

# 基于微观 IBM 对电子-核散射及 核电磁性质的研究 (I) BE 理论方案

张战军<sup>1</sup> 方向正<sup>2</sup> 桑建平<sup>3</sup> 刘庸<sup>4</sup>

1(中国科学院武汉物理与数学研究所磁共振实验室 武汉 430071)

2(安徽大学物理系 合肥 230039)

3(武汉大学物理系 武汉 430072)

4(华中师范大学粒子物理所 武汉 430079)

**摘要** 从价核子自由度出发构造出核跃迁电荷/电流密度算符,采用 Dyson 玻色子展开技术给出了获取核玻色子形式跃迁电荷/电流密度有效算符的一种微观方法(BE方法).利用微观相互作用玻色子模型(IBM)提供的波函数可在玻色子态空间中求出核跃迁电荷/电流密度,结合电子-核散射以及核电磁跃迁的形式理论,建立了可研究电子-核散射各种形状因子,微分散射截面以及核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量的理论方案.在一种微观 sdIBM-2 框架下,结合现有理论方案,初步计算了<sup>192</sup>Os核的能谱、E2跃迁玻色子结构函数(BSF)以及 $2_1^+$ 态到 $0_1^+$ 态的跃迁电荷密度(TCD),理论结果能够对上述物理量作出较合理的描述.

**关键词** 核跃迁电荷/电流密度算符 Dyson 玻色子展开 微观 IBM 电子-核散射 核电磁跃迁

## 1 引言

用电子作探针研究核结构有许多优点<sup>[1]</sup>,其中之一是电子与核之间的反应机制比较清楚,相互作用为熟知的电磁相互作用,有精确的理论描述,不清楚的只是核态的结构<sup>[2-4]</sup>.由于电磁相互作用强度很小( $\alpha = 1/137$ ),电子散射反应是可微扰处理的单步过程,实验上能够获得精确的核结构信息,目前已有许多这方面的工作,积累了大量的实验资料<sup>[5-8]</sup>,如微分散射截面、各种电磁跃迁形状因子等等,对这些数据用模型无关的 Fourier-Bessel 方法进行分析可以抽取出与核态直接相关的物理量<sup>[4]</sup>,即核跃迁电荷/电流密

度. 理论上对电子-核散射现象进行描述是研究核结构的一条有效途径, 其中最为关键的是要计算出核跃迁电荷/电流密度, 有了它们就可以根据电子-核散射形式理论直截了当地求出各种形状因子与微分散射截面, 所以这方面的理论探讨一直为大家所关心<sup>[5,7,9-12]</sup>, 其中包括唯象 IBM 所作的一些努力<sup>[5,7,9]</sup>.

理量, 在空间有一定的分布, 表现出  $r$  相关性. 唯象 IBM 以假定核跃迁电荷/电流密度算符的方式来表征这种相关性, 在算符中引入参变函数, 即玻色子结构函数, 它们是  $r$  的函数. 通过对部分实验数据进行拟合可以确定玻色子结构函数, 也即确定了核跃迁电荷/电流密度算符, 把定下的算符再推广利用, 求出其它的跃迁电荷/电流密度<sup>[7,9]</sup>. 这是唯象 IBM 研究的基本思路. 虽然唯象 IBM 可以对一些跃迁电荷/电流密度作出较合理的描述, 但由于它是唯象模型, 激发元并不表现出  $r$  相关性, 玻色子结构函数的确定强烈地依赖于实验数据. 探讨如何从核子自由度出发, 利用单核子波函数空间分布确定激发元的  $r$  相关性, 导出玻色子结构函数, 应是很有意义的. 同时, 这样也可以建立起从深一层次通过电子散射研究核结构的理论方案. 另一方面, 在求出核跃迁电荷/电流密度后, 根据核电磁跃迁形式理论<sup>[2]</sup>, 可以直截了当地求出核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量, 而这方面的实验数据又远比电子-核散射的实验数据丰富, 这更是一条研究核结构性质十分有效的途径.

