

η_c 和 χ_c 强衰变的有限顶角修正 及 $\alpha_s(m_c)$ 的确定*

平荣刚¹ 姜焕清¹⁻³ 邹冰松¹⁻³

1 (中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3 (兰州重离子加速器国家实验室 兰州 730000)

摘要 计算了 η_c 和 χ_c 两胶子衰变宽度的有限顶角展开的修正. 通过数值计算, 得到 η_c , χ_{c0} 和 χ_{c2} 的零程近似的修正因子分别为: $\gamma = 1.32, 1.45$ 和 1.26 , 利用衰变宽度 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 抽出强耦合参数 $\alpha_s(m_c) = 0.28 \pm 0.05$, 这个值与 $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ 强衰变的顶角修正得到的结果一致. 而 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 的有限顶角修正没有 $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ 大.

关键词 粲夸克偶素 有限顶角修正 强耦合参数

1 引言

自 1974 年粲夸克在 SLAC 被发现以来, 粲夸克物理很快发展成为强子物理学中的一个重要领域^[1]. 目前, 人们对粲夸克偶素的关注, 不仅寄希望于在它的丰胶子衰变中找到胶子球和混杂态^[2], 而且, 人们试图对它的强耦合参数 α_s 或重正化标度 $\Lambda_{\overline{MS}}$ 的计算和测量, 来作为检验强相互作用理论的重要例证^[3]. Appelquist 和 Politzer^[4] 曾经建议把重夸克对湮没为胶子或胶子加一个光子的衰变作为检验 QCD 基本理论和精确测量强耦合参数 α_s 较理想的过程. 此后, 人们发展了很多模型来计算 α_s 和 $\Lambda_{\overline{MS}}$. 其中, 势模型被人们广泛地接受. Cornell 组^[3] 在 80 年代利用静态夸克模型分析了大量的重夸克束缚态的能谱. 他们发现这些态的轻子衰变宽度和能级精细分裂的静态夸克模型计算结果都与实验符合较好. 他们利用 QCD 的标度参数 $\Lambda_{\overline{MS}} = 0.5\text{GeV}$ 确定了强作用势. 这些结果直接支持了“渐近自由”理论. 另一种抽取粲夸克偶素强耦合参数的方法是微扰 QCD 理论对衰变过程的过渡振幅的计算, 它主要考虑两个方面的因素. 首先, 在简化计算粲夸克偶素衰变成两胶子的最低阶费曼图时采用动量级数展开的最低价近似^[5], 由于束缚态中粲夸克的质量 ($m_c = 1.5\text{GeV}$) 较重, 它在势模型中的运动可以作非相对论处理, 这种近似导致了 η_c 的

2001-09-03 收稿

* 国家自然科学基金(10075057, 19975053)资助

衰变宽度正比于径向波函数在原点的值 $|\Phi(0)|^2$ 及 χ_c 衰变宽度正比于径向波函数的导数在原点的值 $|\Phi'(0)|^2$; 第二个因素是衰变宽度的一级修正, 该修正因子的形式为 $[1 + B(\mu)\alpha_s(\mu)/\pi]$. 系数 $B(\mu)$ 依赖于重整化方法和能量标度, 在标度 $\mu = m_c$ 时的数值结果在文献[6]中给出. 最后, 零程顶点近似下, 粲夸克偶素的两胶子衰变宽度的结果为

$$\Gamma^{(0)}(\eta_c \rightarrow 2g) = \frac{2}{3}\alpha_s^2 \frac{1}{m^2} |\Phi_0(0)|^2 \left(1 - \frac{3.38}{\pi}\alpha_s\right), \tag{1}$$

$$\Gamma^{(0)}(\chi_{c0} \rightarrow 2g) = \frac{2}{3}\alpha_s^2 \frac{9}{m^4} |\Phi'_1(0)|^2 \left(1 + \frac{10.0}{\pi}\alpha_s\right), \tag{2}$$

$$\Gamma^{(0)}(\chi_{c1} \rightarrow 2g) = 0, \tag{3}$$

$$\Gamma^{(0)}(\chi_{c2} \rightarrow 2g) = \frac{2}{3}\alpha_s^2 \frac{12}{5m^4} |\Phi'_1(0)|^2 \left(1 - \frac{2.2}{\pi}\alpha_s\right) \tag{4}$$

Φ_0 和 Φ_1 分别是 η_c 和 χ_c 在坐标空间的径向波函数, $\Gamma^{(0)}$ 表示最低价近似下的衰变宽度.

