

利用具有非常规插入场的 QCD 求和规则计算核子张量荷*

曹泽新 何汉新

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

摘要 利用外张量场下的 QCD 求和规则计算了核子张量荷,其中核子插入场的核子流算符取最一般形式或称为非常规型,计算包括至维度 8 的项的贡献. 详细分析了不同核子插入场及张量磁化率对计算核子张量荷求和规则的影响. 计算表明,改变核子插入场及张量磁化率仍不能得到求和规则的稳定解,但如取最佳插入场的形式,对同位旋矢量和同位旋标量的求和规则解的稳定性有所改善. 给出了在通常的对核子“QCD 求和规则窗口”标度下核子张量荷的平均值.

关键词 张量荷 QCD 求和规则 算符乘积展开 非常规则插入场

1 引言

核子的张量荷 g_T^a 定义为核子的张量流 $J_a^\mu = \bar{\psi}_a \sigma^\mu \psi_a$ 在核子态间的矩阵元^[1,2]

$$\langle ps | \bar{\psi}_a \sigma^\mu \psi_a | ps \rangle = g_T^a \bar{U}(ps) \sigma^\mu U(ps), \quad (1)$$

其中 $a = u, d$ 及 v, s , 即 $g_T^u = \delta u$, $g_T^d = \delta d$, 而指标 v, s 分别指同位旋矢量与同位旋标量的张量荷, p, s 分别为核子的 4-动量与极化矢量, $U(ps)$ 是 Dirac 旋量.

核子的张量荷与重子荷、轴荷等一样是标志核子性质的基本可观测量. 通过深度非弹求和规则,这些荷与领头扭度的核子结构函数——自旋平均分布 $f_1(x)$ 、夸克螺旋性分布 $g_1(x)$ 、夸克横向性分布 $h_1(x)$ 相联系^[3]. 其中,核子张量荷与夸克横向性分布的一次矩相联系^[3]. 在物理上,核子张量荷测量横向极化核子内横向极化的价夸克数. 从强相互作用基本理论量子色动力学出发,研究这些“荷”对人们认识核子的结构和性质以及低能 QCD 都是十分重要的. 至今,人们对核子的轴荷、重子荷等在实验和理论上已有相当深入的研究. 但人们对张量荷则了解得很少,至今还无实验值. 原因是自然界中不存在与张量荷直接耦合的探针. 研究发现,利用横向极化的 Drell-Yan 过程可以测量核子内夸克横向性分布以及张量荷,实验将在近年内开展. 因此,当前在理论上研究核子张量荷更有其意义,引起了人们的极大兴趣^[1,2,4,5,6].

1999-06-10 收稿

* 国家自然科学基金资助

由于在低能标度时 QCD 是高度非微扰的,因此计算核子张量荷必须发展非微扰 QCD 途径. 文献[1]利用 QCD 求和规则^[7]的三点关联函数途径计算了核子张量荷. 文献[2]则发展了一套外张量场下的 QCD 求和规则途径计算了核子张量荷. 在文献[1]和[2]的计算中,核子插入场即核子流算符取常规的 Ioffe 流^[8],所得的 QCD 求和规则方程不存在稳定解. 此外,外张量场的存在导致出现新的 QCD 真空破缺,它们由张量磁化率所描述^[2]或由双定域场描述^[1]. 文献[1,2]对张量磁化率的影响作了初步计算.

本文将在文献[2]的基础上,用外张量场下的 QCD 求和规则途径计算核子张量荷,计算中采用最普遍形式的核子插入场或非常规核子插入场,并对张量磁化率的影响作详细的分析,以试验核子插入场及张量磁化率的变化能否会导致 QCD 求和规则的稳定解,及它们对核子张量荷值的影响.

2 外张量场 QCD 求和规则的基本公式

为了导出对张量荷的 QCD 求和规则,我们考虑在弱常数外张量场 Z_μ 中的两点关联函数

$$\Pi(Z_\mu, p) = i \int d^4x e^{ipx} \langle 0 | T(\eta(x)\eta(0)) | 0 \rangle_Z,$$

