

## 赝标介子 $\eta, \eta'$ 和非 $(q\bar{q})$ 介子的混合研究\*

方建郁 宏 沈齐兴

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 利用包含  $\eta, \eta'$  的一些辐射跃迁和它们的双光子衰变过程和某些  $J/\psi \rightarrow P + V$  (赝标介子和矢量介子) 电磁过程的最新实验数据, 对赝标介子  $\eta, \eta'$  和非  $(q, \bar{q})$  同位旋标量单态 (如  $\iota/\eta(1440)$ ) 的混合问题进行了研究. 用最小二乘法拟合两种方案的混合参数, 发现若仅考虑  $\eta$  和  $\eta'$  的混合, 则拟合结果不够好. 若考虑  $\eta, \eta'$  和此非  $(q\bar{q})$  介子 (以后用  $\iota$  表示) 的混合, 则拟合结果比较好. 其结果表明  $\eta'$  必混有少量非  $(q\bar{q})$  成份, 而  $\iota$  中也混有一定的  $(q\bar{q})$  成份.

**关键词** 胶球 混合 最小二乘法

### 1 引言

强相互作用的规范理论(QCD)认为:由于胶子带色荷,胶子之间有自相互作用,因此可能存在由胶子组成的束缚态——胶球.因此寻找胶球是检验QCD理论的一个很重要的方面.而一般来说,由于胶球会和带相同量子数的 $(q\bar{q})$ 介子混合.因而研究混合对寻找和确认胶球很关键.

$\iota/\eta(1440)$ 于1967年首先在 $(p\bar{p})$ 湮没中观测到<sup>[1]</sup>.1980年Mark II在过程 $J/\psi \rightarrow \gamma + \iota, \iota \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ 中也发现了它的存在<sup>[2]</sup>,并相继被一些实验组证实<sup>[3]</sup>.由于它在 $J/\psi$ 辐射衰变中有很大的分支比,它一直被视为赝标胶球的候选者.近几年,随着实验以及理论研究的进展,情况发生了一些变化.Mark III, DM2以及BES实验组先后发现1.44GeV附近能区有一个三态结构<sup>[4]</sup>,其中包含两个赝标介子和一个轴矢量介子.而格点QCD理论预言,赝标胶球的质量应在2GeV以上<sup>[5]</sup>.

$\eta(1295)$ 通常被视作 $\eta$ 的第一径向激发态.三态结构中的一个赝标介子可以被视为 $\eta'$ 的第一径向激发态.而另一个赝标介子态(我们以 $\iota/\eta(1440)$ 表示)已不能填充进 $(q\bar{q})$ 多重态,它必定是一个非 $(q\bar{q})$ 态.它是一个纯胶球态,还是一个与 $\eta$ 和 $\eta'$ 混合的胶球态?或是别的什么粒子态,目前看法并不统一.另外在 $\eta, \eta'$ 和 $\iota$ 的某种混合方案中,如果在

1999-01-14 收稿

\* 国家自然科学基金和中国科学院基金资助项目

$q\bar{q}$  之间引入色磁相互作用, 则可以拟合出纯胶球质量大于  $2\text{GeV}^{[6]}$ , 与格点 QCD 的预言不矛盾.

我们试图利用包含  $\eta$  和  $\eta'$  的一些辐射衰变和电磁衰变过程及  $J/\psi$  衰变为赝标和矢量介子电磁过程的最新实验数据, 暂时不考虑涉及  $\iota/\eta(1440)$  的实验数据(由于其可靠性不够), 唯象地讨论这个问题, 拟合出混合方案中的混合参数和混合角, 以判定是否需要这个非  $(q\bar{q})$  态与  $\eta$  和  $\eta'$  相混合.

