

# 高能电子 - 正电子碰撞中产生喷注的标度<sup>\*</sup>

林晓燕<sup>1)</sup> 刘连寿<sup>2)</sup>

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

**摘要** 对高能电子 - 正电子对撞产生实验上可以直接观察的可视喷注的标度进行了仔细研究。根据在  $\sqrt{s} = 17-30 \text{ GeV}$  的电子 - 正电子对撞实验中最先观察到三喷注这一历史事实, 论证了可视喷注的相对横动量  $k_{\perp}$  在  $5-10 \text{ GeV}/c$  的范围, 并通过一个具体例子说明, 只有  $k_{\perp}$  在这一范围时才能正确地判定事件中的喷注数。仔细比较了由不同  $k_{\perp}$  得到的喷注内部的动力学起伏, 发现只有  $k_{\perp}$  在  $5-10 \text{ GeV}/c$  范围时, 喷注内部系统才有最好的反常标度性。从而得到, 可视喷注的标度是  $k_{\perp} \sim 5-10 \text{ GeV}/c$ 。讨论了这一标度和微扰 QCD 的标度  $1-2 \text{ GeV}$  之间的关系。

**关键词** 高能电子 - 正电子碰撞 喷注 标度 反常标度性

## 1 引言

高能电子 - 正电子对撞是研究强作用动力学的一个很好的场所, 其中既包含有硬胶子辐射的微扰过程, 又有部分子强子化的非微扰过程。在前一过程中产生的硬部分子通过后一过程演化成为喷注。研究喷注的产生和演化能帮助我们对微扰和非微扰动力学加深了解。

在理论上, Sterman 和 Weinberg 最早提出了计算喷注的方法<sup>[1]</sup>, 那就是, 计算一个事件的全部能量的  $(1-\epsilon)$  倍落进半开角为  $\delta$  的两个背对背的圆锥中去的几率。这样得到的喷注依赖于两个参量  $\epsilon$  和  $\delta$ 。

在实验上, 喷注可以用某种组合算法, 例如 DURHAM 算法<sup>[2]</sup>, 挑选出来。这种算法首先将一个事件中的每个末态粒子都看成是“喷注”, 定义

$$d_{ij} = \frac{2 \min(E_i^2, E_j^2)}{s} (1 - \cos \theta_{ij}) \quad (1)$$

为第  $i$  和第  $j$  个喷注之间的距离。式中  $E_i$  和  $E_j$  是喷注  $i$  和  $j$  的能量,  $\theta_{ij}$  是它们的夹角,  $s$  是质心能量的平方。给定一个截断参量  $d_{\text{cut}}^{[3]}$ , 如果  $d_{ij} < d_{\text{cut}}$ , 就

将这两个喷注合成一个喷注。这样反复进行下去, 直到任何两个喷注之间都满足  $d_{ij} > d_{\text{cut}}$  为止。用这种方法得到的喷注依赖于参数  $d_{\text{cut}}$ 。

由此可见, 无论是理论上还是实验上, 喷注的定义中都有自由参数。因而人们往往认为, 喷注的标度是任意的, 喷注的定义是相对的, 没有绝对的意义。喷注定义的这种相对性可加以利用。例如, 通过用理论算出喷注的产生截面对自由参数的依赖关系来和实验比较, 能得到量子色动力学 QCD 的耦合常数  $\alpha_s^{[3]}$ 。

然而不应忘记, “喷注”作为实验可以观察到的一束束强子, 原本是有确切含义的。历史上, 最早是 1975 年在实验上观察到喷注<sup>[4]</sup>, 从而为夸克 - 部分子模型提供了可靠的证据; 以后在 1979 年发现的三喷注<sup>[5]</sup>更被认为是存在胶子的直接实验迹象。这种实验直接可观察的喷注(以下称之为“可视喷注”)显然有确切的含义, 它的标度有一个确定的范围而不能随意给定。本文的目的就是要讨论这种有确切意义的实验直接可观察的喷注(可视喷注)的标度。

在 DURHAM 算法中, 截断参数  $d_{\text{cut}}$  和相对横动量  $k_{\perp}$  有关系:<sup>[6]</sup>

2002-04-25 收稿

\* 国家自然科学基金(19975018, 90103019)资助

1) 国家理科(物理学)科学研究中心与教学人才培养基地班的学生

2) E-mail: liuls@iopp.ccnu.edu.cn

3) DURHAM 判别法的参量通常用符号  $r_{\text{cut}}$  表示, 为了避免和快度  $v$  相混, 改用符号  $d_{\text{cut}}^{[10]}$

$$(k_t)_{\text{cut}} = \sqrt{d_{\text{cut}}} \cdot \sqrt{s}. \quad (2)$$

我们用相对横动量  $k_t$  的大小作为 DURHAM 算法所确定的喷注的标度.

