

FST 模型中核物质的不可压缩系数*

章利良 宋宏秋

兰州 730000)
201800)

摘要 FST 模型是近来提出的一个具有手征对称性的核模型. 用它研究了零温及有限温核物质的不可压缩系数. 并与其它模型得出的结果进行了比较.

关键词 不可压缩系数 核物质 FST 模型

1 引言

核物质的不可压缩系数 K 的精确确定对于原子核性质、前超新星 (presupernova) 坍缩、中子星性质及重离子碰撞的研究具有非常重要的意义. 有限核的同位旋标量巨单极共振 (GMR) 对 K 的确定提供了重要的信息 (可以通过与共振能量实验值的拟合来定出 K). 早年为大家所接受的数值 $K = 210 \pm 30 \text{ MeV}$ 是基于用较局限的相互作用的无规位相近似 (RPA) 结果^[1]. 后来, Sharma 等^[2] 用宏观模型对多组核数据的最小二乘法拟合得到 $K = 300 \pm 20 \text{ MeV}$. 最近, Pearson 等^[3] 指出, Sharma 在拟合时用了 Treiner 关系式, 因而这个值是依赖模型的. 现有实验数据只能建立 K 及饱和曲线三阶导数的关联. Shlomo 等人^[4] 的工作显示, 用目前最完整的实验数据只能给出从 200—350 MeV 范围内的 K 值. 因而继续在理论和实验上对 K 作进一步的探讨是很有意义的.

由于有限核和核物质的性质最终由低能的量子色动力学 (QCD) 来决定, 因而描述有限核及核物质的有效模型应尽可能多地包含 QCD 的对称性. FST 模型是近来由 Furnstahl 等^[5] 提出的一个具有手征对称性的相对论性的模型. 它把非线性手征对称性、破缺标度不变性及矢量为主现象结合在一起. 此模型的一个重要特征是一个赋予反常标度的轻标量介子自由度. 由拟合有限核性质定义的参数组 T_1, T_2, T_3 均能给出与实验符合得很好的核物质性质 (饱和密度 ρ_0 在 0.15 fm^{-3} 附近, 每核子结合能约为 16 MeV, 饱和点处核子有效质量 M^*/M 及不可压缩系数 K 分别约为 0.6 和 194—244 MeV). 我们将用零温及有限温的 FST 模型对核物质的不可压缩系数作一些研究.

1998-12-31 收稿

* 国家自然科学基金 (19675060) 和中国科学院“九五”重大基础研究基金 (KJ951-A1-410) 资助项目

2 有限温的 FST 模型

FST 模型包括了标量场、矢量场的自作用以及矢量场与标量场的耦合. 其拉氏量为

$$\begin{aligned}
 L(x) = & \bar{\psi} \left(i\gamma^\mu D_\mu + g_s \gamma^\mu \gamma_5 a_\mu - M + g_s \phi - \frac{1}{2} g_\rho \gamma_\mu \tau \cdot \mathbf{b}^\mu + \dots \right) \psi - \\
 & \frac{1}{4} (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu)^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu + \\
 & \frac{1}{2} \left[1 + \eta \frac{\phi}{s_0} + \dots \right] \left[\frac{1}{2} f_\pi^2 \text{tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) + m_\nu^2 V_\mu V^\mu \right] + \\
 & \frac{1}{4!} \zeta (g_\nu^2 V_\mu V^\mu)^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - H_q \left(\frac{s^2}{s_0^2} \right)^{2/d} \left(\frac{1}{2d} \ln \frac{s^2}{s_0^2} - \frac{1}{4} \right) + \dots, \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中, $g_s = 1.23$ 是轴耦合常数, $D_\mu = \partial_\mu + i\mathbf{v}_\mu + ig_\nu V_\mu$ 是手征协变导数. 手征相角 U 及为保持手征对称性而引入的矢量场 \mathbf{v}_μ 和轴矢量场 a_μ 都依赖于 π 介子场. g_s, g_ν 和 g_ρ 分别是核子与标量场 ϕ , 矢量场 ω 和 ρ 介子场的耦合常数. $f_\pi = 93\text{MeV}$ 是 π 介子的衰变常数. η 和 ζ 是实常数. 标量场 $s(r)$ 的标度 d 可不等于 1, $\phi(r)$ 是 $s(r)$ 相对于平衡值 s_0 的涨落. 量 H_q 与轻标量 s 的质量 m_s 的关系为 $m_s^2 = 4H_q/(d^2 s_0^2)$.