确定激发元的  $r$  相关性属 IBM 微观基础(简称微观 IBM)研究, 目前这方面的工作已相当多<sup>[13]</sup>; 而如何导出玻色子结构函数的工作却很少, 我们借助微观 IBM 在这方面作了一些探讨, 建立了两种获取玻色子结构函数的微观方法. 第 2 节先对其中一种以 Dyson 玻色子展开为基础的微观方法(BE 方法)作出详细叙述. 在导出核跃迁电荷/电流密度算符及求出其值后, 为完整理论方案, 结合电子-核散射以及核电磁跃迁形式理论<sup>[2-4]</sup>, 3.1 节给出了计算电子-核散射各种形状因子与微分散射截面的理论公式, 3.2 节给出了计算核约化跃迁几率、电磁多极矩、核态  $g$  因子等物理量的理论公式, 从而建立了以 BE 方法为基础研究电子-核散射以及核电磁性质的整套理论方案. 在微观 sdIBM-2 框架下, 我们计算了 Pt 同位素核的能谱、核态  $g$  因子、M1 约化跃迁矩阵元以及 Os 同位素核的能谱、E2 跃迁玻色子结构函数(BSF)、E2 跃迁电荷密度. Pt 同位素核磁性质的研究结果已另文发表<sup>[19]</sup>. 第 4 节以<sup>192</sup>Os 为例给出了电跃迁性质的研究结果. 以另一种微观方法(ME 方法)为基础的一套理论方案及实际计算在其它文章中给出.

## 2 BE 方法

### 2.1 跃迁电荷/电流密度算符

微观 IBM 以壳模型为基础. 从价核子自由度出发, 根据求跃迁电荷/电流密度算符的一般方法<sup>[12]</sup>, 在占有数表象中, 求出的二次量子化形式的核跃迁电荷/电流密度算符为:

$$\rho_{\lambda m_\lambda}(r) = -\frac{1}{V} \sum_{\lambda} \sum_{\sigma=n,p} \sum_{i i'} j_{1\lambda}^{(i)} \rho_{\lambda}^{(i)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) [a_{j_1}^{(i)+} \tilde{a}_{j_2}^{(i)}]_{\lambda m_\lambda}, \quad (1)$$

$$J_{\lambda\lambda_{m_\lambda}}(r) = -\frac{1}{\lambda} \sum_{\sigma=n,p} \sum_{ii'} j_1 J_{\lambda\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) [a_{j_1}^{(\sigma)+} \bar{a}_{j_2}^{(\sigma)}]_{\lambda m_\lambda}, \quad (2)$$

其中  $j = \sqrt{2j+1}$ , 单核子跃迁电荷密度  $\rho_\lambda^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r)$  与跃迁电流密度  $J_{\lambda\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r)$  的具体形式见文献[4,12]. 将公式(1),(2)统一地表示:

$$\hat{T}_{\lambda m_\lambda}^f(r) = \sum_{\sigma=n,p} \hat{T}_{\lambda m_\lambda}^{(\sigma)}(r) = \sum_{\sigma=n,p} \sum_{i_1 i_2} t_{(i_1 i_2)\lambda}^{(\sigma)}(r) [a_{j_1}^{(\sigma)+} \bar{a}_{j_2}^{(\sigma)}]_{\lambda m_\lambda}. \quad (3)$$

根据微观 IBM 中任意费米子算符在理想玻色子空间中像的确定条件<sup>[14,15]</sup>,  $\hat{T}_{\lambda m_\lambda}^f(r)$  与其在理想玻色子空间中的像  $\hat{T}_{\lambda m_\lambda}^B$  应存在如下关系,

$$U \hat{T}_{\lambda m_\lambda}^f(r) = \hat{T}_{\lambda m_\lambda}^B(r) U. \quad (4)$$

沿用微观 IBM 中的约定和定义<sup>[14,15]</sup>, 只考虑正宇称  $Q$  玻色子激发, 在最低阶近似( $r=0$ ) 下可得

$$\begin{aligned} \hat{T}_{\lambda m_\lambda}^B(r) = & \sum_{\sigma=n,p} \sum_{J_1 J_2} j_1 j_2 \sum_{i_1 i_2 i} (-1)^\lambda d(i_1 i i_2) \begin{Bmatrix} J_1 & j & j_1 \\ j_2 & \lambda & J_2 \end{Bmatrix} \times \\ & x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+J_1} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+J_2} t_{(i_1 i_2)\lambda}^{(\sigma)}(r) [Q_{J_1}^{(\sigma)+} \bar{Q}_{J_2}^{(\sigma)}]_{\lambda m_\lambda}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $d(i_1 i i_2) \equiv (-1)^{j-j_1} \sqrt{(1+\delta_{i_1 i})(1+\delta_{i_2 i})}$ ,  $J_1$  和  $J_2$  为偶数. 对集体态子空间实行 s-d-g 截断, 则可导出我们关心的微观 sdgIBM-2 下的一些有效算符, 即 M1 跃迁电流密度有效算符:

$$J_{11}^M(r) = - \sum_{\sigma=n,p} \{ \beta_{11}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{1\nu} + \delta_{11}^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{1\nu} \} \quad (6)$$