## 2 历史上发现三喷注所对应的标度

用 JETSET 7.4 事件产生器<sup>[7]</sup>产生不同能量下的  $e^+ e^-$  对撞事件, 每个能量 400 000 个事件. 用 DURHAM 判别法判定喷注. 在不同能量下得到的三喷注事件数占总事件数的比例  $R_3$  和相对横动量  $k_t$  的关系画在图 1(a) 上. 图中的虚线标志在  $\sqrt{s} = 17 \text{ GeV}$  能量下开始出现三喷注的相对横动量, 它大约在  $k_t = 8.6 \text{ GeV}/c$  处. 作为一个大致估计, 可以认为横动量  $k_t \sim 5-10 \text{ GeV}/c$  时, 在  $\sqrt{s} = 17 \text{ GeV}$  能量下开始出现三喷注.

不妨设想如果在 1979 年前后, 试图在  $e^+ e^-$  对撞中寻找三喷注事件. 用的办法是 DURHAM 喷注判别法. 我们会看到什么呢?

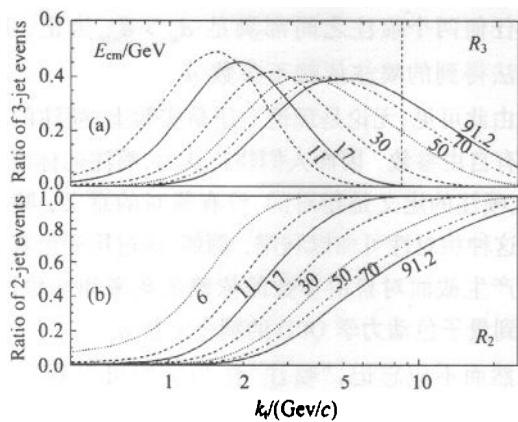


图 1 不同能量下三喷注(a)和二喷注(b)事件数占总事件数的比例随相对横动量的变化

由图 1 可见, 如果我们用的是  $k_t < 5 \text{ GeV}/c$ , 在比  $17 \text{ GeV}$  低得多的能量下, 例如  $\sqrt{s} \leq 11 \text{ GeV}$ , 早就会看到了三喷注. 反之, 如果用的  $k_t > 10 \text{ GeV}/c$ , 将不可能在  $\sqrt{s} = 17 \text{ GeV}$  能量下看到三喷注. 因此, 可以有把握地认为, 历史上在  $\sqrt{s} = 17 \text{ GeV}$  能量下所观察到的三喷注, 对应于 DURHAM 判别法用  $k_t \sim 5-10 \text{ GeV}/c$  所判定的喷注.

## 3 一个三喷注事件的例子

为了更直观, 从  $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$  的事件样本中任

选了一个三喷注事件在图 2 中给出.

图 2(a)-(c) 分别是对这一事件的正视、俯视和侧视图. 图中直线的长度表示粒子动量的大小. 图 2(d) 是按照 DURHAM 喷注判别法用不同  $k_t$  判别喷注所认定的这一事件的喷注数. 注意, 按照式 (2), 在这一能量下,  $k_t \sim 5-10 \text{ GeV}/c$  对应于  $d_{\text{cut}} \sim 10^{-1.9}-10^{-2.5}$ .

由图 2(d) 可见, 如果用的是  $d_{\text{cut}} = 10^{-4}$  或  $10^{-3}$ , 我们将认为这一事件是一个十喷注或五喷注事件; 而如果用的  $d_{\text{cut}} \geq 10^{-1}$ , 则将认为这是一个二喷注事件. 显然这样的看法都不符合于实际. 从直接观察可以看到, 这是一个典型的三喷注事件.

由图 2(d) 还可以看到, 用  $d_{\text{cut}} \geq 10^{-2.5}$  可以把错误地认定的 5 个“喷注”合并成 3 个. 这说明  $d_{\text{cut}} \geq 10^{-2.5}$  (对应于  $k_t \geq 5 \text{ GeV}$ ) 是判定可视喷注的标度.

