

圆柱开槽波导 FEM 放大器数值研究

李大治¹ 梁正²

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100080)

2(电子科技大学高能电子学研究所强辐射重点实验室 成都 610054)

摘要 以圆柱开槽波导、螺旋摇摆器为模型,考虑了电子初始速度零散、引导磁场等效应对放大器饱和特性的影响,导出了自洽的注波相互作用三维非线性方程组.并在此基础上编制了相应的计算软件,通过数值分析的方法研究了圆柱开槽波导自由电子激光放大器的饱和效率、频带宽度等高频特性.

关键词 圆柱开槽波导 FEM 带宽 效率

1 引言

毫米波段自由电子激光器(FEM)是一种很有潜力的宽带毫米波辐射源.它在工业、农业、生物医学等领域有着非常广泛的发展空间.自从1991年荷兰FOM等离子体物理研究所,开始为RTP托卡马克热核聚变反应堆设计提供热源的高平均功率自由电子脉塞(Free Electron Maser)以来,世界上很多国家的科研机构相继在这一领域展开了研究工作,掀起了FEM的研究热潮.荷兰FOM-FEM实验装置,在1998年得到了信号输出,功率为730kW,频率200GHz^[1].其中,高频系统选用矩形波纹波导,这种波导结构增加了注波相互作用强度,模式拉得开,可以工作在高频率、低阶模式.以色列Tel-Aviv大学研制的FEM也已出光,高频系统选用平行曲面波导,具有开放型波导的特点^[2].它里面传输的模式近似于高斯光束,有利于电子注与波相互作用.另外Robert W. Best等人正从事把矩形开槽波导结构应用于FEM的研究工作^[3].本文提出了圆柱开槽波导结构自由电子激光放大器模型.根据匹配场的方法分析了圆柱开槽波导的色散特性,并用三维非线性理论导出了一组自洽的FEM放大器微分方程组,考虑了电子初始速度零散、引导磁场等内容.在此基础上编制了计算软件,对自由电子激光放大器的饱和效率及带宽等高频特性进行了分析.

2 圆柱开槽波导色散方程

圆柱开槽波导的结构如图1所示,其横截面沿 z 轴方向保持不变.它由半径为 a

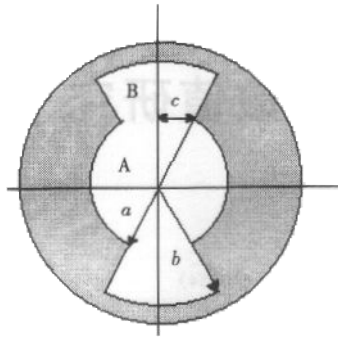


图 1 圆柱开槽波导横截面示意图

的圆柱波导,在径向上对称开圆弧槽构成.圆弧槽半径为 b ,开口大小为 c .在这种结构中,能量主要在中间的圆柱形区域传输,当然,在开槽区域也有部分泄露的能量.波导中存在 TE 模式和 TM 模式,因为在自由电子激光器中主要使用 TE 模式,所以这里只研究 TE 模式的特性.由图 1 可知,波导截面可以分成两个部分.中间的圆柱区域 A 和两边的开槽区域 B.由于结构对称,所以只需要分析第一象限就可以了^[4]

A 区域中的场表达式为:

$$H_{z,A} = \sum_p H_p J_p(k_c \rho) \sin(p\alpha),$$

$$E_{\rho,A} = \sum_p -j \frac{\omega \mu_0 H_p \rho}{k_c^2} J_p(k_c \rho) \cos(p\alpha),$$

$$E_{\alpha,A} = j \frac{\omega \mu_0 H_p}{k_c} J_p'(k_c \rho) \sin(p\alpha).$$

B 区域中的场表达式为:

$$H_{z,B} = \sum_q [A_q J_q(k_c \rho) + B_q Y_q(k_c \rho)] \sin(q\alpha),$$

$$E_{\rho,B} = \sum_q -j \frac{\omega \mu_0 q}{k_c \rho} [A_q J_q(k_c \rho) + B_q Y_q(k_c \rho)] \cos(q\alpha),$$

$$E_{\alpha,B} = \sum_q j \frac{\omega \mu_0}{k_c} [A_q J_q'(k_c \rho) + B_q Y_q'(k_c \rho)] \sin(q\alpha).$$

边界条件:

$$E_{\rho,B} = 0 \quad \alpha = \alpha_0, \quad E_{\alpha,B} = 0 \quad \rho = b,$$

$$H_{z,A} = H_{z,B} \quad \rho = a, \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_0, \quad E_{\alpha,A} = E_{\alpha,B} \quad \rho = a, \quad 0 \leq \alpha \leq \alpha_0,$$

$$E_{\rho,A} = 0 \quad \rho = a, \quad \alpha_0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}.$$