E2 跃迁电荷/电流密度有效算符:

$$\begin{aligned} \rho_{2\nu}^E(r) = & \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_2^{(\sigma)}(r) [s_\sigma^+ \bar{d}_\sigma + d_\sigma^+ s_\sigma]_{2\nu} + \beta_2^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \\ & \gamma_2^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \delta_2^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{2\nu} \}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} J_{12\nu}^E(r) = & \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_{21}^{(\sigma)}(r) [s_\sigma^+ \bar{d}_\sigma + d_\sigma^+ s_\sigma]_{2\nu} + \beta_{21}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \\ & \gamma_{21}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \delta_{21}^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{2\nu} \}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} J_{32\nu}^E(r) = & \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_{23}^{(\sigma)}(r) [s_\sigma^+ \bar{d}_\sigma + d_\sigma^+ s_\sigma]_{2\nu} + \beta_{23}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \\ & \gamma_{23}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{2\nu} + \delta_{23}^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{2\nu} \}; \end{aligned} \quad (9)$$

M3 跃迁电流密度有效算符:

$$\begin{aligned} J_{33\nu}^M(r) = & - \sum_{\sigma=n,p} \{ \beta_{33}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{3\nu} + \delta_{33}^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{3\nu} + \\ & \gamma_{33}^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{3\nu} \}; \end{aligned} \quad (10)$$

E4 跃迁电荷/电流密度有效算符:

$$\begin{aligned} \rho_{4\nu}^E(r) = & \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_4^{(\sigma)}(r) [s_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ s_\sigma]_{4\nu} + \beta_4^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{4\nu} + \\ & \gamma_4^{(\sigma)}(r) [d_\sigma^+ \bar{g}_\sigma + g_\sigma^+ \bar{d}_\sigma]_{4\nu} + \delta_4^{(\sigma)}(r) [g_\sigma^+ \bar{g}_\sigma]_{4\nu} \}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$J_{34\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_{43}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{4\nu} + \beta_{43}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \gamma_{43}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \delta_{43}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{4\nu} \}, \quad (12)$$

$$J_{54\nu}^E(r) = \sum_{\sigma=n,p} \{ \alpha_{45}^{(\sigma)}(r) [s_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ s_{\sigma}]_{4\nu} + \beta_{45}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \gamma_{45}^{(\sigma)}(r) [d_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma} + g_{\sigma}^+ \bar{d}_{\sigma}]_{4\nu} + \delta_{45}^{(\sigma)}(r) [g_{\sigma}^+ \bar{g}_{\sigma}]_{4\nu} \}; \quad (13)$$

(6—13)式中所有径向分布函数统称为玻色子结构函数,其微观表达式为

$$\alpha_{\lambda}^{(\sigma)}(r) = - \sum_{i_1 i_2} d(i_1 i_1 i_2) \begin{Bmatrix} 0 & j_1 & j_1 \\ j_2 & \lambda & \lambda \end{Bmatrix} x_{(i_1 i_1)}^{(\sigma)0+0} x_{(i_2 i_1)}^{(\sigma)0+\lambda} \times j_1 \rho_{\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) \quad (\lambda = 2, 4), \quad (14)$$

$$\beta_{\lambda}^{(\sigma)}(r) = - \frac{5}{\lambda} \sum_{i_1 i_2 i} d(i_1 i i_2) \begin{Bmatrix} 2 & j & j_1 \\ j_2 & \lambda & 2 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+2} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+2} \times j_1 \rho_{\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) \quad (\lambda = 2, 4), \quad (15)$$