这里 η 为由 u 夸克与 d 夸克构成的质子的核子流算符,代替文献[2]中常规的 Ioffe 流形式,这里取其最一般的形式:

$$\eta(x) = \epsilon_{abc} [(u^{aT} C d^b) \gamma_5 u^c + t (u^{aT} C \gamma_5 d^b) u^c], \quad (3)$$

$$\langle 0 | \eta(0) | N(p) \rangle = \lambda_N v_N(p). \quad (4)$$

其中 a, b 和 c 是色指标, T 表示转置, C 是电荷共轭矩阵, $U_N(p)$ 归一化为 $\bar{v}v = 2m_N$. 式(3)中 t 为参数,当取 $t = -1$ 时,即得到常规的 Ioffe 流形式. 为得到核子的张量荷,把关联函数 $\Pi(Z_\mu, p)$ 展开为 Z_μ 的幂级数至一次项

$$\Pi(Z_\mu, p) = \Pi_0(p) + Z_\mu \Pi^\mu(p). \quad (5)$$

这里 Π_0 是与外场无关的关联函数,它可导出核子质量求和规则. 下面的讨论中只考虑与对外场的线性响应项 $\Pi_\mu(p)$.

关联函数可以用核子、介子自由度写出,它给出关联函数的唯象表示,并由此引入核子张量荷:

$$\Pi(Z_\mu, p) = \frac{\lambda_N^2}{(p^2 - m_N^2)^2} g_T^a Z_\mu [\hat{p} \sigma^\mu \hat{p} + m_N^2 \sigma^\mu + m_N \{\hat{p}, \sigma^\mu\}] + \dots, \quad (6)$$

这里核子的张量荷 g_T^a 由式(1)所定义.

另一方面,利用算符乘积展开(OPE)技术可以用 QCD 理论计算关联函数. 根据理论的二重性描述等价性假设,由此导致核子张量荷用 QCD 的参量表示关系.

现在的主要任务就是利用算符乘积展开计算外张量场下的关联函数. 由于引入了外张量场 Z_μ , QCD 拉氏量中增加一附加项

$$\Delta \mathcal{L} = g_q \bar{q} \sigma^\mu q Z_\mu,$$

这里弱耦合常数 g_q 与夸克类型及场 $Z_{\mu\nu}$ 相关 ($g_q = g_u = -g_d$ 对应同位旋矢量耦合, $g_q = g_u = g_d$ 对应同位旋标量耦合). 在外场 $Z_{\mu\nu}$ 中, 夸克场满足以下运动方程,

$$(\hat{D} + ig_q Z_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu})q = 0, \quad (8)$$

这里 $D_\mu = \partial_\mu + ig_c A_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}$, g_c 是 QCD 规范耦合常数, λ^a 是 Gell-mann 矩阵, 而方程中忽略了 u 夸克与 d 夸克的流质量. 首先在坐标空间中进行算符乘积展开计算, 然后通过傅里叶变换得到相应的动量空间表示. 利用文献[2]中给出的外张量场 $Z_{\mu\nu}$ 下坐标空间中的夸克传播子和下述关系式:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \eta(x) \bar{\eta}(0) | 0 \rangle_Z^i = & -4i \epsilon_{abc} \epsilon_{a'b'c'} \{ \text{Tr}(S(x)_u^{aa'} CS(x)_d^{bb'T} C) \gamma_5 S(x)_u^{\alpha'} \gamma_5 + \\ & t \text{Tr}(S(x)_u^{aa'} C \gamma_5 S(x)_d^{bb'T} C) \gamma_5 S(x)_u^{\alpha'} + \\ & t \text{Tr}(S(x)_u^{aa'} CS(x)_d^{bb'T} \gamma_5 C) S(x)_u^{\alpha'} \gamma_5 + \\ & t^2 \text{Tr}(S(x)_u^{aa'} C \gamma_5 S(x)_d^{bb'T} \gamma_5 C) S(x)_u^{\alpha'} + \\ & \gamma_5 S(x)_u^{\alpha'} CS(x)_d^{bb'T} CS(x)_u^{aa'} \gamma_5 + \\ & t \gamma_5 S(x)_u^{\alpha'} C \gamma_5 S(x)_d^{bb'T} CS(x)_u^{aa'} + \\ & t S(x)_u^{\alpha'} CS(x)_d^{bb'T} \gamma_5 CS(x)_u^{aa'} \gamma_5 + \\ & t^2 S(x)_u^{\alpha'} C \gamma_5 S(x)_d^{bb'T} \gamma_5 CS(x)_u^{aa'} \}, \end{aligned} \quad (9)$$

完成对关联函数(2)的算符乘积展开计算, 其结果可表示为 $Z_{\mu\nu}$ 的一次项式:

$$\prod(Z_{\mu\nu}, p) = Z_{\mu\nu} [W_1 \hat{p} \sigma^{\mu\nu} \hat{p} + W_2 \sigma^{\mu\nu} + W_3 \{ \hat{p}, \sigma^{\mu\nu} \} + \dots], \quad (10)$$

使 OPE 结果与唯象表述公式(6)相等, 考虑反常维度修正并运用 Borel 变换, 可得到张量荷的 QCD 求和规则.