这种微扰计算的方法广泛被人们接受, 这是由于粲夸克偶素在衰变过程中存在两个不同的物理标度: 束缚态的束缚能 ϵ 和粲夸克的质量 m_c ($m_c \gg \epsilon$), 因此, 很少有人怀疑过零程近似计算的精确性, 直到姜焕清等人^[7]研究了 J/ψ 和 Υ 三胶子衰变的有限顶角修正后, 他们意外地发现这个修正对 J/ψ 非常重要 (J/ψ 修正因子为 $\gamma = 0.31 \pm 0.03$), 这意味着微扰计算的强耦合参数也要作相应的修正. 以前, QCD 微扰理论在计算 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 的衰变宽度中也存在零程近似的问题. 这个近似的可靠性依赖于粲夸克偶素中夸克运动的非相对论假设, 即夸克的动量 p 与其质量 m_c 相比远小于 1 ($\frac{p}{m_c} \ll 1$), 然而, 势模型对粲夸克偶素波函数的数值计算表明, 夸克的动量分布可延伸到 $p > m_c$ 的区域^[3,7]. 所以, 粲夸克偶素零级近似下得到的衰变宽度(1)–(4)式以及利用这些结果抽出的强耦合参数的可靠性值得怀疑. 为此, 本文将采用数值计算的方法, 计算 $\eta_c(\chi_c) \rightarrow 2g$ 的有限顶角修正, 并根据衰变宽度 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 重新计算强耦合参数 α_s .

2 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 和 $\Gamma(\chi_c \rightarrow 2g)$ 和有限顶角修正

在 $c\bar{c}$ 束缚态 $1^1S_0(0^{-+})$ 和 $1^3P_J(J=0,1,2)(J^{++})$ 湮没为二胶子的衰变中, 单胶子的

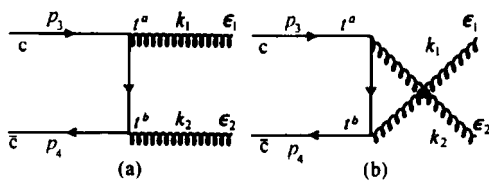


图 1 $c\bar{c} \rightarrow 2g$ 过程的最低阶费曼图

平均能量在 1GeV 以上, 因此, 利用 QCD 理论的微扰计算方法, 只计算如图 1 所示的最低阶费曼图. 图中 $k_1 = k_0(1, \hat{k})$, $k_2 = k_0(1, -\hat{k})$ 为胶子在质心系中的四动量, 夸克和反夸克在质心系中的四动量分别为 $p_3 = (E, \mathbf{p})$, $p_4 = (E, -\mathbf{p})$, 由于能量守恒, $E = k_0$. 这个过程的不变振幅为

$$M = -ig^2 \bar{u}(3) \not{\epsilon}(1) t^a \frac{\not{p}_3 - \not{k}_1 + m}{(p_3 - k_1)^2 - m^2} \not{\epsilon}(2) t^b v(4) -$$

$$i g^2 u(3) \not{\epsilon}(2) t^a \frac{\not{p}_3 - \not{k}_2 + m}{(p_3 - k_2)^2 - m^2} \not{\epsilon}(1) t^b v(4), \quad (5)$$

这里 m 是粲夸克的质量, $t^a = \lambda^a/2$ 为颜色 $SU(3)$ 的 8 个生成元, $\epsilon(1) = (0, \epsilon_1)$ 及 $\epsilon(2) = (0, \epsilon_2)$ 是胶子的极化矢量, 满足 $k_1 \cdot \epsilon_1 = k_2 \cdot \epsilon_2 = 0$, $u(p_i, s_i)$ 和 $v(p_i, s_i)$ 是 Dirac 旋量, 满足归一化条件 $u(i) \bar{u}(i) = v(i) \bar{v}(i) = 2m$. 把 Dirac 旋量代入(5)式有

$$M = \frac{g^2 \delta^{ab}}{2\sqrt{3}} \chi^T(3) \mu(p, k, \epsilon_1, \epsilon_2) \chi^c(4), \quad (6)$$