$$\gamma_{\lambda}^{(\sigma)}(r) = - \frac{3\sqrt{5}}{\lambda} \sum_{i_1 i_2 i} d(i_1 i i_2) \begin{Bmatrix} 2 & j & j_1 \\ j_2 & \lambda & 4 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+2} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+4} \times j_1 \rho_{\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) \quad (\lambda = 2, 4), \quad (16)$$

$$\delta_{\lambda}^{(\sigma)}(r) = - \frac{9}{\lambda} \sum_{i_1 i_2 i} d(i_1 i i_2) \begin{Bmatrix} 4 & j & j_1 \\ j_2 & \lambda & 4 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+4} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+4} \times j_1 \rho_{\lambda}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) \quad (\lambda = 2, 4), \quad (17)$$

$$\alpha_{\lambda'}^{(\sigma)}(r) = - \sum_{i_1 i_2} d(i_1 i_1 i_2) \begin{Bmatrix} 0 & j_1 & j_1 \\ j_2 & \lambda & \lambda \end{Bmatrix} x_{(i_1 i_1)}^{(\sigma)0+0} x_{(i_2 i_1)}^{(\sigma)0+\lambda} \times j_1 J_{\lambda\lambda'}^{(\sigma)}(n_2 l_2 j_2 \rightarrow n_1 l_1 j_1, r) \quad (\lambda' = \lambda \pm 1; \lambda \geq 2), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \times \begin{Bmatrix} j_1 \\ 2 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+2} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+2} \times \\ & , \\ & \times \begin{Bmatrix} j_1 \\ 4 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+2} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+4} \times \\ & , \\ & \times \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} x_{(i_1 i)}^{(\sigma)0+4} x_{(i_2 i)}^{(\sigma)0+4} \times \end{aligned}$$

至此获得了微观sdgIBM-2下的一些核跃迁电荷电流密度有效算符,其中的玻色子

结构函数是微观导出的,可以看出它们为单核子跃迁电荷/电流密度的复杂迭加,所以集体态之间的跃迁电荷/电流密度也为单核子跃迁电荷/电流密度的复杂迭加.另外,若对集体态子空间实行的是 s-d 截断,则获得的为微观 sdIBM-2 下的核跃迁电荷/电流密度算符,它们为微观 sdgIBM-2 核跃迁电荷/电流密度算符去除所有与 g 玻色子相关项的剩余部分.

### 2.2 全对称近似

唯象 IBM 框架下的一些工作通常认为核的能量最低激发态可近似看作是中子质子玻色子对称态,对这些态不区分中子质子玻色子自由度就可以作出较好的描述<sup>[16,17]</sup>. 第一类模型(IBM-1)描述可通过对第二类模型(IBM-2)描述取用全对称近似获得. 将 2.2 节导出的微观 IBM-2 下的核跃迁电荷/电流密度有效算符统一地写成如下的形式

$$\Omega_\lambda(r) \equiv \sum_{\sigma=n,p} \Omega_\lambda^{(\sigma)}(r) = \sum_{\sigma=n,p} \sum_i \eta_i^{(\sigma)}(r) (b_\sigma^+ \bar{b}'_\sigma)_\lambda^i, \quad (22)$$

其中的  $\eta_i^{(\sigma)}(r)$  为核跃迁电荷/电流密度算符中的玻色子结构函数,  $i$  为区分  $(b_\sigma^+ \bar{b}'_\sigma)_\lambda$  不同构成的标记. 将 IBM-1 下核跃迁电荷/电流密度有效算符统一写成

$$\Omega_\lambda(r) \equiv \sum_i \eta_i(r) (b^+ \bar{b}')_\lambda^i, \quad (23)$$

则全对称近似下两类模型核跃迁电荷/电流密度有效算符之间存在如下关系

$$\eta_i(r) = \frac{N_n}{N_n + N_p} \eta_i^{(n)}(r) + \frac{N_p}{N_n + N_p} \eta_i^{(p)}(r). \quad (24)$$

