

# 答《关于“不可约性假设的证明及其应用” 一文的评注》

邹 鹏 程

(四川大学物理系 成都 610064)

**摘要** 指出《关于“不可约性假设的证明及其应用”一文的评注》的错误。

**关键词** 不可约性假设 对称简并 偶然简并

是否存在偶然简并? 历来存在两种观点. 一种认为偶然简并确实存在, 并有“证明”; 一种认为, 能级的简并空间必为系统全对称群的不可约子空间, 因而不存在偶然简并. 但后者只是一种猜想, 没有证明, 故被称为“不可约性假设”. 我们曾发表了一篇题为《“不可约性假设”的证明及其应用》(简称“证明”)的文章<sup>[1]</sup>, 指出了关于存在偶然简并的“证明”中的错误, 并给了“不可约性假设”一个证明. 后赵玉民等发表了《关于“不可约性假设的证明及其应用”一文的评注》(简称“评注”)的文章<sup>[2]</sup>. 该文反复强调“证明是错误的”但实际上又未能指出证明本身有何错误, 所以觉得不必作答. 后因不断有人询问, 现作答如下.

评注“反复强调‘该文(“证明”)的证明是错误的’, 但并未指出错在哪里? 而只是说, ‘证明的关键在于引入了一个与哈密顿  $H$  对易的算符  $D$ …这里定义的  $D$  仅是一种形式符号, 不对应任何物理上的群, 这也是“证明”中的漏洞所在’. “评注”还强调, “证明”中的‘ $D$  只是一种就事论事的形式上的符号, 没有任何物理意义, 既不能预言任何东西(如给不出新的跃迁规律性), 也没有对理解简并提供新的思路’.

由以上引文可知, 评注者观点有三: 1) 证明本身没有错误, 只是认为证明中不该引入没有物理意义的算符; 2) 评注者认为对称群的元素必须具有物理意义; 3) 评注者认为没有物理意义的群, 不能预言任何东西.

下面亦就以上三个方面谈谈我的看法, 以与评注者商榷.

1. 首先指出, 我们要证明的是能量的一切简并皆由对称性引起, 而不是证明皆由“具有物理意义”的对称性引起. 作为一个数学概念, 群算符是变换的一种数学描述, 而不仅是物理变换的数学描述, 脱离开具体的物理问题是完全可以研究变换和群的.

此外, 众所周知, 外延愈广, 内涵愈小, 讨论的问题越普遍, 其内容必然越抽象. 象“不可约性假设”这样普遍的命题, 是必须脱离开具体的物理内容来研究的. 因为一旦具体, 便

失去了普遍性,既不能具体,哪来的物理意义?因此,我们认为,要求证明中引入的算符必须具有物理意义,没有道理.

2. 对称群的元素是否必须具有物理意义?这个问题涉及对称群的定义.我们的观点是:凡能保持  $H$  不变的变换都是系统对称群的元素,不管它是否具有物理意义.其充分且必要的条件是它与系统的哈密顿算符  $H$  对易,即有

$$DHD^{-1} = H \quad \text{或} \quad DH = HD, \quad (1)$$

这几乎是所有群论书中一致采用的定义.按照这一定义,只要证明了  $D$  与  $H$  对易,也就证明了  $D$  是系统对称群的一个元素.如果是这样,我们的证明便不存在“评注”所说的“漏洞”或“错误”了.

按照评注者的观点,以上定义必须修改为:凡能保持  $H$  不变且具有物理意义的变换才是系统对称群的元素.但在我们所见过的文献及群论著作中,从来没有发现过这样的定义.按照评注者的以上定义, $DH = HD$  只是对称群元素的必要条件,那么,充分条件是什么?变换是否具有物理意义,能否给出一个数学判据?

事实上,除了简单的对称性外,要确定一个变换是否具有物理意义常常是困难的,既缺乏客观标准,更不存在数学上的判据.例如,氢原子的  $SO(4)$  对称性和谐振子的  $SU(3)$  对称性,除了它们的子群  $SO(3)$  的元素具有明确的物理意义外,其余的元素具有怎样的物理意义?很难说得清楚.物理意义只与具体的物理问题相联系,而数学概念则要广泛得多.而且对有些数学概念的理解,随着研究的深入,意义可能会逐渐明朗.同位旋就是这样的例子.即使是一种“形式上的符号”,马上断定“没有任何物理意义”和“不能预言任何东西”,难免过于武断.

3. 没有物理意义的群,是否能够预言一些东西?评注者认为,没有物理意义的群“不能预言任何东西”.但实际上在由群论作出任何预言时,用到的只是群元与  $H$  的对易,从来不曾管它是否具有物理意义.即使想管,也不知如何管法,因为我们不知道“具有物理意义”这一条件究竟该在什么时候,以什么方式加入?

应用群论,主要是为了解方程即可得出所需的结果.就这一目的而言,有物理意义的群和没有物理意义的群,其作用完全相同.如有一群,极而言之,其元素全都“只是一种就事论事的形式上的符号,没有任何物理意义”,只是它们能与  $H$  对易而已.研究这样的群,能否预言一些东西呢?回答是肯定的.例如,设有  $H\psi = E\psi$ , 而  $\varphi = D\psi$ , 只要  $DH = HD$ , 由此即可断言  $\varphi$  与  $\psi$  具有相同的能量.  $D$  具有物理意义是这样,不具有物理意义也是这样.由此可见,从“没有任何物理意义的”群,同样可以推出能级的简并,并非“不能预言任何东西”.对于跃迁,情况自然也是如此,从没有物理意义的群同样可以得出选择定则,只是它与熟知的那些选择定则可能不同罢了.

最后,顺便指出,评注提到“若有  $E_n = E_{n'} = E_{n''} \dots$ , 则  $D$  的定义形式上又要变为...”.这里,评注者可能对原文理解有误.“证明”只是指出,如果  $E_n = E_{n'}$ , 则存在一个对应的算符  $D$ , 它能使  $\psi_n$  与  $\psi_{n'}$  互变,且与  $H$  对易,因而是对称群的一个元素.这并不意味着群中只存在算符  $D$ . 如果还有  $E_n = E_{n''}$ , 则还存在  $D'$ , 它能使  $\psi_n$  与  $\psi_{n''}$  互变,且与  $H$  对易,因而也是系统全对称群的元素.

**参考文献 (References)**

- 1 ZOU Peng-Cheng, HUANG Yong-Chang. *High Energy Phys and Nucl. Phys.*, 1995, **19**:796(in Chinese)  
(邹鹏程,黄永畅. 高能物理及核物理,1995,19:796)
- 2 ZHAO Yu-Min, CHEN Jin-Quan. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.*, 1997, **21**:121(in Chinese)  
(赵玉民,陈金全. 高能物理及核物理,1997,21:121)

**Reply to 《Comment on “The Proof of Irreducibility Postulation and Its Applications”》**

ZOU Peng-Cheng

(*Department of physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

**Abstract** This reply pointed out that the conclusion of 《Comment on “The Proof of Irreducibility Postulation and Its Applications”》 is incorrect.

**Key words** irreducibility postulation, systematical degeneracy, accidental degeneracy