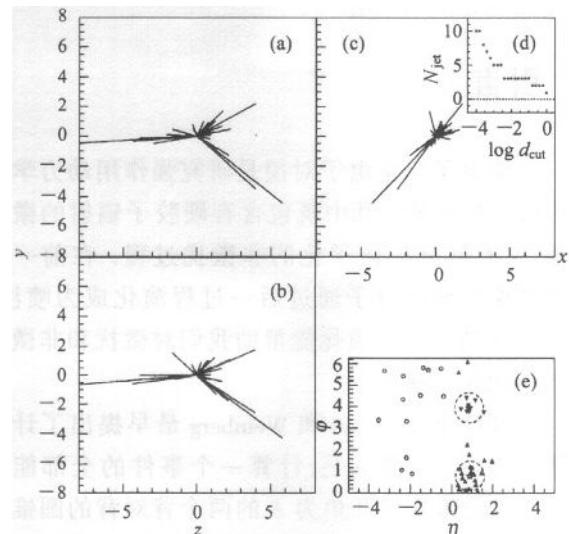


图 2  $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$  事件的例子

(a) 正视图; (b) 附视图; (c) 侧视图; (d) 用不同  $d_{\text{cut}}$  判定的这一事件中的喷注数; (e) 这一事件的二维直方图.  
 ○, ▲ 用  $d_{\text{cut}} = 10^{-2.2}$  判定的 3 个喷注中的粒子,  
 ☆ 两个和冲度轴不共线的喷注的喷注轴.

## 4 喷注内部强子系统的反常标度性质

在文献 [8], [9] 中对高能电子 - 正电子碰撞产生的喷注内部强子系统的反常标度性已进行过研究, 采用的是以喷注轴为纵向的变量 ( $y, p_t, \varphi$ ). 发现, 对其中每一个变量所得到的一维阶乘矩, 随着相空间区域分割数的增大都趋于饱和. 趋于饱和的快慢可以用参量  $\gamma_i$  ( $i = y, p_t, \varphi$ ) 来标志. 一般情况下, 3 个  $\gamma_i$  互不相等. 但是在确定喷注的相对横动量

量  $k_t$  的取值在区间  $[5, 10] \text{ GeV}/c$  之中时, 横平面中的两个  $\gamma$  值接近相等, 而和纵向的  $\gamma$  不等—— $\gamma_{p_t} \approx \gamma_\phi \neq \gamma_\perp$ 。此时, 喷注内部的动力学起伏呈现为横平面内各向同性的正圆锥形。这种圆锥形喷注的标度和以上得到的可视喷注的标度一致, 都是  $k_t \sim 5-10 \text{ GeV}/c$ 。这表明, 可视喷注内部的动力学起伏在横平面内各向同性。

在文献[10]中提出了一个新变量  $r$ , 它比通常惯用的  $(\eta, p_t, \varphi)$  更适合于用来描述喷注内部的动力学起伏。我们来考察一下, 用  $r$  来描述喷注内部系统时,  $k_t$  或  $d_{cut}$  取什么值会使  $r$  的分布有最好的反常标度性。

为此, 用 JETSET 7.4 产生 1500000 个  $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$  的  $e^+ e^-$  对撞事件。用 DURHAM 判别法判定喷注。用赝快度  $\eta = \log \tan(\theta/2)$  和方位角  $\varphi$  为坐标轴画单事件的二维直方图(lego plot)<sup>[11]</sup>。图 2(e) 中以图 2(a)-(c) 中的事件为例画出了一个这样的图。由图可见, 和冲度轴偏离较大的两个喷注中的粒子的代表点团聚在各自的喷注轴周围, 而和冲度接近平行的一个喷注中的粒子的方位角则散得很开。因此, 对挑选喷注加上条件

$$15^\circ \leq \theta \leq 165^\circ. \quad (3)$$

在一定  $d_{cut}$  之下挑出符合这一条件的喷注。将每个喷注中的粒子抽出来画一张二维直方图, 和原有的二维直方图一道形成扩展相空间<sup>[11]</sup>。作为例子, 在图 3 中给出了图 2(e)下方的喷注的二维直方图。图

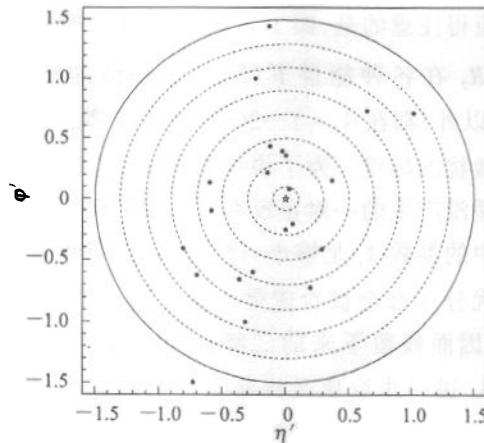


图 3 单个喷注的二维直方图

中用相对于喷注轴  $(\eta_{jet}, \varphi_{jet})$  的  $\eta' = \eta - \eta_{jet}$ ,  $\varphi' = \varphi - \varphi_{jet}$  作坐标轴。