这里 $\chi(i)$ 和 $\chi^c = i\sigma_2 \chi(i)$ 分别是夸克和反夸克的二分量旋量, 其中

$$\mu(p, k, \epsilon_1, \epsilon_2) = -\frac{i}{2m} \cdot \left\{ \frac{[p \cdot \sigma \epsilon_1 \cdot \sigma (k \cdot \sigma - p \cdot \sigma) + 2m^2 \epsilon_1 \cdot \sigma] \epsilon_2 \cdot \sigma + 2m^2 [p \cdot \sigma \epsilon_1 \cdot \sigma + 2\epsilon_1 \cdot \sigma (p \cdot \sigma - k \cdot \sigma)] \epsilon_2 \cdot \sigma}{2p \cdot k - 2m^2} + (\epsilon_1 \leftrightarrow \epsilon_2, k \rightarrow -k) \right\}. \quad (7)$$

衰变宽度为

$$\Gamma(cc \rightarrow 2g) = \frac{1}{2} \sum_{\text{col. pol.}} \int \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{4\omega_1 \omega_2 (2\pi)^6} (2\pi)^4 \delta^3(k_1 + k_2) \cdot \delta(\omega_1 + \omega_2 + M_{cc}) |T(k_1, k_2, \epsilon_1, \epsilon_2)|^2 \quad (8)$$

及 $T(k_1, k_2, \epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{1}{(2\pi)^3 M_{cc}} \int d^3 p \langle cc; \varphi_{JM} | cc; p \rangle \langle cc, p | M | 2g; k \rangle, \quad (9)$

其中 ω_i 是第 i 个胶子的能量, M_{cc} 是束缚态能量. 首先计算 η_c 的 T 矩阵元

$$T = \frac{1}{(2\pi)^3 M_{\eta_c}} \int_0^\infty p^2 dp \int d\Omega_p \varphi_0(p) Y_{00} \sqrt{\frac{1}{2}} (M_{\uparrow\uparrow} - M_{\downarrow\downarrow}), \quad (10)$$

式中箭头代表夸克和反夸克的自旋投影, $\varphi_0(p)$ 是 η_c 动量空间的径向波函数, 它满足归一化条件 $\int dpp^2 |\varphi_0(p)|^2 = (2\pi)^3$.

对于 χ_c , 由于存在夸克自旋与轨道角动量的耦合, T 矩阵元的计算比 η_c 要繁杂些. 由于 χ_c 的 C 宇称为正, 因此夸克和反夸克的自旋只能耦合成为对称态 $|1M_i\rangle (M_i = 1, 0, -1)$, 这 3 个态我们用以下的 3 个积分表示:

$$I_{m1} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dpp^2 \int d\Omega_p \varphi_1(p) Y_{1m}(\Omega_p) M_{\uparrow\uparrow}, \quad (11)$$

$$I_{m0} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dpp^2 \int d\Omega_p \varphi_1(p) Y_{1m}(\Omega_p) \sqrt{\frac{1}{2}} (M_{\uparrow\downarrow} + M_{\downarrow\uparrow}), \quad (12)$$

$$I_{m-1} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dpp^2 \int d\Omega_p \varphi_1(p) Y_{1m}(\Omega_p) M_{\downarrow\downarrow}. \quad (13)$$

其中 $\varphi_1(p)$ 是 χ_c 动量空间的径向波函数, 它满足 $\int dpp^2 |\varphi_1(p)|^2 = (2\pi)^3$. 因此,

$$T_{JM_i} = \frac{1}{M_{\chi_c}} \sum_{M_i} \langle 1M_i - M_i, 1M_i | JM_i \rangle I_{M_i - M_i, M_i}. \quad (14)$$

式中 J 和 M_J 分别是 χ_c 的总角动量及其投影, 对应于 χ_{c0}, χ_{c1} 和 χ_{c2} , M_J 分别取 0, 1, 2. 在计算衰变宽度 $\Gamma(\chi_c \rightarrow 2g)$ 时, 还要对总角动量的取向求平均.