取以下态矢量为基:

$$|N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\bar{u} + d\bar{d}\rangle, |S\rangle = |s\bar{s}\rangle, |G_0\rangle = |gg\rangle. \quad (1)$$

其中  $G_0$  也可以表示某种非  $(q\bar{q})$  同位旋标量味单态. 物理态  $\eta, \eta'$  和  $\iota$  为它们的线性组合

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \\ \iota \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\eta & y_\eta & z_\eta \\ x_{\eta'} & y_{\eta'} & z_{\eta'} \\ x_\iota & y_\iota & z_\iota \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |N\rangle \\ |S\rangle \\ |G_0\rangle \end{pmatrix} \quad (2)$$

变换矩阵满足以下么正关系

$$\begin{aligned} x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 &= 1, \\ \sum_i x_i^2 &= \sum_i y_i^2 = \sum_i z_i^2 = 1, \quad i = \eta, \eta', \iota. \end{aligned} \quad (3)$$

如果取  $\eta_8, \eta_0$  和  $G_0$  为基, 则有

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \\ \iota \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 S_3 - S_1 C_3 & -C_1 S_2 C_3 + S_1 S_3 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 S_3 + C_1 C_3 & -S_1 S_2 C_3 - C_1 S_3 \\ S_2 & C_2 S_3 & C_2 C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_0 \\ G_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中  $C_j = \cos\theta_j, S_j = \sin\theta_j, \theta_1, \theta_2, \theta_3$  为混合角. 如果  $\theta_2 = \theta_3 = 0$  则  $\eta, \eta'$  不与  $\iota$  相混合, 这时  $\theta_1 \equiv \theta_p$  ( $\eta-\eta'$  混合角).

A. Seiden 等人<sup>[7]</sup>, 用 Mark III 的实验数据, 对  $\eta, \eta'$  和胶球候选者  $\iota/\eta(1440)$  的混合作了研究. 他们分析了  $J/\psi$  衰变为矢量介子和赝标介子的衰变道, 考虑了两阶不连通图(DOZI)的贡献. 在 10 个道的衰变振幅中, 他们引入了 9 个唯象参数. 用 10 个道的衰变宽度的实验数据作拟合, 结果见表 1. 拟合的结果很好,  $\chi^2/DF = 0.02/1$ . 但是  $x_{\eta'}^2 + y_{\eta'}^2 = 1.44 \pm 0.25$ , 大于 1, 不满足么正性. 如果同时再考虑  $\eta$  和  $\eta'$  的双光子衰变宽度以及  $\eta, \eta'$  的  $J/\psi$  辐射衰变产生分支比的比值, 再作拟合. 那么么正性满足, 但是拟合结果不太好,  $\chi^2/DF = 10.5/4$ .

表 1

	$J/\psi \rightarrow P+V$	$\Gamma_{\gamma}(\eta), \Gamma_{\gamma}(\eta'), \frac{J/\psi \rightarrow \gamma\eta}{J/\psi \rightarrow \gamma\eta'}, J/\psi \rightarrow P+V$
$x_\eta$	$0.67 \pm 0.05$	$0.78 \pm 0.02$
$y_\eta$	$-0.74 \pm 0.10$	$-0.53 \pm 0.04$
$x_{\eta'}$	$0.58 \pm 0.06$	$0.54 \pm 0.02$
$y_{\eta'}$	$1.05 \pm 0.12$	$0.80 \pm 0.05$
$\chi^2/DF$	0.02/1	10.5/4

文献[8]用矢量介子和赝标介子之间的辐射跃迁以及赝标介子的双光子衰变道,讨论了赝标介子  $\eta$  和  $\eta'$  的夸克内容,以探寻它们是否是夸克偶素和胶球的混合态. 结果得到:  $|x_\eta| = 0.73 \pm 0.10$ ,  $|y_\eta| = 0.74 \pm 0.06$ ,  $|x_{\eta'}| = 0.63 \pm 0.12$ . 由于缺少  $\phi \rightarrow \eta'\gamma$  的数据,因而不能知道  $\eta'$  中的奇异夸克含量. 也不能判断它们是否需要某种非  $(q\bar{q})$  同位旋标量味单态与之混合.

利用与  $\eta$ ,  $\eta'$  有关的辐射跃迁(包括  $\phi \rightarrow \eta'\gamma$ )和电磁衰变道以及  $J/\psi \rightarrow P + V$  衰变道中电磁过程的最新实验数据,对混合矩阵中的参数进行最小二乘法拟合. 给出了最佳拟合参数和一个标准偏差下的混合参数变化范围. 发现,如果仅考虑  $\eta$  和  $\eta'$  的混合,拟合结果不太好.