采用平均场近似, 对非极化的核物质而言, π 介子场无贡献. 这时, 欧拉-拉格朗日方程为

$$[(i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\nu \gamma^0 V_0) - (M - g_s \phi_0)] \psi = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \zeta g_\nu^4 V_0^3 + \left(1 + \eta \frac{\phi_0}{s_0} \right) m_\nu^2 V_0^2 - g_\nu \rho = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\eta}{2s_0} m_\nu^2 V_0^2 + g_s \rho_s + m_s^2 s_0 \left(1 - \frac{\phi_0}{s_0} \right)^{\frac{4}{d}-1} \ln \left(1 - \frac{\phi_0}{s_0} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} g_\rho \rho_3 - m_\rho^2 b_0 = 0, \quad (5)$$

式中 ϕ_0, V_0 和 b_0 分别是 σ 介子, ω 介子时间分量和 ρ 介子同位旋的第 3 个方向上的时间分量的平均场数值. 标量密度 $\rho_s \equiv \langle \bar{\psi} \psi \rangle$, 核子密度 $\rho \equiv \langle \psi^\dagger \psi \rangle$ 和 $\rho_3 \equiv \langle \psi^\dagger \tau_3 \psi \rangle$.

用温度场论的方法, 可以很容易得到系统的热力学势

$$\begin{aligned}
 \Omega = & V \left\{ H_q \left[\left(1 - \frac{\phi_0}{s_0} \right)^{\frac{4}{d}} \left(\frac{1}{d} \ln \left(1 - \frac{\phi_0}{s_0} \right) - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \right] - \right. \\
 & \left. \frac{1}{2} m_\rho^2 b_0^2 - \frac{1}{2} \left(1 + \eta \frac{\phi_0}{s_0} \right) m_\nu^2 V_0^2 - \frac{1}{4!} \zeta (g_\nu V_0)^4 \right\} - \\
 & 2k_B T \left\{ \sum_{\mathbf{k}\tau} \ln [1 + e^{-\beta(E^*(\mathbf{k}) - v_\tau)}] + \sum_{\mathbf{k}\tau} \ln [1 + e^{-\beta(E^*(\mathbf{k}) + v_\tau)}] \right\}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中, $\beta = 1/(k_B T)$, k_B 是 Boltzmann 常数, V 是量子化体积. $E^*(\mathbf{k}) = \sqrt{M^{*2} + \mathbf{k}^2}$, 有效核子质量为 $M^* = M - g_s \phi_0$.

得到了系统的热力学势后, 就可以很容易地计算其它的热力学量. 系统平均能量密

度 ϵ 可通过 $\epsilon V = \partial(\beta\omega)/\partial\beta + \mu\rho V$ 得到

$$\begin{aligned} \epsilon = H_q \left\{ \left(1 - \frac{\phi_0}{s_0}\right)^{\frac{4}{3}} \left[\frac{1}{d} \ln\left(1 - \frac{\phi_0}{s_0}\right) - \frac{1}{4} \right] + \frac{1}{4} \right\} + g_v V_0 \rho - \\ \frac{1}{2} \left(1 + \eta \frac{\phi_0}{s_0}\right) m_v^2 V_0^2 - \frac{1}{4!} \zeta g_v^4 V_0^4 + \frac{g_\rho^2}{8m_\rho^2} \rho_3^2 + \\ \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 k E^*(k) [n_n(k) + \bar{n}_n(k) + n_p(k) + \bar{n}_p(k)]. \end{aligned} \quad (7)$$

系统的压强 $p = -\Omega/V$

$$\begin{aligned} p = -H_q \left\{ \left(1 - \frac{\phi_0}{s_0}\right)^{\frac{4}{3}} \left[\frac{1}{d} \ln\left(1 - \frac{\phi_0}{s_0}\right) - \frac{1}{4} \right] + \frac{1}{4} \right\} + \\ \frac{1}{2} \left(1 + \eta \frac{\phi_0}{s_0}\right) m_v^2 V_0^2 - \frac{1}{4!} \zeta g_v^4 V_0^4 - \frac{g_\rho^2}{8m_\rho^2} \rho_3^2 + \\ \frac{1}{3} \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 k \frac{k^2}{E^*(k)} [n_n(k) + \bar{n}_n(k) + n_p(k) + \bar{n}_p(k)]. \end{aligned} \quad (8)$$