上述公式中, 保留了 M 矩阵元中的动量 p 的完全依赖关系. 这样, 就可以计算 χ_c 和 η_c 的衰变宽度. 如果把矩阵元 M 对动量 p 的依赖关系可以按小量 (p/m) 作级数展开, 第一和第二领头项正是零级顶角近似的结果. 即

$$\mu^0 = -2i(\epsilon_1 \times \epsilon_2) \cdot \hat{k}, \quad (15)$$

$$\mu^1 = \frac{2ip}{m}(\hat{p} \cdot \hat{k} \sigma \cdot \hat{p} \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 + \hat{p} \cdot \epsilon_1 \sigma \cdot \epsilon_2 + \hat{p} \cdot \epsilon_2 \sigma \cdot \epsilon_1), \quad (16)$$

$\hat{p} = p/|p|$, μ^0 与 p 无关, 只对径向波函数为 S 波的 η_c 的衰变宽度 $\Gamma^{(0)}(\eta_c \rightarrow 2g)$ 有贡献. 如果只保留 μ 的最低阶项, 则 η_c 两胶子衰变宽度正比于 $|\Phi(0)|^2$. μ^1 是对径向波函数为 P 波的 χ_c 态两胶子衰变宽度有贡献的最低阶项, 其衰变宽度 $\Gamma^{(0)}(\chi_c \rightarrow 2g) \propto |\Phi'(0)|^2$

3 数值计算和讨论

利用(5)–(13)式计算 η_c 和 χ_c 的强衰变宽度. 计算中, 需要知道粲夸克偶素在动量空间中的波函数. 原则上, 在已知夸克–反夸克之间的作用情况下, 就可以通过求解薛定谔方程来得到. 为简单起见, 取粲夸克偶素在动量空间的径向波函数为谐振子形式

$$\varphi_0(p) = \frac{1}{(\pi\beta_{\eta_c})^{3/4}} \exp\left(-\frac{p^2}{2\beta_{\eta_c}}\right) \sqrt{32\pi^2}, \quad (17)$$

$$\varphi_1(p) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\pi^{3/4} \beta_{\chi_c}^{5/4}} p \exp\left(-\frac{p^2}{2\beta_{\chi_c}}\right) \sqrt{32\pi^2} \quad (18)$$

式中 $\varphi_0(p)$, $\varphi_1(p)$ 分别是 η_c , χ_c 径向波函数, 其中 β_i 是谐振子参数. 它们的值可以由静态夸克势模型计算的方均根半径确定. 例如, J/ψ 和 η_c 的方均根半径分别为 0.42fm 和 0.67fm^[3], 从而得到 $\beta_{J/\psi} = 0.33\text{GeV}^2$ 及 $\beta_{\chi_c} = 0.22\text{GeV}^2$. 由于组分夸克在 η_c 中受到的束缚比在 J/ψ 强, 因此, β_{η_c} 的值要比 $\beta_{J/\psi}$ 的值大. 最近, Ahamady 和 Mendel^[8] 根据量子力学的微扰理论计算得到 $\beta_{\eta_c}/\beta_{J/\psi}$ 的比值为 1.25. 所以得到 $\beta_{\eta_c} = 0.41\text{GeV}^2$. 我们对 η_c 和 χ_c 衰变宽度的有限顶角修正的计算是采用对动量 p 完全依赖的矩阵元 $M(p, k, \epsilon_1, \epsilon_2)$ ((9)式), 对(9)式的数值积分借助于 CERN 库中的 RIWIAD 积分程序完成. 计算中, 总的积分精度为 1%. 为了检验程序的可靠性, 把程序退化到零程近似的情况, 数值计算结果与(1)–(4)式中的解析结果一致. 定义: $\gamma = \Gamma(\text{cc} \rightarrow 2g)/\Gamma^{(0)}(\text{cc} \rightarrow 2g)$ (19)

为两胶子衰变的有限顶角修正因子, 计算得到

$$\gamma = 1.32\eta_c, \quad \gamma = 1.45\chi_{c0}, \quad \gamma = 1.26\chi_{c2}.$$

可见, 这里 M 的动量依赖对 $\Gamma(\eta_c(\chi_c) \rightarrow 2g)$ 的有限顶角修正要比对 $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ 的修正小. 为了说明有限顶角修正的来源, 图 2 和图 3 中分别给出 η_c 和 χ_{c0} 径向 Gauss 型波函数 $p^2 \varphi(p)$ 和(11)式中的因子

$$T_p = \sum_m \int d\Omega_p Y_{lm}(\Omega_p) \langle c\bar{c}; \mathbf{p} | M | 2g; \mathbf{k} \rangle \quad (20)$$