根据边界条件,可得

$$\sum_p H_p J_p(k_c \rho) \sin(p\alpha) = \sum_q [A_q J_q(k_c \rho) + B_q Y_q(k_c \rho)] \sin(q\alpha),$$

两端乘 $\sin(q\alpha)$, 并从 0 到 α_0 积分,得

$$\sum_p H_p J_p(k_c \rho) M(p, q) = \frac{1}{2} \alpha_0 [A_q J_q(k_c a) + B_q Y_q(k_c a)].$$

同理,再由边界条件,得到

$$\frac{\pi}{4} H_p \cdot J_p'(k_c a) = \sum_n \{ [A_n J_n'(k_c a) + B_n Y_n'(k_c a)] M(p, q) \}.$$

利用以上关系式,可导出色散方程

$$\det[Q_{p_1, p_2}] = 0,$$

$$\text{其中 } Q_{p_1, p_2} = -\delta_{p_1, p_2} \cdot \frac{\pi J_q'(k_c a)}{4} + \sum_n P,$$

$$P = W_1(q)J_{p_2}(k,a)M(p_2,q)W_2(q)M(p_1,q),$$

$$W_1(q) = \frac{2}{\alpha_0 \left[J_q(k,a) - \frac{J'_q(k,b)Y_q(k,a)}{Y'_q(k,b)} \right]},$$

$$\alpha_0 = J'_q(k,a) - \frac{J'_q(k,b)Y'_q(k,a)}{Y'_q(k,b)}.$$

对色散方程进行数值求解,取一级近似,可以得到截止波长与有关几何尺寸的关系,如图 2 所示. 我们看到,当 c 趋向于 0 时,截止波长也趋向于半径为 a 的圆柱波导的截止波长.

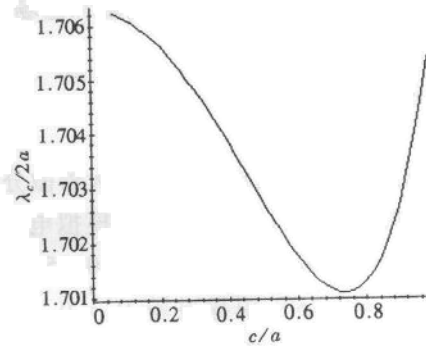


图 2 截止波长与结构尺寸关系曲线

3 圆柱开槽波导 FEM 放大器三维非线性分析

通过与文献[5—7]中相似的处理方法,经过复杂的数学推导,可得波的幅值 δa 和纵向波数 k 的方程

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2(z) - k_c^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \delta a = \frac{N}{N^2 + M^2} \frac{\omega_b^2}{c^2} \langle Q_1 \rangle + \frac{M}{N^2 + M^2} \frac{\omega_b^2}{c^2} \langle Q_2 \rangle,$$

$$2k^{1/2} \frac{dk^{1/2} \delta a}{dz} = \frac{N}{N^2 + M^2} \frac{\omega_b^2}{c^2} \langle Q_2 \rangle - \frac{M}{N^2 + M^2} \frac{\omega_b^2}{c^2} \langle Q_1 \rangle,$$

其中 $\delta a = e \delta A / mc^2$, $\omega_b = \frac{4\pi e^2 n_b}{m}$,

$$Q_1 = \frac{\nu_r G_s \sin \alpha + \nu_\theta T_c \cos \alpha}{|\nu_z|}, \quad Q_2 = \frac{\nu_r G_c \cos \alpha - \nu_\theta T_s \sin \alpha}{|\nu_z|},$$

$$G_s = \frac{J_1(k,r)}{k,r} \sin \alpha, \quad T_s = J'_1(k,r) \sin \alpha,$$

$$G_c = \frac{J_1(k,r)}{k,r} \cos \alpha, \quad T_c = J'_1(k,r) \cos \alpha,$$

$$M = \int_0^\infty \left[\left(\int (C_1 \cos^2 \theta + C_2 \sin \theta \cos \theta) d\theta \right)^2 + \left(\int (C_1 \sin^2 \theta - C_2 \sin \theta \cos \theta) d\theta \right)^2 \right] r dr,$$

$$N = 2\pi \int_0^a \left[\left(\frac{J_1(k,r)}{k,r} \right)^2 + J_1^2(k,r) \right] r dr,$$

$$C_1 = \frac{1}{f_a k,r} \left(J_1(k,r) - \frac{J'_1(k,b)}{Y'_1(k,b)} \cdot Y_1(k,r) \right) \sin \theta,$$

$$C_2 = \frac{1}{f_a} \left(J'_1(k,r) - \frac{J'_1(k,b)}{Y'_1(k,b)} \cdot Y'_1(k,r) \right) \cos \theta.$$

与这种波导结构相适应,选用螺旋摇摆器. 于是,电子的运动方程可以用 Lorentz 方程表示出来. 因为我们讨论的是放大器,因此选 z 作积分变量.

$$\nu_z \frac{d\mathbf{p}}{dz} = -e\delta E - \frac{e}{c} \mathbf{v} \times (B_w + \delta B), \quad (6)$$