## 2 数据拟合

利用的实验道和衰变宽度及约化分支比的实验数据见表 2<sup>[9]</sup>:

表 2

辐射衰变过程	宽度(keV)	辐射衰变过程	宽度(keV)
$\omega \rightarrow \pi\gamma$	$715 \pm 50$	$\eta' \rightarrow \rho\gamma$	$61.3 \pm 7.5$
$\rho \rightarrow \eta\gamma$	$36 \pm 13$	$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	$4.28 \pm 0.60$
$\pi \rightarrow \gamma\gamma$	$(7.92 \pm 0.42) \times 10^{-3}$	J/ $\psi \rightarrow$ PV 过程	约化分支比 $\tilde{B} \times 10^3$
$\phi \rightarrow \eta\gamma$	$55.8 \pm 3.3$	$\rho^0 \eta$	$0.071 \pm 0.024$
$\phi \rightarrow \eta'\gamma$	$0.53^{+0.31}_{-0.22}$	$\rho^0 \eta'$	$0.050 \pm 0.009$
$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	$0.463 \pm 0.047$	$\omega\pi^0$	$0.139 \pm 0.020$

由  $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , 考虑相空间的贡献,有如下关系:

$$\frac{\Gamma(i \rightarrow 2\gamma)}{\Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} = \left(\frac{m_i}{m_\pi}\right)^3 \left| \frac{\sqrt{2}e_N^2 F_N(0)x_i + e_S^2 F_S(0)y_i}{\sqrt{2}e_\pi^2 F_\pi(0)} \right|^2 = \frac{1}{9} \left(\frac{m_i}{m_\pi}\right)^3 (5x_i + \sqrt{2}y_i)^2,$$

其中  $i = \eta, \eta'$ ,  $F_N(0)$ ,  $F_S(0)$  和  $F_\pi(0)$  代表 Bethe-Salpeter 振幅在原点的值. 不考虑  $SU(3)$  味道破坏,则可以认为  $F_S(0)$ ,  $F_N(0)$  和  $F_\pi(0)$  的值相等;  $|N\rangle$ ,  $|S\rangle$  和  $\pi^0$  的电荷因子为:  $e_N^2 = 1/2(e_u^2 + e_d^2) = \frac{5}{18}$ ,  $e_S^2 = \frac{1}{9}$ ,  $e_\pi^2 = \frac{1}{2}(e_u^2 - e_d^2) = \frac{1}{6}$ .

对  $\rho \rightarrow \eta\gamma$ ,  $\eta' \rightarrow \rho\gamma$  过程,有

$$\frac{\Gamma(\rho \rightarrow \eta\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)} = \left(\frac{m_\rho^2 - m_\eta^2}{m_\omega^2 - m_\pi^2} \frac{m_\omega}{m_\rho}\right)^3 x_\eta^2,$$

$$\frac{\Gamma(\eta' \rightarrow \rho\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)} = 3 \left(\frac{m_{\eta'}^2 - m_\rho^2}{m_\omega^2 - m_\pi^2} \frac{m_\omega}{m_{\eta'}}\right)^3 x_{\eta'}^2. \quad (7)$$

对于  $\phi \rightarrow \eta\gamma$  和  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$  宽度之比,考虑  $SU(3)$  味道破坏的影响. 由 s 夸克和 u 夸克磁矩之比  $m_u/m_s$ , 有

$$\frac{\Gamma(\phi \rightarrow \eta\gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)} = \frac{4}{9} \frac{m_u^2}{m_s^2} \left(\frac{m_\phi^2 - m_\eta^2}{m_\omega^2 - m_\pi^2} \frac{m_\omega}{m_\phi}\right)^3 y_\eta^2,$$

可以取  $m_u/m_s = 0.642^{[8]}$ .

对于  $\phi \rightarrow \eta' \gamma$  道, 相应有

$$\frac{\Gamma(\phi \rightarrow \eta' \gamma)}{\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma)} = \frac{4}{9} \frac{m_u^2}{m_s^2} \left( \frac{m_\phi^2 - m_{\eta'}^2}{m_\omega^2 - m_\pi^2} \frac{m_\omega}{m_\phi} \right)^3 y_{\eta'}^2. \quad (9)$$

对于过程  $J/\psi \rightarrow \rho^0 \eta, \rho^0 \eta'$  和  $\omega \pi^0$ , 由于同位旋不守恒, 所以是电磁过程. 相应有关系

$$\frac{\tilde{B}(J/\psi \rightarrow \rho^0 i)}{\tilde{B}(J/\psi \rightarrow \omega \pi^0)} = x_i^2, \quad i = \eta, \eta'. \quad (10)$$

其中  $\tilde{B}$  是去掉相空间因子后的约化分支比,  $\tilde{B} \equiv B/p^3$ ,  $p$  是末态粒子的动量绝对值.