至此我们已经给出了不同微观模型<sup>[14,15]</sup>(微观 sdgIBM-2; 微观 sdIBM-2; 微观 sdgIBM-1; 微观 sdIBM-1)下的核跃迁电荷/电流密度有效算符,这样就可以分别结合不同微观模型提供的核态波函数  $|J\rangle$  按下列定义式在玻色子空间中计算出核跃迁电荷密度  $\rho_\lambda(r)$  与跃迁电流密度  $J_{\lambda\lambda'}(r)$  ( $\lambda' = \lambda - 1, \lambda, \lambda + 1$ ):

$$\rho_\lambda(i \rightarrow f, r) = \hat{J}_i^{-1} \langle J_f | \rho_\lambda(r) | J_i \rangle, \quad (25)$$

$$J_{\lambda\lambda'}(i \rightarrow f, r) = \hat{J}_i^{-1} \langle J_f | J_{\lambda\lambda'}(r) | J_i \rangle \quad (\lambda' = \lambda - 1, \lambda, \lambda + 1). \quad (26)$$

## 3 电子-核散射及核电磁性质的理论描述

### 3.1 电子-核散射理论描述

结合电子-核散射的平面波玻恩近似(PWBA)形式理论<sup>[2,3]</sup>, 求出核跃迁电荷/电流密度后就可以直截了当地求出电子-核散射中的各种形状因子与微分散射截面. 各种形状因子,即纵形状因子  $F^C$  (又称库仑形状因子)和横形状因子  $F^E$  (又称电形状因子)、 $F^M$  (又称磁形状因子),它们为核跃迁电荷/电流密度的 Fourier-Bessel 变换

$$F_\lambda^C(q) = \frac{J_f}{J_i} \int_0^\infty \rho_\lambda(r) j_\lambda(qr) r^2 dr, \quad (27)$$

$$F_{\lambda}^E(q) = \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} \{ \sqrt{\lambda+1} J_{\lambda, \lambda-1}(r) j_{\lambda-1}(qr) - \sqrt{\lambda} J_{\lambda, \lambda+1}(r) j_{\lambda+1}(qr) \} r^2 dr, \quad (28)$$

$$F_{\lambda}^M(q) = \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} J_{\lambda, \lambda}(r) j_{\lambda}(qr) r^2 dr, \quad (29)$$

其中  $j_{\lambda}(qr)$  为球贝塞尔函数. 在极端相对论极限下, PWBA 微分散射截面公式为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi\sigma'_M f_{\text{rec}} \left[ \sum_{\lambda=0}^{\infty} |F_{\lambda}^C(q)|^2 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} + \text{tg}^2 \theta/2 \right) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \{ |F_{\lambda}^E(q)|^2 + |F_{\lambda}^M(q)|^2 \} \right] \quad (30)$$

其中  $\sigma'_M = \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2 \cos^2 \theta/2}{4E_i^2 \sin^4 \theta/2}$  为 Mott 散射截面,  $f_{\text{rec}} = \left( 1 + \frac{2E_i \sin^2 \theta/2}{Mc^2} \right)^{-1}$  为反冲因子,  $M$  为靶核的质量.

实际上, 由于受到核的吸引, 电子在接近核时被加速且电子波被聚集到核上, 其波函数在核库仑场中发生了畸变, 不再为平面波, 理论描述应采用扭曲波玻恩近似 (DWBA). 但是由于 DWBA 相对较复杂不易于处理, 而 PWBA 较简单, 公式物理意义也较为明晰, 所以通常将实验形状因子中的转移动量  $q$  重新进行标度以近似去除电子波函数畸变造成的影响, 再将与 PWBA 理论形状因子作比较<sup>[4]</sup>. 转移动量  $q$  与重新标度后的有效转移动量  $q_{\text{eff}}$  之间的关系为

$$q_{\text{eff}} = q \left( 1 + 1.5 \frac{Z\alpha\hbar c}{ER} \right), \quad (31)$$

其中  $R$  为有效核半径,  $E$  为入射电子的能量.

### 3.2 核电磁性质理论描述

核的哈密顿量是转动不变的, 核态有确定的角动量, 核态之间的跃迁受角动量选择规则的限制, 在长波近似下, 根据辐射场多极展开理论以及 Siegert 定理<sup>[2]</sup>, 可得跃迁几率为

$$W_{\beta\alpha}(a\lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar} B(a\lambda, J_{\alpha} \rightarrow J_{\beta}), \quad (a = E, M) \quad (32)$$

其中

$$B(a\lambda, J_{\alpha} \rightarrow J_{\beta}) = \frac{1}{2J_{\alpha} + 1} | \langle \beta \| T_{\lambda}^a \| \alpha \rangle |^2, \quad (a = E, M) \quad (33)$$

