1)$$

其中  $n$  为衰减组分数,  $\lambda_i$  为第  $i$  种衰减组分的时间常数 ( $\lambda_i = \frac{1}{\tau_i}$ ,  $\tau_i$  为衰减时间),  $a_i$  为与第  $i$  种衰减组分所占总份额比例有关的一个归一化常数,因此在  $[0, t]$  时间间隔内产生荧光光子的概率为

$$I(t) = \int_0^t i(t') dt'. \quad (2)$$

若在  $t=0$  时刻闪烁晶体受激产生一次荧光事例,且每次荧光事例中,停止道探测器探测到  $n$  个光子,则在  $[t, t+dt]$  时间间隔内从  $n$  个光子中探测到 1 个光子的概率为  $\frac{n}{1-I(t)} i(t) dt$ , 这个光子能被 TAC 停止道接受的条件是在  $[0, t]$  时间间隔内无光子出现,满足该条件的概率为  $[1-I(t)]^n$ , 因此在  $[t, t+dt]$  时间间隔内 TAC 记录到第 1 个光子的概率为上述两个概率的乘积,即

$$p(t) dt = n [1-I(t)]^{n-1} i(t) dt, \quad (3)$$

由于  $I(\infty)=1$ ,  $I(0)=0$ , 所以  $p(t)$  是归一化的. 由此可知, TAC 记录的时间谱  $p(t)$  和待测闪烁晶体的本征时间谱  $i(t)$  相比多了一个与时间有关的因子  $n [1-I(t)]^{n-1}$ , 从而使测量的衰减时间产生误差. 以  $i(t)$  只包含一种衰减组分为例 ( $i(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ ),

$$p(t) = n \lambda e^{-n \lambda t}, \quad (4)$$

即当停止道探测器探测到  $n$  个光子时,测得的衰减时间是本征衰减时间的  $1/n$ . 只有当  $n=1$  时,测量值和本征值相同.

在实际测量中,荧光光子击中光电倍增管的光阴极和光阴极发射光电子过程是随机过程,停止道探测器探测到的光子数遵循平均值为  $m$  的泊松分布:

$$f(n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!}. \quad (5)$$

因此 TAC 记录第 1 个光子的时间概率密度函数为

$$P(t) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} f(n)p(t)}{\sum_{n=1}^{\infty} f(n)} \quad (6)$$

将(3)式和(5)式代入(6)式即得

$$P(t) = \frac{m}{1 - e^{-m}} e^{-m i(t)} i(t) = p_c(m, t) i(t). \quad (7)$$

由此可知,在泊松分布情况下,由于 TAC 只对最先到达的那个光子灵敏,后到的光子不能像最先到达的那个光子那样被等概率取样,取样过程的系统偏置使测量的时间谱发生畸变,荧光衰减时间的测量值小于本征值.按照概率的统计理论,只有在无偏置取样条件下测得的时间谱才能真正反映实际的荧光衰减过程,实验上为了满足这个条件,通常通过增加待测闪烁晶体和光电倍增管光阴极之间的距离,或通过改变光阴极前光阑孔径的大小等方式来降低荧光探测效率,使得在 TAC 取样时间(即量程)内,在停止端最多只有一个光子出现.由(7)式可知,理论上只有当  $m \rightarrow 0$  时,  $P(t) = i(t)$ , 实际上  $m$  不可能等于零,所以在一定程度上多光子污染总是存在的.

由(7)式可得,多光子污染造成衰减时间测量的相对误差满足下列正比关系:

$$\frac{\Delta \tau_i}{\tau_i} \propto \frac{\tau_i m}{T}. \quad (8)$$

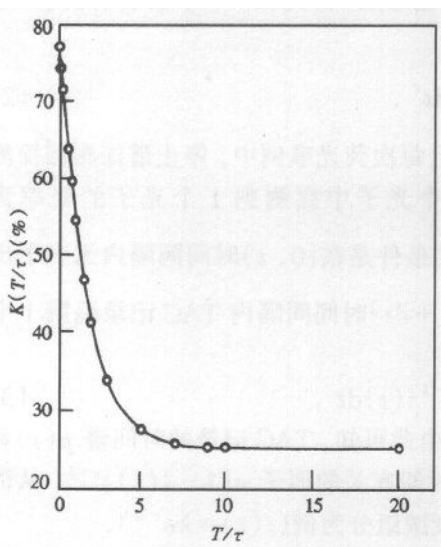


图1  $K$  值随  $T/\tau$  值的变化

由此可知,当荧光包含多种衰减组分时,多光子污染对慢成份的测量影响更大<sup>[6]</sup>.下面研究相对误差的定量关系式.为了简单起见,这里考虑单一组分下的情况.原则上这种定量关系可用单指数函数  $A_0 e^{-\lambda t}$  拟合实际测量谱  $CP(t)$  来得到,拟合的过程即为把下式最小化的过程:

$$\chi^2 = \int_0^T \frac{[CP(t) - A_0 e^{-\lambda t}]^2}{CP(t)} dt, \quad (9)$$

$C$  为常数,通过解下列方程即可得  $A_0$  和  $\tau'$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial \chi^2}{\partial A_0} = 0 \\ \frac{\partial \chi^2}{\partial \tau'} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

实际上,由于  $P(t)$  的形式较复杂,由(10)式求解析解是不可能的,只能通过蒙特卡罗模拟和实际拟合操作来求解.在模拟中选取  $m = 0.01-1$ ,

$T = (0.01-20)\tau$  (这样可符合实验的实际情况).通过随机抽样产生了由(7)式描述的一系列荧光寿命谱,然后对每一组谱用函数  $A_0 e^{-\lambda t}$  拟合,拟合采用的程序是 CERN 提供的

PAW. 每组谱的事例数为  $5 \times 10^6$ . 模拟结果并通过数值计算显示,  $\frac{\Delta \tau}{\tau}$  和  $m$  的线性关系

符合得相当好( $\Delta\tau = \tau' - \tau$ ), 即

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = K(T/\tau)m, \quad (11)$$

$K$  是  $T/\tau$  的函数. 图 1 为  $K$  值随  $T/\tau$  值的变化.  $K$  随  $T/\tau$  的增加而减小, 当  $T/\tau > 7$  时,  $K$  趋于一常数.  $m$  可通过实验测量得到,  $\tau$  是未知的, 作为一级近似, 可用  $\tau'$  代替  $\tau$  从图 1 中得到  $K$  值(在大部份  $T/\tau$  区域内,  $K$  对  $\tau$  和  $\tau'$  的差异是不敏感的). 表 1 为  $m = 0.3$  时, 不同的  $T/\tau$  值下所对应的  $-\Delta\tau/\tau$  值. 由表可知, 当  $m$  较大,  $T/\tau$  较小时, 多光子污染造成的衰减时间测量误差是较大的. (7) 式中的  $P_c(m, t)$  称为多光子污染修正函数. 事实上, 在拟合实验谱时若把修正函数用去卷积的方式考虑进去, 则  $m$  对测量误差的影响可减小很多. 这是修正函数的一个重要用途.

表 1  $m = 0.3$  时  $T/\tau$  所对应的  $\Delta\tau/\tau$

$T/\tau$	0.01	0.1	0.2	0.5	0.7	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	7.0	9.0	10.0	20.0
$-\Delta\tau/\tau(\%)$	23.1	22.2	21.4	19.2	17.9	16.3	14.0	12.4	10.2	8.3	7.7	7.6	7.6	7.6

### 3 修正公式

有了多光子污染下的时间谱(7)式, 就可以对测量谱直接进行修正. 设  $t = 0$  时一起始信号产生, 则在  $[t, t + dt]$  时间间隔内停止道经 TAC 变换后的输出计数率  $n(t)dt$  可表示为

$$n(t)dt = AMP(t)dt, \quad (12)$$

其中  $A$  为与待测闪烁晶体荧光事例有关联的起始道计数率, 当激发源为级联辐射源(例如  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{22}\text{Na}$ )情况下,  $A = S\epsilon_1\epsilon_2$ , 这里  $S$  为源的放射性活度,  $\epsilon_1$  为  $r_1(r_2)$  击中快闪烁体(例如塑料闪烁体,  $\text{BaF}_2$ )并产生荧光最后被起始道探测器探测到的概率;  $\epsilon_2$  为  $r_2(r_1)$  击中待测闪烁晶体并产生荧光的概率.  $M$  为在待测闪烁晶体中发生一次荧光事例后, 停止道探测器探测到一个和一个以上荧光光子的概率( $M = 1 - e^{-m}$ ). 将(7)式代入(12)式, 则有