以上关系式中所用到的混合参数  $x_i, y_i$  可以用  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  这 3 个转动角来表达. 由公式(2), (4)可得

$$\begin{aligned} x_\eta &= \frac{C_1 C_2 - \sqrt{2} C_1 S_2 S_3 - \sqrt{2} S_1 C_3}{\sqrt{3}}, & y_\eta &= -\frac{\sqrt{2} C_1 C_2 + C_1 S_2 S_3 + S_1 C_3}{\sqrt{3}} \\ z_\eta &= -C_1 S_2 C_3 + S_1 S_3; \\ x_{\eta'} &= \frac{S_1 C_2 - \sqrt{2} S_1 S_2 S_3 + \sqrt{2} C_1 C_3}{\sqrt{3}}, & y_{\eta'} &= \frac{-\sqrt{2} S_1 C_2 - S_1 S_2 S_3 + C_1 C_3}{\sqrt{3}}, \\ z_{\eta'} &= -S_1 S_2 C_3 - C_1 S_3; \\ x_G &= \frac{S_2 + \sqrt{2} C_2 S_3}{\sqrt{3}}, & y_G &= \frac{-\sqrt{2} S_2 + C_2 S_3}{\sqrt{3}}, & z_G &= C_2 C_3. \end{aligned} \quad (11)$$

至此, 有 8 个关系式(5)–(10)来拟合  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  3 个参数.

### 3 结果及分析

在我们的  $\eta, \eta'$  和  $\iota$  混合方案中, 可用的关系式为 8 个, 而未知参数有  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  3 个拟合的自由度是 5. 最佳拟合结果为:  $\chi_{\min}^2/DF = 2.19/5$ , 若考虑一个标准偏差, 则  $\chi^2/DF \leq 8.44/5$ , 拟合出的混合参数为

$$\begin{pmatrix} x_\eta = 0.730 \pm 0.048 & y_\eta = -0.677 \pm 0.053 & z_\eta = 0.094 \pm 0.075 \\ x_{\eta'} = 0.564 \pm 0.069 & y_{\eta'} = 0.675 \pm 0.118 & z_{\eta'} = 0.476 \pm 0.205 \\ x_\iota = -0.386 \pm 0.148 & y_\iota = -0.294 \pm 0.162 & z_\iota = 0.874 \pm 0.112 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

么正关系(3)自然满足.

以上结果表明:  $\eta$  基本上不含非  $(q\bar{q})$  成份, 是纯  $(q\bar{q})$  介子. 而  $\eta'$  中却含有一定的非  $(q\bar{q})$  (如胶球) 成分.  $\iota$  中主要是非  $(q\bar{q})$  成份, 但混有少量的  $(q\bar{q})$  成份.

由以上参数计算出的一些与  $\eta, \eta'$  有关的衰变宽度和实验值的比较见表 3.

如果只考虑  $\eta$  和  $\eta'$  混合, 而  $\iota$  不参与混合的情况. 即令  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ . 这时只有一个未知参数  $\theta_1 (= \theta_p)$ , 拟合的自由度是 7. 得到的最佳拟合为  $\chi_{\min}^2/DF = 9.831/7$ . 考虑一个标准偏差, 则有  $\chi^2/DF \leq 10.90/7$ , 拟合出的混合参数

表 3

衰变过程	衰变宽度(keV) 实验值	$\eta, \eta'$ 和 $\omega$ 混合 最佳拟合值	$\eta, \eta'$ 混合 最佳拟合值
$\rho \rightarrow \eta\gamma$	$36 \pm 13$	47.3	52.5
$\phi \rightarrow \eta\gamma$	$55.8 \pm 3.3$	52.4	46.7
$\phi \rightarrow \eta'\gamma$	$0.53^{+0.31}_{-0.22}$	0.51	0.66
$\eta \rightarrow \gamma\gamma$	$0.463 \pm 0.047$	0.42	0.51
$\eta' \rightarrow \rho\gamma$	$61.3 \pm 7.5$	62.7	80.4
$\eta' \rightarrow \gamma\gamma$	$4.28 \pm 0.60$	4.48	5.77
	约化分支比 $\bar{B} \times 10^3$		
$J/\psi \rightarrow \rho^0 \eta$	$0.071 \pm 0.024$	0.074	0.082
$J/\psi \rightarrow \rho^0 \eta'$	$0.050 \pm 0.009$	0.044	0.057