注意到 $\prod(Z_{\mu\nu}, p)$ 唯象表示公式(6)包含双极点贡献和各类单极点项贡献. 后者可通过不同的方法来处理. 这里应用标准的手续, 在求和规则的两边同乘以 $m_N^2 - p^2$, 以除去单极点项. 然后进行 Borel 变换, 由此得到如下 3 类不同 Dirac 结构的求和规则: 对于结构 $Z_{\mu\nu} \hat{p} \sigma^{\mu\nu} \hat{p}$, 有

$$\begin{aligned} & - (1 + t^2 - 2t) \frac{1}{3 \times 2^5} g_d \chi \alpha M^2 (m_N^2 E_0 - M^2 E_1) L^{-\frac{4}{3}} - \\ & (1 - t^2) \frac{3}{2^5} g_u M^4 (m_N^4 E_1 - 2M^2 E_2) L^{-\frac{8}{3}} + \\ & \frac{1}{32} [2(1 - t^2)(\kappa + \zeta) g_u + (1 + t^2 - 2t) \zeta g_d] a m_N^2 L^{\frac{4}{3}} - (1 - t^2) \frac{3}{2^7} b g_u m_N^2 L^{-\frac{8}{3}} + \\ & \frac{1}{24} [(6 + 8t^2 + 2t) g_u - (1 + 3t^2 + 4t) g_d] a^2 \left(\frac{m_N^2}{M^2} + 1 \right) L^{\frac{16}{3}} - \\ & \frac{1}{192} \left[\frac{1}{3} (83 + 12t - 119t^2) g_u + (11 + 6t + 5t^2) g_d \right] m_0^2 a^2 \left(\frac{m_N^2}{2M^4} + \frac{1}{M^2} \right) L^{\frac{4}{3}} = \\ & g_T^a(\mu_0) \beta_N^2 e^{-m_N^2/M^2} \end{aligned} \quad (11)$$

对于结构 $Z_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu}$, 有

$$- (1 + t^2 - 2t) \frac{1}{2^4} g_d M^6 (m_N^2 E_2 - 3M^2 E_3) L^{-\frac{8}{3}} -$$

$$\begin{aligned}
& (1-t^2) \frac{3}{16} g_u \chi a M^4 (m_N^2 E_1 - 2M^2 E_2) L^{-\frac{4}{9}} + \\
& \frac{1}{96} [(1+t^2-2t)g_d(4\kappa+\zeta) - 18(1-t^2)g_u(\kappa-\zeta)] a M^2 (m_N^2 E_0 - M^2 E_1) L^{\frac{4}{27}} \\
& (1+t^2-2t) \frac{1}{6 \times 8^2} b g_d M^2 (m_N^2 E_0 - M^2 E_1) L^{-\frac{8}{27}} + \\
& (1+t^2-2t) \frac{1}{24} g_u a^2 m_N^2 L^{\frac{16}{27}} - (1-t^2) \frac{1}{24} (g_u - g_d) a^2 m_N^2 L^{\frac{16}{27}} - \\
& (1-t^2) \frac{1}{128} b g_u \chi a m_N^2 L^{-\frac{4}{9}} = g_T^a(\mu_0) m_N^2 \beta_N^2 e^{-m_N^2/M^2} \quad (12)
\end{aligned}$$