可以认为, 在喷注内部存在绕喷注轴的对称性, 因而采用变量<sup>[10]</sup>

$$r = \sqrt{(\eta - \eta_{jet})^2 + (\varphi - \varphi_{jet})^2} \quad (4)$$

来研究喷注内部的反常标度性<sup>[1]</sup>。将  $r$  的区间  $[0, R]$  分割成  $M$  个子区间(如图 3), 计算阶乘矩<sup>[12], [2]</sup>

$$F_q(M) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m (n_m - 1) \cdots (n_m - q + 1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (5)$$

其中  $n_m$  是第  $m$  个子区间中的粒子数,  $\langle \cdots \rangle$  表示对挑选出的喷注样本平均。喷注内部的反常标度性表现为:  $F_q(M)$  随  $M$  的增大有幂次行为

$$F_q(M) \propto M^{\beta_q}, \ln F_q = \phi_q \ln M + \text{const.} \quad (6)$$

用 6 个不同的  $d_{cut}$  得到的喷注内部  $r$  变量的阶乘矩在图 4 中给出。由图可见, 总的说来,  $\ln F_q$  随  $\ln M$  的增大而上升, 有相当好的线性。

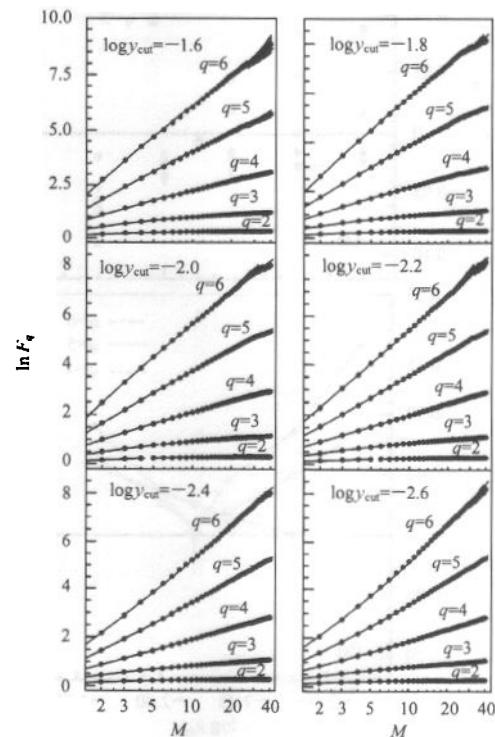


图 4 不同  $d_{cut}$  得到的喷注内部变量  $r$  的阶乘矩

1) 注意  $\varphi$  的取值范围为  $[0, 2\pi]$ 。当喷注轴偏在图的上(下)方时, 喷注中的一些粒子会从上(下)方超出图的范围而出现在图的下(上)方, 从而加大它和喷注轴之间的距离, 参看图 2(e) 的下喷注。为了得到正确的距离, 当  $|\varphi - \varphi_{jet}| > \pi$  时令  $r = \sqrt{(\eta - \eta_{jet})^2 + (2\pi - |\varphi - \varphi_{jet}|)^2}$ 。

2) 为了消除  $r$  分布不平的影响, 在计算阶乘矩之前作了累积变换<sup>[13]</sup>。

为了比较用不同  $d_{cut}$  得到的  $\ln F_q - \ln M$  的线性程度, 用二次方程

$$\ln F_q = a(\ln M)^2 + b\ln M + c \quad (7)$$

拟合  $\ln F_q - \ln M$  的数据。如果拟合得到的  $a < 0$  就表示  $\ln F_q - \ln M$  的曲线向下弯;  $a > 0$  表示  $\ln F_q - \ln M$  的曲线向上弯。 $a$  的绝对值越小越接近于线性。