$$\begin{cases} x_\eta = 0.769 \pm 0.050 & y_\eta = -0.639 \pm 0.061 \\ x_{\eta'} = 0.639 \pm 0.061 & y_{\eta'} = 0.769 \pm 0.050 \end{cases}, \quad (13)$$

相应于取混合角为  $\theta_1 = -150 \pm 1.5^\circ$ . 由以上参数计算出的一些衰变宽度见表 3 的第 3 栏. 由表 3 可见, 三态混合给出的拟合值与实验值符合较好. 如果我们取混合角  $\theta_1 = -190$ , 则得到  $\chi^2/DF = 14.478/7$ , 总体拟合结果不好.

利用包含  $\eta, \eta'$  的一些辐射跃迁和它们的双光子衰变过程和某些  $J/\psi \rightarrow P + V$  (赝标介子和矢量介子) 电磁过程的最新实验数据, 对  $\eta, \eta'$  和非 ( $q\bar{q}$ ) 介子态 (如  $\omega/\eta(1440)$ ) 的混合参数作了拟合. 由于实验数据比较新也比较全, 所得结果的可信度有了提高. 文章中, 给出了最佳拟合的混合参数和考虑一个标准偏差的混合参数变化范围. 通过对结果的分析, 得到如下结论: 需要一个非 ( $q\bar{q}$ ) 同位旋标量味单态 (如  $\omega/\eta(1440)$ ) 与  $\eta$  和  $\eta'$  相混合, 而且  $\eta'$  应该是混有少量非 ( $q\bar{q}$ ) 成分的介子, 而  $\eta$  应是一个比较纯的 ( $q\bar{q}$ ) 介子态.

### 参考文献 (References)

- 1 Baillon P et al. Nuovo Cimento, 1967, **A50**:393
- 2 Scharre D L et al. Phys. Lett., 1980, **B97**:329
- 3 Edwards C et al. Phys. Rev. Lett., 1982, **49**:259; Augustin J E et al. Phys. Rev., 1990, **D42**:10
- 4 Augustin J E et al. Phys. Rev., 1992, **D46**:2507; Bai J Z et al (Mark III Collaboration). Phys. Rev. Lett., 1990, **65**:2507; Bertin A et al. Phys. Lett., 1995, **B361**:187
- 5 Peardon M. Nucl. Phys. B, 1998, **63A-C**:22
- 6 Iwao S. Prog. Theor. Phys., 1997, **97**:351
- 7 Seiden A et al. Phys. Rev., 1988, **D38**:824
- 8 Rosner J L. Phys. Rev., 1983, **D27**:1101
- 9 Review of Particle Physics, Eur. Phys. J. C, 1998, **3**:1—794

## Study on Mixing of Pseudoscalar Mesons $\eta, \eta'$ and Non- $q\bar{q}$ Meson

FANG Jian YU Hong SHEN QiXing

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

**Abstract** The data of radiative decays involving  $\eta, \eta'$  and their two-photon decay process and some electromagnetic processes of the  $J/\psi \rightarrow P + V$  (Pseudoscalar and Vector mesons) have been used to study the admixture of pseudoscalar mesons  $\eta, \eta'$  and non- $q\bar{q}$  isoscalar flavor singlet (such as  $\iota/\eta(1440)$ ). The mixing parameters of two schemes are fitted by using the method of least squares. If we only consider the mixing of  $\eta$  and  $\eta'$  the fitting result is not good. If the admixture of  $\eta, \eta'$  and the non- $q\bar{q}$  mesons (represented by  $\iota$  later on) has been considered the result is better. The conclusion is that the  $\eta'$  may contain a few non- $q\bar{q}$  component and  $\iota$  has some  $q\bar{q}$  component.

**Key words** glueball, admixture method of least squares

---

Received 14 January 1999

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China and Science Foundation of The Chinese Academy of Sciences