在上面的方程中, $n_\tau(k)$ 和 $\bar{n}_\tau(k)$ 分别是核子及反核子的分布函数

$$n_\tau(k) = \{\exp[(E^*(k) - v_\tau)/k_B T] + 1\}^{-1}, \quad (9)$$

$$\bar{n}_\tau(k) = \{\exp[(E^*(k) + v_\tau)/k_B T] + 1\}^{-1}. \quad (\tau = n, p) \quad (10)$$

不对称核物质可由总核子密度 ρ 和不对称系数 β 来表征. 中子密度 ρ_n 和质子密度 ρ_p 可用它们表示为: $\rho_n = (1 + \beta)\rho/2$.

核子密度 ρ_τ 通过以下方程决定了化学势:

$$\rho_\tau = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 k [n_\tau(k) - \bar{n}_\tau(k)], \quad (11)$$

标量密度为

$$\rho_s = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 k \frac{M^*}{E^*(k)} [n_n(k) + \bar{n}_n(k) + n_p(k) + \bar{n}_p(k)]. \quad (12)$$

一旦给定 β 和 ρ , 就可以由联立方程(3)—(5)和(9)—(12)自洽地计算化学势 v_τ 、核子的有效质量 M^* 、平均场量 ϕ_0, V_0, b_0 以及其它的量.

3 结果与讨论

用宏观模型先讨论零温核物质. 有限核的不可压缩系数

$$K(A, Z) = K + K_s A^{-1/3} + K_v I^2 + K_{\text{Coul}} Z^2 A^{-4/3} + K_w I^2 A^{-1/3} + K_{\text{cv}} A^{-2/3}, \quad (13)$$

K 是对称核物质的不可压缩系数. K_s, K_w 和 K_{Coul} 分别是表面项, 体积对称项以及库仑项系数, 最后两项一般予以忽略. Pearson^[3]指出, $K - K_{\text{Coul}}$ 之间有强的关联.

核物质的不可压缩系数定义为

$$K = 9\rho^2 \frac{\partial^2 e}{\partial \rho^2} \Big|_{\rho=\rho_0}, \quad (14)$$

ρ_0 是核物质的饱和密度, $e = \epsilon/\rho$ 是每个核子的能量. 同时定义 K' 为

$$K' = 3\rho^3 \left. \frac{d^3 e}{d\rho^3} \right|_{\rho=\rho_0}.$$

在标度模型中, 由下面的关系式来计算 K_{Coul}

$$K_{\text{Coul}} = -\frac{3q_e^2}{5r_0} (9K'/K + 8),$$

上式中, q_e 是质子的电量, $r_0 = [3/(4\pi\rho_0)]^{1/3}$.

用文献[5]拟合有限核定出的三组参数(表1)计算了不可压缩系数.

表1 从有限核性质得出的三组参数

set	g_s^2	m_σ/MeV	g_v^2	g_ρ^2	s_0/MeV	ζ	η	d	$H_q^{1/4}/\text{MeV}$
T1	99.3	509	154.5	70.2	90.6	0.0402	-0.496	2.70	250
T2	96.3	529	138.0	69.6	95.6	0.0342	-0.701	2.20	236
T3	109.5	508	178.6	67.2	89.8	0.0346	-0.160	3.50	283

矢量介子质量 $m_\sigma = 783\text{MeV}$, $m_\rho = 770\text{MeV}$. 核子质量 $M = 939\text{MeV}$.

图1给出了几个理论模型确定的 $K - K_{\text{Coul}}$ 的关系, 阴影是 Pearson 给出的实验拟合值范围. 可见 FST 模型的结果很接近实验值.

用 T1 组参数讨论有限温不对称核物质. 首先, 计算 $\beta = 0.33$ 时, 每个核子的自由能与重子密度 $(F/A - \rho)$ 的等温线. 通常认为 $\beta = 0.33$ 的不对称核物质是在前超新星核心坍缩时形成的核物质. 自由能 F 可根据热力学关系 $(F = E - TS)$ 来计算, 其中熵 S 可以表示为

$$S = - \sum_\tau \sum_k [n_\tau(k) \ln n_\tau(k) + (1 - n_\tau(k)) \ln(1 - n_\tau(k))], \quad (17)$$

计算结果由图2表示. 由图可见, 随着温度的增加 F 呈减小趋势. $T = 10.42\text{MeV}$ 时, 曲线有一个拐点, 称之为闪光温度(Flashing Temperature). 在这个温度以上 F/A 就不存在极小值.