作为比较,图 3 同时给出了零程近似的矩阵元 $|T_p|$. 图中可看出,衰变宽度的修正来源于两个因素:一个是零程近似修正前后 M 矩阵元的值不同. η_c 的矩阵元 $|T_p|$ 在原点附近的值几乎不变,在 $p = m_c$ 点迅速增加, χ_{c0} 也有类似的变化情况. 另一个因素是矩阵元与束缚态的动量空间波函数的重迭. 如果束缚态的波函数分布在原点附近,那么,对矩阵元的修正并不重要. 但是,由于夸克和反夸克之间的强作用发生在很近的空间区域内,所以粲夸克偶素的径向波函数分布在很宽的动量区域,此时,对零程近似的修正是必要的. 径向波函数的分布由谐振子参数 β 决定. 当把 β 值降低到 $\beta_{\eta_c} = \beta_{\chi_c} = 0.18\text{GeV}^2$ 时, η_c , χ_{c0} 和 χ_{c2} 的修正因子分别降低为 $\gamma = 1.13, 1.36$ 和 1.15 . β 是反映夸克与反夸克之间的强作用参量. 由于强作用在坐标空间的力程很短,所以,在动量空间动量的分布范围很宽,甚至延伸到 $p > m_c$ 区域. 我们知道,采用零程近似处理电子偶数的光子衰变,理论计算与实验符合较好,这是由于电磁作用的力程较长,动量分布主要集中在 $p = 0$ 的附近区域. 所以,在计算粲夸克偶素的衰变宽度时,零程近似的不可靠性来源于强作用本身的性质.

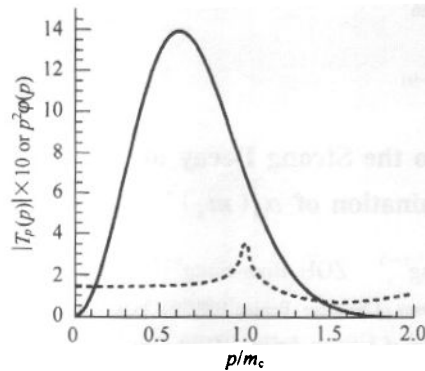


图 2 η_c 的波函数 $p^2 \varphi_0(p)$ 及

矩阵元 $|T_p(p)|$ (20 式) 关于 p/m_c 的变化
纵轴为任意单位; 胶子的激化矢量为 $\epsilon_1 = (1, 0, 0)$,
 $\epsilon_2 = (0, 1, 0)$; 一波函数 $p^2 \varphi_0(p)$;
--- 矩阵元 $|T_p(p)|$.

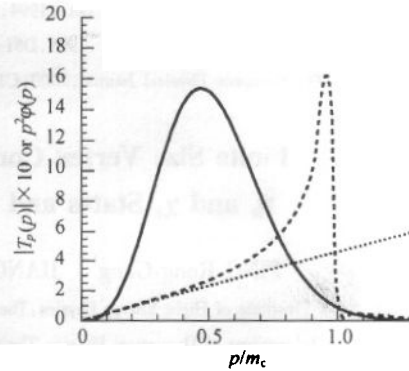


图 3 χ_{c0} 的波函数 $p^2 \varphi_1(p)$ 及

矩阵元 $|T_p(p)|$ (20 式) 关于 p/m_c 的变化
胶子的激化矢量为 $\epsilon_1 = (1, 0, 0), \epsilon_2 = (1, 0, 0)$;
一波函数 $p^2 \varphi_1(p)$; --- 矩阵元 $|T_p(p)|$;
..... 零程顶角近似的矩阵元 $|T_p(p)|$.