拟合结果在图 4 中给出(实线), 相应的二次项系数  $a$  在图 5(a)中给出。由图可见, 二阶和三阶阶乘矩的  $a$  值尽管接近于零, 但对不同的  $d_{cut}$  都小于零; 而 4—6 阶阶乘矩的  $a$  值则随  $d_{cut}$  的变化有一个从大于零变到小于零的过程, 它们通过零的位置在  $10^{-2.1} - 10^{-2.4}$  之间, 图 5(b)给出了  $|a|$  的绝对值。对于  $q = 4, 5, 6, |a|$  有极小值, 相应的  $d_{cut}$  值也在  $10^{-2.1} - 10^{-2.4}$  之间。这表明, 由这一区间的  $d_{cut}$  决定的喷注内部有最好的反常标度性。

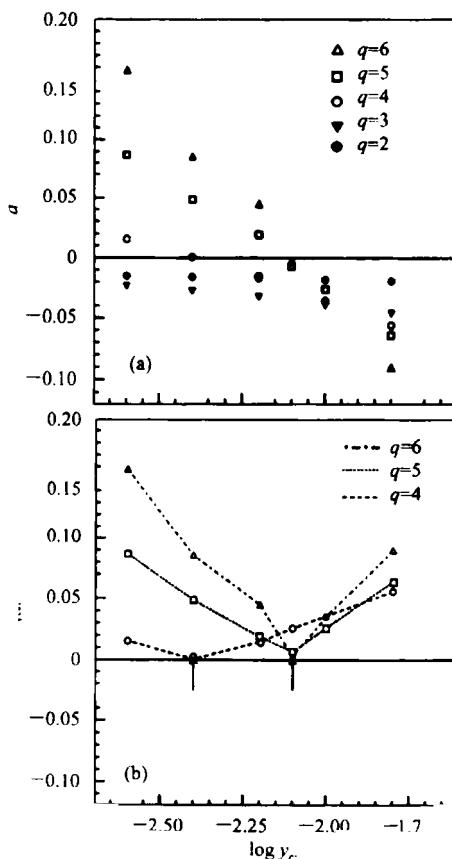


图 5 用二次函数拟合图 4 中的阶乘矩得到的二次项系数  $a$  图(a)和绝对值  $|a|$  图(b)

## 5 结论

本文对高能电子-正电子对撞产生实验上可以

直接观察的可视喷注的标度作了仔细的研究。首先, 根据在  $\sqrt{s} = 17 - 30 \text{ GeV}$  的电子-正电子对撞实验中最先观察到三喷注这一历史事实, 论证了可视喷注的标度是相对横动量  $k_t$  在  $5 - 10 \text{ GeV}/c$  的范围。接着, 用一个具体例子说明, 只有  $k_t$  在这一范围时才能正确地判定事件中的喷注数。最后, 仔细比较了由对应于不同  $k_t$  的  $d_{cut}$  得到的喷注内部的动力学起伏, 发现只有  $k_t$  在  $5 - 10 \text{ GeV}/c$  范围时(对于  $\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$  这相当于  $\ln d_{cut} \sim -1.9$  到  $-2.4$ ), 喷注内部系统才有最好的反常标度性。因此, 可以得到结论: 电子-正电子对撞产生可视喷注的标度是  $k_t \sim 5 - 10 \text{ GeV}/c$ 。这样的喷注内部的动力学起伏在横平面内各向同性, 呈现为圆锥形; 而且, 喷注内部有最好的反常标度性。

最后来说明, 这里得到的可视喷注的标度  $5 - 10 \text{ GeV}$ , 和微扰 QCD 的标度  $1 - 2 \text{ GeV}$  的关系。我们讨论的可视喷注是由硬部分子(夸克和胶子)碎裂形成。这一碎裂过程经历两个阶段——首先是部分子簇射, 然后是非微扰强子化。前一个过程——部分子簇射, 可以用微扰处理, 但是由簇射产生的大量部分子并不能分别演化成可以直接观察到的喷注, 而是在强子化后共同组成一个可视喷注。有时称这种过程为“半硬过程”。我们得到的标度  $5 - 10 \text{ GeV}$  正是这种半硬过程和产生硬部分子的真正的硬过程之间分界的标度。而  $1 - 2 \text{ GeV}$  则是微扰(包括硬和半硬过程)和非微扰之间的分界。