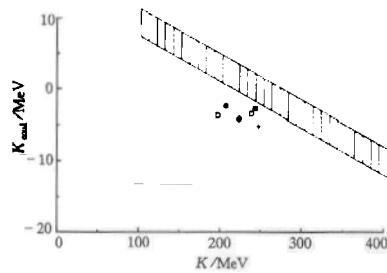


图1 $K_{\text{Coul}} - K$ 的关联

□ FST-T1, ■ FST-T2, + FST-T3,
○ Gongy D1, ● QMC, ◆ SKM*.

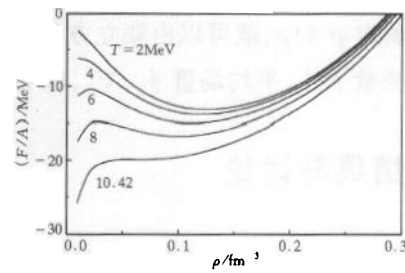


图2 在不同温度下的不对称核物质($\beta = 0.33$)的 $F/A - \rho$ 的等温线

等温不可压缩系数在天体物理中是一个很重要的量. 它的定义是

$$K_0^{[T]}(\beta, T) = 9 \left(\rho^2 \frac{d^2 F/A}{d\rho^2} \right)_{\rho_0(\beta, T)},$$

$\rho_0(\beta, T)$ 是 $F/A - \rho$ 的等温线达到极小值时的密度. 把等温不可压缩系数与零温值之比列于表 2, 并列出了用 Skyrme 力在 HF 近似下^[6], 用 Paris 势 BBG 近似下^[7] 及 QMC 模型^[8] 得出的结果. 比较可见, 用 T1 组参数算出 $K_0^{[T]}(0.33, T)$ 随着温度上升而下降趋势与 HF 及 BBG 的结果相近, 但要比 QMC 模型快一些. $K_0^{[T]}(\beta, T)$ 随温度的变化符合下面的抛物线关系

$$K_0^{[T]}(\beta, T) = K_0^{[T]}(\beta, 0)[1 - \alpha_T(\beta)T^2], \quad (19)$$

其中 $\alpha_T(\beta = 0.33) = 7.69 \times 10^{-3} \text{ MeV}^{-2}$. 它比文献[7]的结果 $(7.87 \pm 0.54) \times 10^{-3} \text{ MeV}^{-2}$ 略小, 但比文献[8]的结果 $5.73 \times 10^{-3} \text{ MeV}^{-2}$ 大. Huang 等^[9] 用 Gongy 力也得到了类似的结论.

表 2 $\beta = 0.33$ 时不同的温度下的 $K_0^{[T]}(\beta, T)/K_0^{[T]}(\beta, 0)$

T/MeV	$K_0^{[T]}(\beta, T)/K_0^{[T]}(\beta, 0)$			
	QMC	HF(SKM*)	BBG	FST-T1
0	1.000	1.000	1.000	1.000
4	0.896	0.881	0.911	0.865
6	0.800	0.702	0.701	0.713
8	0.628	0.498	0.496	0.533
10	0.399	0.163	—	0.231

天体物理中, 前超新星坍缩方程的一个很重要特征是低熵. Bethe 等^[10] 曾指出, 正在坍缩星体之中的每个核子的熵为 1.0—1.5 左右(单位为 Boltzmann 常数)并在各个阶段近似不变. 因此, 塌缩过程是由热不对称核物质的等熵性质所决定. 图 3 给出本工作计算得到的 $\beta = 0.33$ 时温度和密度的等熵线. 可以看出, 当物质被压缩时, 体系温度上升. 当密度为零温对称核物质饱和密度的两倍时, T_S 约为 22MeV ($S/A = 1.0$). 图 4 给出每个核子的内能 E/A 与密度的等熵线. 由图可以看出, 随着熵的增加, 每条等熵线上的最低点向着密度低的方向移动.