称为电磁跃迁的约化跃迁几率, 式中  $T_{\lambda}^a$  表示  $2^{\lambda}$  极电或磁跃迁算符, 对于电跃迁,

$$T_{\lambda}^E = \int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr; \quad (34)$$

对于磁跃迁,

$$T_{\lambda}^M = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} \int_0^{\infty} J_{\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr. \quad (35)$$

将(34,35)式分别代入(33)式, 利用(25,26)式可得电磁约化跃迁几率为

$$B(E\lambda) = \left[ \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \right]^2, \quad (36)$$

$$B(M\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda + 1} \left[ \int_{y_i}^y \int_0^\infty J_\lambda(r) r^{\lambda+2} x dr \right]^2. \quad (37)$$

另外,在利用 BE 方法导出核玻色子形式跃迁电荷/电流密度有效算符后,根据(34,35)二式可进一步导出微观 IBM 核电磁跃迁有效算符.核电磁多极矩正比于核  $2^\lambda$  极电磁跃迁算符的期待值<sup>[18]</sup>,如电四极矩

$$Q_J = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \begin{pmatrix} J & 2 & J \\ -J & 0 & J \end{pmatrix} (J \parallel T_2^E \parallel J), \quad (38)$$

磁偶极矩

$$\mu_J = \sqrt{\frac{4\pi J^2}{3J(J+1)(2J+1)}} (J \parallel T_1^M \parallel J). \quad (39)$$

求出磁偶极矩后,根据定义  $\mu_J \equiv gJ$  可进一步求得核态的  $g$  因子<sup>[18]</sup>,即

$$g = \mu_J / J. \quad (40)$$

这样,至此已建立了以 BE 方法为基础的研究核约化跃迁几率、多极矩以及核态  $g$  因子等电磁性质的微观理论方案.

#### 4 微观 sdIBM-2 下<sup>192</sup>Os 核 E2 跃迁性质的研究

微观 sdIBM-2 从体系的价核子描述出发,把 IBM 作为获得集体态子空间的近似,由动力学性质确定了 s、d 玻色子的微观结构(即给出 s、d 玻色子的结构常数),给出体系集体态的 s、d 玻色子描述.对于<sup>192</sup>Os 核,微观 IBM 价核子描述时,壳模型组态单粒子能量取自文献[19];同类价核子间有效相互作用取为对力、四极对力和四极-四极力,价中子与价质子间有效相互作用取为四极-四极力,它们的强度参数(单位:keV)依次分别取为: $g_0^n = 40.0, G_2^n = 45.5, \kappa^n = 12.0, g_0^p = 42.0, G_2^p = 66.0, \kappa^p = 14.0, \kappa_{np} = 16.5$ ;价中子的有效电荷  $e_n$  取为  $2.1e$ ,价质子的有效电荷  $e_p$  取为  $2.4e$ .确定体系集体态的 s、d 玻色子描述后,在 s、d 玻色子空间中求解薛定谔方程所获得的理论能谱见图 1.由图 1 可知,理

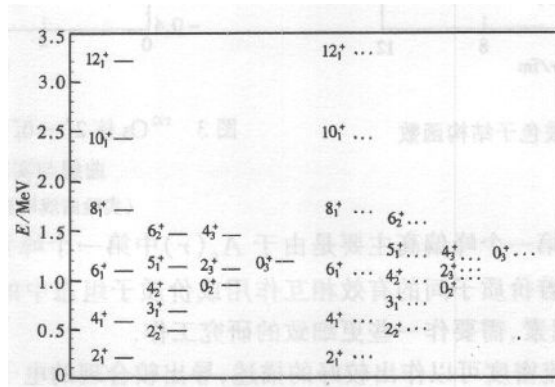


图 1 <sup>192</sup>Os 理论能谱(虚线)与实验能谱(实线)  
(实验值取自文献[20])