其中 δE 和 δB 是高频场的电场和磁场, B_w 是摇摆器磁场^[7]

4 数值模拟

对导出的自由电子激光放大器微分方程进行数值计算求解. 考虑计算时间和计算精度两方面的因素, 选择 1000 个模拟电子, 用 Adams-Moulton 预测校正法进行计算. 波导尺寸 $a = 0.2\text{cm}$, $b = 0.4\text{cm}$, $c = 0.15\text{cm}$, 从图 2 可以算得截止波长 $\lambda_c = 0.68\text{cm}$. 摇摆器磁场 $B_w = 0.25\text{T}$, 引导磁场 $B_0 = 0.13\text{T}$, $\lambda_w = 0.88\text{cm}$. 电子注半径 0.1cm , 电流强度为 10A . 放大器工作频率选为 94GHz , 输入功率为 100W . 通过大量计算, 得到电子注最佳电压为 387kV . 在此电压下, 考虑电子注发射度为 $20\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$, 算出不同频率的输入信号所对应的效率曲线如图 3. 工作频率的最大效率可以达到 8.6% .

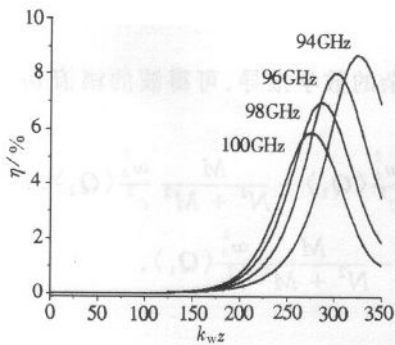


图 3 效率演化曲线

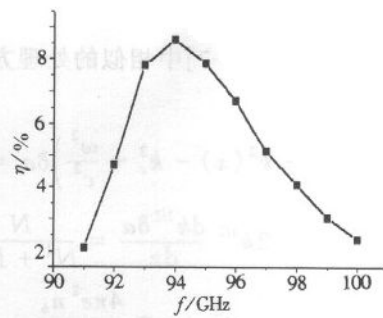


图 4 带宽曲线

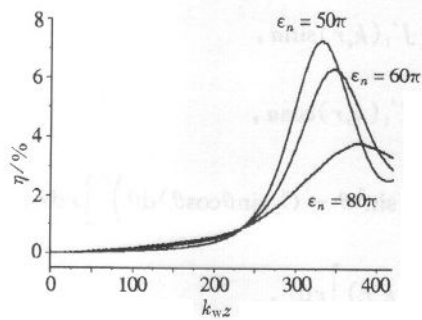


图 5 不同发射度的效率演化曲线

当信号偏离工作频率时, 饱和效率降低. 并且, 达到饱和的位置也各不相同. 同时考虑效率和带宽两个因素后, 选定相互作用长度为 45cm , 于是得到带宽曲线如图 4, 3dB 带宽为 5.3% . 图 5 给出发射度对效率的影响. 随着发射度的增加, 效率逐渐降低, 当 $\epsilon_n = 80\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ 时, 效率降低到 4% .

5 结论

本文分析了圆柱开槽波导的色散特性. 用数值模拟的方法研究了圆柱开槽波导结构自由电子激光放大器模型, 对饱和效率及带宽等高频特性进行了分析. 研究表明, 这种模型与文献[7]中提出的模型相比较, 效率要提高一倍.

感谢李永贵老师在此项研究中所提供的帮助.

参考文献 (References)

- 1 Urbanus W H. FEL'98 International Conference Abstract, 98—224
- 2 Yakover I M, Pinhasi Y, Gover A. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res., 1996, **A375**:260—263
- 3 Robert W Best, Wim H Urbanus, Toon G A Verhoeven, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res., 1993, **A331**:513—517
- 4 Nakahara T, Kurauchi N. J. Inst. Electron. Commun. Eng. Jap., 1964, **4**(7):43—51
- 5 Ganguly A K, Freund H P. Phys. Rev., 1985, **A32**(4):2275—2286
- 6 LI Da-Zhi, LIANG Zheng. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2000, **29**(1):73—76
(in Chinese)
(李大治, 梁正. 电子科技大学学报, 2000, **29**(1):73—76)
- 7 LI Da-Zhi, LIANG Zheng. International Journal of Infrared and Millimeter Waves, 1999, **29**(12):2049—2061

Numerical Analysis on FEM Amplifier with a Novel Groove WaveguideLI Da-Zhi¹ LIANG Zheng²*1(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)**2(Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)*

Abstract FEM amplifier with a novel groove waveguide and helical wiggler is proposed and researched both in three-dimensional nonlinear theory and numerical computation in this paper. A set of equations about this model is derived. Efficiency and bandwidth of the FEM are studied including the electron beam emittance effect on it.

Key words groove waveguide, FEM, bandwidth, efficiency