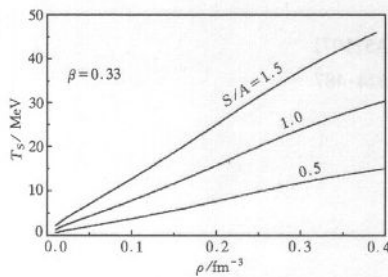


图 3 熵为不同的常数时的温度 T_S 的密度依赖(熵的单位是 Boltzmann 常数)

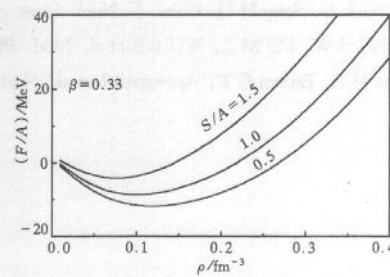


图 4 沿不同的等熵线非对称核物质的每个核子的内能与密度的关系

定义等熵不可压缩系数

$$K_0^{[S]}(\beta, S) = 9 \left(\rho^2 \frac{d^2 E/A}{d\rho^2} \right)_{\rho_0(\beta, S)}, \quad (20)$$

其中 $\rho_0(\beta, S)$ 为等熵线最低点的密度. 计算结果列在表 3, 除了 $K_0^{[S]}(0.33, S)$ 之外, 还给出了 FST-T1 模型 $K_0^{[S]}(0.33, S)$ 与零温值 $K_0^{[S]}(0.33, 0) = 180.18 \text{ MeV}$ 的比. 作为比较, 表中也列出了 QMC^[6], BBG^[7] 的结果. 随着熵的提高, 不可压缩系数下降很快. 下降的速率 FST 与 QMC 差不多, 却较 BBG 为慢.

表 3 不同的熵值下的不对称核物质 ($\beta = 0.33$) 的等熵不可压缩系数

$\frac{S}{A}/k_B$	$K_0^{[S]}(\beta, S)/\text{MeV}$	$K_0^{[S]}(\beta, S)/K_0^{[S]}(\beta, 0)$		
		FST-T1	QMC	BBG
0.0	180.18	1.00	1.00	1.00
0.5	172.59	0.95	0.96	0.93
1.0	153.69	0.85	0.84	0.69
1.5	122.25	0.68	0.62	0.24

我们用具有 QCD 对称性的 FST 模型研究了零温及有限温核物质的不可压缩系数, 探讨了等熵条件下核物质的行为. 研究发现用 FST 模型计算得到的 $K_{\text{cond}} - K$ 关联与经验值很相近, 不可压缩系数随不对称度、温度及熵的变化趋势与非相对论微观理论结果也十分一致. 由此可见, FST 模型给我们提供了对核物质的一个好的描述.

参考文献 (References)

- 1 Blaizot J P, Gogny D, Grammaticos B. Nucl. Phys., 1976, **A265**:315
- 2 Sharma M M, Borghols W T A, Brandenburg S et al. Phys. Rev., 1988, **C38**:2562
- 3 Person J M. Phys. Lett., 1991, **B271**:12
- 4 Shlomo S, Youngblood D H. Phys. Rev., 1993, **C47**:529
- 5 Furnstahl R J, Tang H B, Serot B D. Phys. Rev., 1995, **C52**:1368
- 6 Vinas X, Baranco M, Treiner J et al. Astron. Astrophys., 1987, **L34**:182
- 7 Bombaci I, Kuo T T S, Lombardo U. Phys. Lett., 1993, **B311**:9
- 8 ZHANG L L, Song H Q. Chin. J. Nucl. Phys., 1997, **19**:65
- 9 HUANG S W, FU M Z, WU S S et al. Mod. Phys. Lett., 1990, **A5**:1071
- 10 Bethe H A, Brown G E, Applegate J et al. Nucl. Phys., 1979, **A324**:487

Incompressibility of Nuclear Matter in the FST Model

ZHANG LiLiang SONG HongQiu

(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator,
Lanzhou 73000, China*)

(*Shanghai Institute of Nuclear Research, The Chinese Academy of Sciences,
Shanghai 201800, China*)

Abstract The recently proposed FST model with chiral symmetry is used to study the incompressibility of nuclear matter at both zero and finite temperature. The results are compared with those from other models and experiments.

Key words incompressibility, nuclear matter, FST model

Received 31 December 1998

* Project supported by National Natural Science Foundation of China (19675060) and Major Subject of The Chinese Academy of Sciences (KJ951 - A1 - 410)