从粲夸克偶素的衰变过程抽出强耦合参数 $\alpha_s(m_c)$, 在实验上可以选择不同的衰变道. 为了消除 $\alpha_s(m_c)$ 对零点波函数的依赖, 通常计算粲夸克偶素的强衰变道的宽度与轻子衰变道宽度的比值 R . 例如, 对于 J/ψ , 通过计算比值 $R = \frac{\Gamma(J/\psi \rightarrow ggg)}{\Gamma(J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-)}$ 来抽出 $\alpha_s(m_c)$. 理论上, 强衰变道宽度的比值可以采用微扰 QCD 在零程近似下计算出来. 这种方法抽出的 $\alpha_s(m_c)$ 存在两个问题, 一是轻子衰变道的宽度较窄, 实验上测量的误差较大, 这给 $\alpha_s(m_c)$ 的计算带来很大的不可靠性; 二是零程近似可靠性对 $\alpha_s(m_c)$ 的影响. 这里, 直接利用不作零程近似的强衰变道来抽出 $\alpha_s(m_c)$. 虽然 α_s 依赖于谐振子参数 β , 但却可以消除以上两个缺点. 为了得到精确的强耦合参数 $\alpha_s(m_c)$, 用低能态的衰变宽度 $\Gamma(\eta_c$

$\rightarrow 2g$) 抽取 $\alpha_s(m_c) = 0.28 \pm 0.05$, 其中 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g) = 13.2_{-3.2}^{+3.8} \text{ MeV}$ 由粒子表给出. 这个值与 $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ 修正中得到的 $\alpha_s(m_c)$ 一致^[7], 但它比平均值 $\alpha_s(m_c) = 0.357_{-0.019}^{+0.013}$ (对应的衰变宽度为 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g) = 18.6 \text{ MeV}$)^[9] 低.

综上所述, 计算表明, 对 $c\bar{c} \rightarrow 2g$ 过程有限顶角修正没有 $c\bar{c} \rightarrow 3g$ 过程大, 利用 $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ 抽取的强耦合参数 $\alpha_s(m_c)$ 与 $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ 衰变过程有限顶角修正得到的一致. 正如很多文献讨论的, 要精确计算 α_s , 就要考虑许多因素, 如相对论效应, 非微扰效应等, 因为粲夸克偶素处于 QCD 能标的微扰区与非微扰区的交界, 这些因素的影响有待于进一步研究.

参考文献 (References)

- 1 Kwong Waikwok, Rosner Jonathan L, Quigg Cluris. *Ann. Rev. Nuc. and Par. Sci.*, 1987, **37**: 325—382
- 2 Hitlin Dvid G, Toki Walter H. *Ann. Rev. Nuc. and Par. Sci.*, 1988, **38**: 497—532
- 3 Buchmuler W, Tye S H H. *Phys. Rev.*, 1981, **D24**: 132—156
- 4 Appelquist T, Politzer H D. *Phys. Rev.*, 1975, **D12**: 1404—1414
- 5 Carlson C E, Suaya R. *Phys. Rev.*, 1976, **D14**: 3115—3121
- 6 Waikwok Kwong, Paul B. Mackenzie. *Phys. Rev.*, 1988, **D37**: 3210—3215
- 7 Chiang H C, Hufner J, Pimer H J. *Phys. Let.*, 1994, **B324**: 428—486
- 8 Ahamady M R, Mendel R R. *Phys. Rev.*, 1995, **D51**: 141—146
- 9 BDG Group. *The European Physical Journal*, 2000, **C15**(1—4): 85—91

Finite Size Vertex Correction to the Strong Decay of η_c and χ_c States and a Determination of $\alpha_s(m_c)$ *

PING Rong-Gang¹ JIANG Huan-Qing¹⁻³ ZOU Bing-Song¹⁻³

¹ (Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

² (Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

³ (Nuclear Theory Center, Chinese National Lab. of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

Abstract In previous calculations of the strong decay of a charmonium, the first-order momentum dependence of the quark propagator is kept. It was found that the finite-size vertex correction to the $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ process is large. In this paper we calculate the two-gluon decay widths of η_c , χ_{c0} and χ_{c2} by including the full momentum dependence of the quark propagator. Comparing to the zero-order calculation we find that the finite-size vertex correction factor to the two-gluon decay widths of η_c is 1.32, and for the two-gluon decays of χ_{c0} and χ_{c2} , the vertex correction factors are 1.45 and 1.26, respectively. With the corrected decay widths $\Gamma(\eta_c \rightarrow 2g)$ we extract the value as $\alpha_s(m_c) = 0.28 \pm 0.05$ which agrees with that calculated from the $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$ process with the same correction. The finite-size vertex correction to the process $\Gamma(\eta_c \rightarrow 3g)$ is not as large as that to the process $\Gamma(J/\psi \rightarrow 3g)$.

Key words quarkonium, finite vertex correction, strong coupling constant

Received 3 September 2001

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10075057, 19975053)