论计算能谱与实验能谱符合很好,特别值得指出的是,微观 sdgIBM-1 能谱准  $\gamma$  带中存在的过强的 Staggering 效应<sup>[15]</sup>在微观 sdIBM-2 下已经得到很好的改进. 利用微观 sdIBM-2 确定的 s, d 玻色子结构常数,根据(14—17)式计算出的中子玻色子与质子玻色子结构函数见图 2. 唯象研究通常以拟合的方式从实验跃迁电荷密度中抽取出色子结构函数<sup>[9]</sup>,而本文是从费米子自由度出发导出它们的,这是微观研究与唯象研究根本不同点之一. 有了图 2 中玻色子结构函数,也就确定了玻色子 E2 跃迁电荷密度算子,利用微观 sdIBM-2 提供的核态波函数根据(7)和(25)式计算的  $2_1^+$  到  $0_1^+$  态间的 E2 跃迁电荷密度见图 3. 从图 3 中可以看到,理论计算曲线很好地再现了实验曲线的基本特征:曲线在  $r=1\text{fm}$  左右有一小谷;在  $r=4\text{fm}$  左右出现第一个峰;在  $r=6.5\text{fm}$  左右出现第二个峰. 与实验曲线相比,定量上的符合还是比较令人满意的. 根据(36)式我们计算了  $T(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ , 理论值为  $1.252\text{eb}$ ,它与实验值( $1.457\text{eb}$ )相差较小,从积分量的角度看,该结果也是相当令人满意的. 当然我们也注意到,理论跃迁电荷密度偏差较大的地方出现在第一个峰. 为了分析偏差出现的可能原因,图 4 中给出了跃迁电荷密度算符四个部分的贡献,即

$$A_n(r) = \alpha_2^{(n)}(r) \langle 2_1^+ \| [s_n^+ \tilde{d}_n + d_n^+ s_n]_2 \| 0_1^+ \rangle, \quad (41)$$

$$B_n(r) = \beta_2^{(n)}(r) \langle 2_1^+ \| [d_n^+ \tilde{d}_n]_2 \| 0_1^+ \rangle, \quad (42)$$

$$A_p(r) = \alpha_2^{(p)}(r) \langle 2_1^+ \| [s_p^+ \tilde{d}_p + d_p^+ s_p]_2 \| 0_1^+ \rangle, \quad (43)$$

$$B_p(r) = \beta_2^{(p)}(r) \langle 2_1^+ \| [d_p^+ \tilde{d}_p]_2 \| 0_1^+ \rangle, \quad (44)$$

$$\rho_2(r) = A_n(r) + B_n(r) + A_p(r) + B_p(r). \quad (45)$$

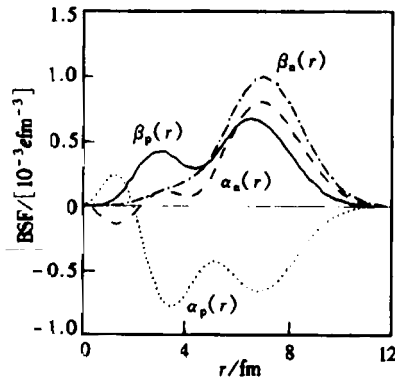


图 2 中子、质子玻色子结构函数

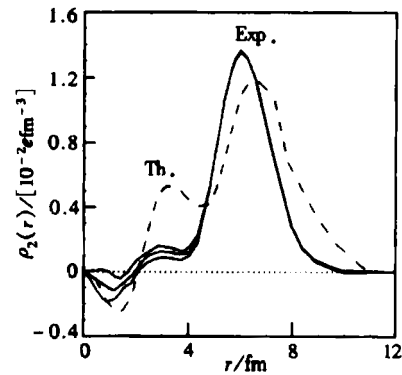


图 3  $^{192}\text{Os}$  核  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  跃迁电荷密度理论曲线与实验曲线

(实验曲线取自文献[9])

从图 4 可知,理论曲线第一个峰偏高主要是由于  $A_p(r)$  中第一个峰贡献太大. 从模型研究的角度来讲,这意味着价质子间的有效相互作用或价质子组态中的单粒子能量取值可能存在某些不合理的因素,需要作一些更细致的研究工作.

对核跃迁电荷/电流密度可以作出较好的描述,导出较合理的电子-核散射电磁跃迁形状因子、微分散射截面以及核电磁性质方面的物理量都是直截了当的. 所以总的来说,从已有的 Pt 同位素<sup>[19]</sup>与 $^{192}\text{Os}$  的初步研究结果可以认为本理论方案可用于一些核磁性



质及电子散射的研究.