对于结构 $Z_\mu \{\hat{p}, \sigma^\mu\}$, 有

$$\begin{aligned}
& \frac{5t^2+3t}{16} g_u + \frac{3t^2+2t-1}{32} g_d a M^2 (m_N^2 E_0 - M^2 E_1) L^{\frac{4}{27}} + \\
& \frac{1}{192\pi^2} [(4+6t-10t^2)g_u + 11(t^2-1)g_d] \langle \bar{q}\sigma \cdot Gq \rangle m_N^2 \frac{(2\pi)^4}{4} L^{-\frac{8}{27}} + \\
& \frac{1}{48} [2(t^2-t)g_u + (1-t^2)g_d] \chi a^2 m_N^2 + \left[\left(\frac{(11+11t^2+6t)b}{3^2 \times 2^7} + \frac{(1-t^2)\kappa a}{96} \right) g_u + \right. \\
& \left. \left(\frac{(5+5t^2+2t)b}{3^2 \times 2^8} + \frac{(1-t^2)\kappa a}{96} \right) g_d \right] a \left(1 + \frac{m_N^2}{M^2} \right) L^{\frac{4}{27}} - \\
& \left(\frac{1+2t^2-3t}{3^2 \times 2^6} g_u - \frac{5(t^2-1)}{3^2 \times 2^7} g_d \right) \chi m_0^2 a^2 \left(1 + \frac{m_N^2}{M^2} \right) L^{-\frac{4}{9}} + \\
& \left[\left(\frac{(t^2+2t-3)\kappa}{288} - \frac{(t^2-t)\zeta}{36} \right) g_u - \frac{(1-t^2)(\kappa-2\zeta)}{144} g_d \right] a^2 \left(1 + \frac{m_N^2}{M^2} \right) L^{\frac{16}{27}} = \\
& g_T^a(\mu_0) m_N^2 \beta_N^2 e^{-m_N^2/M^2} \quad (13)
\end{aligned}$$

这里 $a = -(2\pi)^2 \langle \bar{q}q \rangle$, $b = \langle g^2 G^2 \rangle$, $m_0^2 a = (2\pi)^2 \langle \bar{q}g \cdot \sigma \cdot Gq \rangle$, $\beta_N^2 = (2\pi)^4 \lambda_N^2/4$. 参量 χ, κ, ζ 称为真空张量磁化率^[2], 它描述 QCD 真空对外张量场的响应. M 是 Borel 质量, $E_n = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} e^{-x}$, $x = s_0/M^2$ 用于计算来自激发态的贡献之和, 这里 s_0 是有效连续阈值. 通过因子 $L = \ln(M^2/\Lambda^2)/\ln(\mu_0^2/\Lambda^2)$, 计算了包括张量流算符的各种算符的反常维度. 这里 μ_0 是初始重整化标度 ($\mu_0 = 500\text{MeV}$). 因此, 公式(11)–(13)中的张量荷 $g_T^a(\mu_0)$ 归一化在重整化标度 μ_0 .

3 求和规则分析

原则上, 期望公式(11)–(13)中的每个求和规则将给出相同结果的张量荷. 然而, 实际情况并非如此. 基本原因在于我们在 OPE 计算中只包括了至维度为 8 的有限项的贡献, 导致不同 Dirac 结构的求和规则具有不同的渐近行为. 正如文献[2]所指出的, 与结构 $\hat{p}\sigma^\mu\hat{p}$ 及 $\{\hat{p}, \sigma^\mu\}$ 相应的求和规则(11)与(13)式具有较好的渐近行为. 因此, 只利用式(11)与(13)计算核子的张量荷.

首先讨论核子插入场的改变对解的稳定性和计算结果的影响. 取 $t = -1$ 时, (3)式约化为通常的 Ioffe 流, 由此(11)和(13)式得到与文献[2]中的结果相一致. 研究指出, 核

子流的最佳选择应为 $t = -1.1$ 左右^[9]. 图 1 给出了 t 取不同值时由式(11)计算的 g_T^u 随 M^2 的变化. 为了完成数值计算, 必须确定张量磁化率 χ, κ, ζ . 文献[2]首先用 QCD 求和规则方法估算了张量磁化率, 得到 $\chi a \approx -0.29\text{GeV}^2, \kappa a = \zeta a \approx 0.10\text{GeV}^4$. 近来, 一些论文专门对 χa 作了讨论, 但结果不一致. 文献[10]给出 $\chi a \approx 1.5\text{GeV}^2$, 但文献[11]给出 $\chi a \approx -(0.57-1.0)\text{GeV}^2$. 鉴于对 χa 在理论上还未得到一致的结果, 在下面的计算中将考虑下述范围的 χa 值: $-0.5\text{GeV}^2 \leq \chi a \leq 1.5\text{GeV}^2$. κ, ζ 的取值则与文献[2]相同. 图 2 给出了不同 t 值下由式(13)得到的张量荷 g_T^u, g_T^d 随 χa 的变化. 从这些计算中可以发现: (1) 对于一定的 χa , 不同的 t 值下 g_T^u 随 Borel 质量平方 M^2 的增加而单调下降, 即 t 的改变不会导致 g_T^u 出现稳定解. (2) 对一定的 M^2 值, 不同的 t 值下 g_T^u 随 χa 增加而单调增加; 但当 $t = -1.1$ 时 g_T^d 随 χa 增加而单调下降, 而 $t = -0.9$ 时 g_T^d 随 χa 增加而单调上升. 这表明取 $t = -1.1$ 时, 由式(13)计算的 $g_T^u \pm g_T^d$ 可能会得到稳定解的出现. 但计算表明, 在所谓的求和规则“窗口” $0.9\text{GeV}^2 \leq M^2 \leq 1.4\text{GeV}^2$ 未出现稳定解. 这种情况与 QCD 求和规则计算轴荷 g_A 有些类似. 文献[12]对轴荷的计算指出, 仅在 $M \geq 1.8$ 或 $M^2 \leq 3.24$ 区域出现与实验值相符合的稳定解. 这表明在求和规则“窗口”的较大 M^2 值时给出的张量荷值是合理的. 由此, 用式(11)和(13)计算的张量荷 g_T^u 的平均值(见图 3)和 g_T^d 的平均值(见图 4)随 M^2 的变化. 分别取 $M^2 = 1.0, 1.2, 1.4$ 时的 g_T^u, g_T^d 值, 取其平均得到标度 $\mu \approx 1.1\text{GeV}$ 的张量荷值为