值得注意的是, 图 1(b)中给出的二喷注事件的比例  $R_2$  在各种能量下(除了非常低的能量  $\sqrt{s} \sim 6 \text{ GeV}$  以外)都在  $k_t \sim 1 - 2 \text{ GeV}$  处趋于零。这正是微扰非微扰的标度。为了说明这一点, 考虑由电子-正电子湮没产生的一对正反夸克。如果所用的喷注判定法中的参数  $k_t$  足够小, 这一对正反夸克发生的任何微扰分叉都会被看成是产生了第 3 个、第 4 个…喷注, 因而残留下来的二喷注事件很少,  $R_2$  很小。而当  $k_t$  进一步取比微扰非微扰的标度  $1 - 2 \text{ GeV}$  更小的值时, 即使是非微扰的碎裂, 也会被看成是产生了“喷注”, 因而  $R_2 \rightarrow 0$ 。因此, 图 1(b)中  $R_2 \rightarrow 0$  的  $k_t$  值( $1 - 2 \text{ GeV}$ )标志着微扰非微扰分界的标度; 而图 1(a)中  $\sqrt{s} = 17 \text{ GeV}$  的  $R_2$  开始不为零的  $k_t$  值( $5 - 10 \text{ GeV}$ )则标志着产生可视喷注的标度。

## 参考文献(References)

- 1 Sterman G, Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 1977, **39**: 1436
- 2 Dokshitzer Yu L. J Phys. 1991, **G17**: 1537
- 3 Ali A, Barreiro F. Jets in  $e^+ e^-$  Annihilation and QCD. In: Eds. Ali A, Söding P. High Energy Electron-Positron Physics. Singapore: World Scientific, 1988. 612—694
- 4 Hanson G et al. Phys. Rev. Lett., 1975, **35**: 1609
- 5 Brandelik R et al (TASSO Coll.). Phys. Lett., 1979, **B86**: 243; Barber D P (Mark J Coll.). Phys. Rev. Lett., 1979, **43**: 830; Berger Ch et al (PLUTO Coll.). Phys. Lett., 1979, **B86**: 418; Bartel W et al (JADE Coll.). Phys. Lett., 1980, **B91**: 142
- 6 Dokshitzer Yu L, Leder C D, Moretti S et al. JHEP, 1997, **08**: 001
- 7 Sjöstrand. Comp. Phys. Comm., 1992, **67**: 465
- 8 LIU Lian-Shou, CHEN Gang, FU Jing-Hua. Phys. Rev., 2001, **D63**: 054002
- 9 ZHANG Kun-Shi, YIN Jian-Wu, CHEN Gang et al. HEP & NP, 2002, **26**: 158 (in Chinese); ZHANG Kun-Shi, CHEN Gang, YU Mei-Ling et al. A Monte Carlo Study on the Dynamical Fluctuations Inside Quark and Antiquark Jets, HEP-ph/0203098  
(张昆实, 尹建武, 陈刚等. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 158)
- 10 LIU Lian-Shou. Phase Space Partition in High Energy Collisions, HEP-PH/0204003
- 11 Bjorken J D. Geometry of Multihadron Production, Proc. XXIV Intern. Symp. on Multiparticle Dynamics, Vietri sul Mare, 1994, Eds. A. Giovannini et al. Singapore: World Scientific, 1995. 579
- 12 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**: 703; 1988, **308**: 857
- 13 Ochs W. Z. Phys., 1991, **C50**: 339; Bialas A, Gazdzicki M. Phys. Lett., 1990, **B252**: 483

Scale for the Production of Jets in High Energy  $e^+ e^-$  Collisions \*LIN Xiao-Yan<sup>1)</sup> LIU Lian-Shou<sup>2)</sup>

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

**Abstract** The scale for visible jets produced in  $e^+ e^-$  Collisions is studied in some details using Monte Carlo method. It is demonstrated, based on the historical fact that the 3-jet events were firstly observed in  $e^+ e^-$  experiments at  $\sqrt{s} = 17\text{--}30\text{GeV}$ , and the relative transverse momentum for visible jets is in the region  $k_t \sim 5\text{--}10\text{GeV}/c$ . It is further shown, using a concrete example, that the number of jets in an event could be correctly evaluated only when  $k_t$  is in this region. The dynamical fluctuations inside jets determined through different values of  $k_t$  are compared carefully. It turns out that only when  $k_t \sim 5\text{--}10\text{GeV}/c$  the dynamical fluctuations inside jets will possess the best anomalous scaling property. The relation between the scale  $5\text{--}10\text{GeV}/c$  of visible jets and the scale  $1\text{--}2\text{GeV}$  of perturbative QCD is discussed.

**Key words** high energy  $e^+ e^-$  collisions, jets, scale, anomalous scaling

Received 25 April 2002

\* Supported by NSFC (19975918, 90103019)

1) Student of the State-Level Personnel Training Base for Research and Teaching in Fundamental Sciences (Physics)

2) E-mail: liuls@iopp.cenu.edu.cn