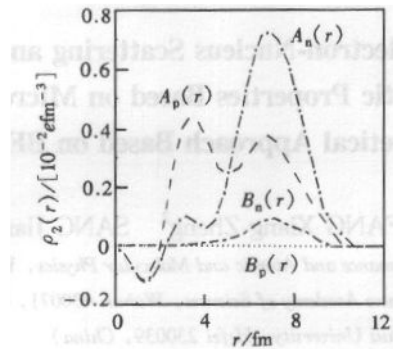


图4 跃迁电荷密度算符四个部分的贡献

### 参考文献(References)

- 1 SHI Zong-Ren. Nucl. Phys. Trend, 1996, 13:12 (in Chinese)  
(石宗仁. 核物理动态, 1996, 13:12)
- 2 HU Ji-Min et al. Theory of Nuclear Physics. Vol. 1, Beijing: Atomic Energy Press, 1993 (in Chinese)  
(胡济民等. 原子核理论. 第一卷, 北京: 原子能出版社, 1993)
- 3 Eisenberg J M, Greiner W. Excitation Mechanics of the Nucleus, North Holland Publishing Company, 1976
- 4 Heisenberg J, Blok H P. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1983, 33:569
- 5 Bohle D et al. Phys. Lett., 1984, B137:27; 1987, B195:326
- 6 Perrino R et al. Nucl. Phys., 1993, A561:343
- 7 Wesseling J et al. Nucl. Phys., 1991, A535:285
- 8 Sandor R K J et al. Nucl. Phys., 1993, A551:349; 1991, A535:669
- 9 Boeglin W et al. Nucl. Phys., 1988, A477:399
- 10 Nojarov R et al. Nucl. Phys., 1996, A598:82; 1997, A613:25
- 11 Singh A J, Raina P K. Phys. Rev., 1996, C53:1258
- 12 Lipas P O et al. Nucl. Phys., 1990, A509:509
- 13 Iachello F, Talmi I. Rev. Mod. Phys., 1987, 59:339
- 14 YANG Z S, LIU Y, QI H. Nucl. Phys., 1984, A421:297
- 15 ZHANG Zhan-Jun et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1998, 22:169; 836 (in Chinese)  
(张战军等. 高能物理与核物理, 1998, 22:169; 836)
- 16 Giannatiempo A et al. Phys. Rev., 1995, C52:2969
- 17 Ginocchio J N et al. Nucl. Phys., 1992, A541:211
- 18 Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model, Cambridge Univ. Press, 1987
- 19 ZHANG Z J, LIU Y, SANG J P. Commun. Theor. Phys., 1999, 31:593
- 20 WU C Y et al. Nucl. Phys., 1996, A607:178

**Study of Electron-Nucleus Scattering and Nuclear  
Electromagnetic Properties Based on Microscopic IBM  
(I) Theoretical Approach Based on BE Method**

ZHANG Zhan-Jun<sup>1</sup> FANG Xiang-Zheng<sup>2</sup> SANG Jian-Ping<sup>3</sup> LIU Yong<sup>4</sup>

*1(Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute of Physics  
and Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)*

*2(Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039, China)*

*3(Department of Physics, Wuhan, University, Wuhan 430072, China)*

*4(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)*

**Abstract** Nuclear transition charge/current density operators are composed according to valence nucleon degrees of freedom. By using boson expansion technique, a microscopic theoretical method (BE method) about the transformation of the fermion density operators into boson density operators is established. Thus, calculations of the nuclear charge/current densities can be carried out in the boson state space by taking advantage of the eigenfunctions of the microscopic IBM. Associated with the formal theories of electron-nucleus scattering and nuclear electromagnetic transition, a microscopic approach, which can be used to study nuclear transition charge/current densities, various form factors, differential cross sections, reduced transition rates, electromagnetic multipole moments,  $g$  factors and so on, is built up. The preliminary results based on the microscopic sdIBM-2 has indicated that the physical quantities mentioned before can be described well in the framework of the microscopic approach. The preliminary calculations of spectrum, E2 transition boson structure functions (BSF) and transition charge density from  $2_1^+$  to  $0_1^+$  in  $^{192}\text{Os}$  are carried out in terms of the present approach in the frame of the microscopic sd IBM-2. It is found that a reasonable description of these physical quantities has been achieved.

**Key words** nuclear transition charge/current density operators, Dyson boson expansion, the microscopic IBM, electron-nucleus scattering, nuclear electromagnetic transition