$$g_T^u = 1.09 \pm 0.23, g_T^d = 0.01 \pm 0.02$$

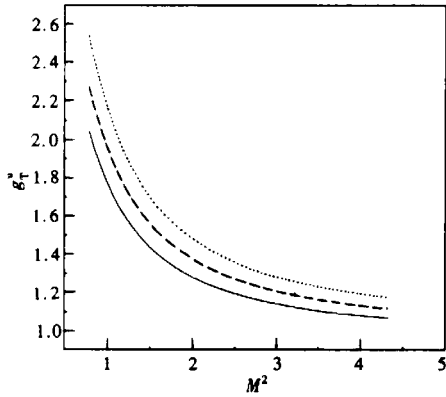


图 1 核子插入场中 t 取不同值时张量荷随 M^2 的变化
 $\chi a = -0.5, -t = -0.9,$
 $---t = -1.0, \cdots t = -1.1.$

变不会导致 g_T^u 出现稳定解. (2) 对一定的 M^2 值, 不同的 t 值下 g_T^u 随 χa 增加而单调增加; 但当 $t = -1.1$ 时 g_T^d 随 χa 增加而单调下降, 而 $t = -0.9$ 时 g_T^d 随 χa 增加而单调上升. 这表明取 $t = -1.1$ 时, 由式(13)计算的 $g_T^u \pm g_T^d$ 可能会得到稳定解的出现. 但计算表明, 在所谓的求和规则“窗口” $0.9\text{GeV}^2 \leq M^2 \leq 1.4\text{GeV}^2$ 未出现稳定解. 这种情况与 QCD 求和规则计算轴荷 g_A 有些类似. 文献[12]对轴荷的计算指出, 仅在 $M \geq 1.8$ 或 $M^2 \leq 3.24$ 区域出现与实验值相符合的稳定解. 这表明在求和规则“窗口”的较大 M^2 值时给出的张量荷值是合理的. 由此, 用式(11)和(13)计算的张量荷 g_T^u 的平均值(见图 3)和 g_T^d 的平均值(见图 4)随 M^2 的变化. 分别取

$M^2 = 1.0, 1.2, 1.4$ 时的 g_T^u, g_T^d 值, 取其平均得到标度 $\mu \approx 1.1\text{GeV}$ 的张量荷值为