$$n(t)dt = A m e^{-m i(t)} i(t) dt. \quad (13)$$

在  $[0, t]$  时间间隔内总的 TAC 输出计数率为

$$\int_0^t n(t') dt' = A(1 - e^{-m i(t)}). \quad (14)$$

由此可得

$$\varphi(t) = \frac{n(t)}{A - \int_0^t n(t) dt} = m i(t). \quad (15)$$

因此, 经过上述变换后, 时间谱  $\varphi(t)$  的形状和本征谱  $i(t)$  完全一致, (15) 式和文献[4]给出的修正公式也相同,  $m i(t)$  即为在一次取样过程中有一个荧光事例出现在  $t$  时刻的概率. (15) 式可改写为

$$\frac{n(t)}{1 - \frac{1}{A} \int_0^t n(t) dt} = A\varphi(t) = n_{th}(t), \quad (16)$$

$n_{th}(t)$ 为修正后在  $t$  时刻 TAC 的输出计数率. 设  $[t, t + \Delta t]$  时间间隔 TAC 所对应的道数为  $i (i=1, 2 \cdots N, N$  为 TAC 总道数), 总的测量时间为  $T'$ , 则可将上式的积分改成求和:

$$\frac{N_i}{1 - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{i-1} N_j} = N_{ith}, \quad (17)$$

其中  $N_i$  为 TAC 第  $i$  道的总计数,  $N_{ith}$  为第  $i$  道修正后的总计数,  $N = AT'$  为与荧光事例相关联的起始道的总计数. (17) 式即为文献[5]中给出的修正公式. 由于修正公式(17) 左边不包含  $m$ , 只要已知  $A$  和  $T'$  即可用该式修正. 在周期性激发源的情况下,  $A$  是不难得到的. 在级联辐射源的情况下,  $A$  可通过  $r_1(r_2)$  和  $r_2(r_1)$  的符合测量得到, 即将一光电倍增管直接和待测闪烁晶体相耦合, 使得  $r_2(r_1)$  击中待测闪烁晶体并产生荧光的事例均能被探测到, 其输出信号和起始道信号通过一快符合电路, 其符合计数率即为  $A$ .

## 4 结束语

在多光子污染的情况下, 由于 TAC 只对第 1 个到达的光子取样, 使实验测量的时间谱发生畸变. 衰减时间测量的相对误差和停止道探测器探测到的平均光子数成正比, 与衰减时间常数和 TAC 量程成反比. 多光子污染修正函数的建立, 不仅可用来估计测量误差, 还为实验谱的精确拟合提供了可能. 同时通过修正函数, 可直接推导出时间谱的修正公式, 即证明了修正公式是修正函数的直接结果.

## 参考文献(References)

- 1 Bollinger L M, Thomas G E. Rev. Sci. Instr., 1961, 32:1044
- 2 WANG ZhaoMin, XU ZiZong, WU Chong. High Energy Phys. and Nucl. Phys, (in Chinese), 1998, 22:486  
(汪兆民, 许咨宗, 吴冲. 高能物理与核物理, 1998, 22:486)
- 3 WU Chong, WANG ZhaoMin, XU ZiZong. Nucl. Instr. and Meth., 1998, A405:176
- 4 Coates P B. J. Phys., 1972, E5: 148
- 5 Akimoto T, Murai I, Nakata M et al. Nucl. Instr. and Meth., 1981, 184: 525
- 6 ZHU R Y, MA D A, Newman H B et al. Nucl. Instr. and Meth., 1996, A376: 319

## Multi-Photon Correction in the Single Photon Time Measurement

WANG ZhaoMin XU Tong XU ZiZong WU Chong

(*Department of Modern physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*)

**Abstract** The multi-photon correction function for the single photon time measurement in scintillation crystals is computed. The influence of this function on the measured decay time is studied. A correction formula for measured time spectrum is presented.

**Key words** single photon, decay time, correction formula, scintillation crystal

---

Received 16 December 1998

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China