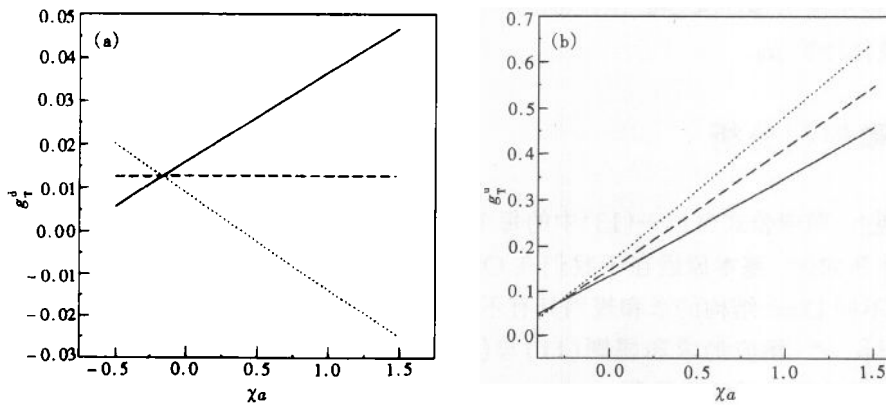
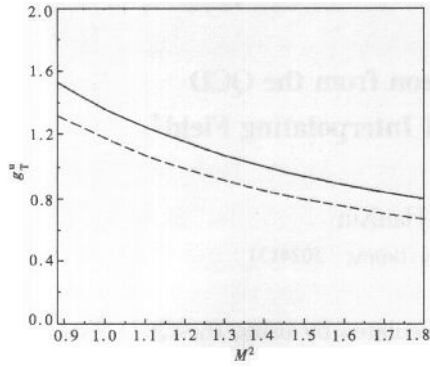
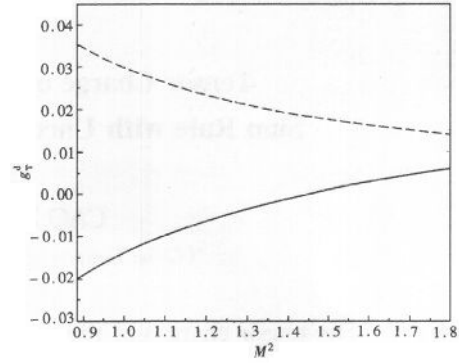


图 2 各张量荷相应于 χa 的变化
 $M^2 = 1.25, -t = -0.9, ---t = -1.0, \cdots t = -1.1.$

图3 张量荷 g_T^a 相应于 M^2 的变化

— $\chi_a = 0.5$, ... $\chi_a = -0.5$.

图4 张量荷 g_T^d 随 M^2 的变化

— $\chi_a = 0.5$, ... $\chi_a = -0.5$.

总结以上的讨论可以看到,改变 t 即插入场形式,并不能导致 g_T^a, g_T^d 的稳定解出现. 但 $t = -1.1$ 即选择最佳插入场形式时,会导致 $g_T^a \pm g_T^d$ 解的稳定性有所改善. 寻求改善解的稳定性的重要途径还在于包括算符乘积展开中高阶项的贡献,例如考虑包括“瞬子”的直接贡献,我们将在进一步的工作中加以研究.

参考文献 (References)

- 1 HE H X, JI X. Phys. Rev. ,1995, **D52**:1960
- 2 HE H X, JI X. Phys. Rev. ,1996, **D54**:6897
- 3 Jaffe R L, JI X. Phys. Rev. Lett,1991, **67**:552
- 4 Kim H-C, Polyakov M V, Geoke K. Phys. Rev. ,1996, **D53**:4715
- 5 Barone V, Calarco T, Drageo A. Phys. Lett. ,1997, **B390**:287
- 6 Aoki S et al. Phys. Rev. ,1997, **D56**:433
- 7 Shifman M A, Vainstein A I, Zakharev V I. Nucl. Phys. ,1997, **B147**:385
- 8 Ioffe B L. Nucl. Phys. ,1981, **B188**:317
- 9 Esprin D et al. Nucl. Phys. ,1983, **B214**:285; Leinweber D B. Ann. Phys. ,1990, **B198**:203
- 10 Belyaev V M, Oganessian A. Phys. Lett. ,1997, **B395**:307
- 11 Kisslinger L S. hep-ph/9804320.
- 12 Henley E M, Hwang W Y P, Kisslinger L S. Phys. Rev. ,1992, **D46**:431

Tensor Charge of the Nucleon from the QCD Sum Rule with Unconventional Interpolating Field *

CAO ZeXin HE HanXin

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Abstract The tensor charges of the nucleon are calculated by using the QCD Sum Rules in the external tensor field, where the nucleon interpolating field (nucleon current operator) takes the most general form, i. e. the unconventional one. Calculation includes the terms up to dimension 8. All possible effects on QCD sum rule calculations of tensor charges of the nucleon by changing interpolating field and tensor susceptibilities are analysed. The calculations show that the stable solution for QCD sum rules of tensor charges of the nucleon can not be obtained by changing interpolating field and tensor susceptibilities. However, the stable behavior of the solutions for the sum rules of isovector and isoscalar tensor charges may be improved when the interpolation field takes the best one. The tensor charges of the nucleon by taking average over the so-called "sum rule window" are given.

Key words tensor charge, sum rules, operator product expansion, unconventional interpolation field

Received 10 June 1999

* Supported by National Natural Science Foundation of China