

基于相对论平均场理论对超重核 冷熔合反应截面的研究*

张炜¹ 孟杰^{1-4;1)} 张双全¹

1(北京大学物理学院 北京 100871)

2(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

4(北京大学重离子物理教育部重点实验室 北京 100871)

摘要 在形变约束的相对论平均场理论框架下计算了合成 $Z = 102-118$ 元素的(可能)冷熔合反应中复合核及蒸发一或两个中子剩余核的位能曲面,得到了复合核和剩余核平衡点和鞍点的性质、静态裂变垒高度和冷熔合反应的最佳入射能;利用壳修正和对修正方法计算了平衡点和鞍点的壳修正能、对修正能和微观能. 利用由此得到的壳结构信息,用简单的熔合蒸发唯象模型计算了相应反应的冷熔合截面. 结果发现, TM1 参数提供的结构性质给出了与实验接近的反应截面.

关键词 相对论平均场 超重元素 冷熔合反应 位能曲面 壳修正 对关联

1 引言

原子核的电荷和质量极限是原子核物理中的基本问题之一,对物理学和化学有着巨大的影响. 早在20世纪60年代中期, Nilsson 等人就采用液滴模型结合 Strutinsky 壳修正方法预言了一个以 $Z = 114$ 和 $N = 184$ 为中心的“超重元素岛”,岛上核素对于 α, β 衰变和自发裂变是稳定的^[1,2]. 但问题在于,将宏观理论从 β 稳定线外推到超重核区域是否合适.

近年来,超重元素的微观描述方面已有了大量的工作^[3-10]. 包括:利用密度相关零程对力的 Skyrme Hartree-Fock + BCS 理论预言的双幻核为 126_{184} 和形变壳效应导致的 $N = 162$ 的稳定性^[3]. 采用 Skyrme Hartree-Fock 和相对论平均场(RMF)理论,文献[6]给出了 114_{184} , 120_{172} 和 126_{184} 等参数相关的双幻核. 采用 TM1 参数和密度相关的零程对力的相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov (RCHB)理论^[9] 预言的可能双幻核为 120_{198} , 另外在 $N = 164, 172$ 有比较大的能隙^[10]. 但是无论是

非相对论,还是相对论微观理论所预言的超重双幻核均依赖于所采用的相互作用.

在过去20年里,以 ^{208}Pb 和 ^{209}Bi 为靶核,德国 GSI 利用“热熔合”和“冷熔合”方法分别合成了 $107-109$ 和 $110-112$ 号元素^[11-16]. Berkeley 用冷熔合反应 $^{209}\text{Bi}(^{59}\text{Co}, 1n)$ 合成了 $^{267}110$ ^[17]. Dubna-Livermore 合作组用热熔合反应在 Dubna 合成了变形超重核 $^{265,266}\text{Sg}_{160}$ ^[18], $^{267}\text{Hs}_{159}$ ^[19] 和 $^{273}110_{163}$ ^[20]. 用 ^{48}Ca 轰击 ^{244}Pu 靶和 ^{248}Cm 靶, Dubna 声称其实验结果可以被解释为 $^{289}114$ ^[21], $^{288}114$ ^[22] 和 $^{292}116$ ^[23] 核素的衰变. 最近,中国科学院近代物理研究所利用 $^{241}\text{Am}(^{22}\text{Ne}, 4n)$ 反应合成 ^{259}Db 是中国在超重核素合成方面的突破^[24]. 在文献[25]中, Hofmann 对利用放射性束流可以合成的超重元素进行了评述,给出了能够达到超重元素岛中心的可能弹靶组合,以及根据目前冷熔合反应所合成的 $Z = 102$ 到 $Z = 112$ 号元素的反应截面得到的系统学. 根据这个系统学,合成截面随原子序数的增加将会指数下降, $Z = 113$ 以

2003-05-23 收稿

* 国家重点基础研究发展规划(G2000077407),国家自然科学基金(10025522,10221003,10047001,19935030)资助

1) E-mail:mengj@pku.edu.cn

上超重元素的合成截面将小于目前 1pb 的实验探测下限。

在超重核熔合反应的理论方面, Hofmann 于 1998 年提出一个可能的熔合机制: 在反应初期, 一对质子从靶核转移到弹核, 使得库仑垒降低, 容易发生熔合^[26]. Adamian 等人则认为, 在冷熔合反应中, 首先是碰撞动能完全耗散, 形成一个双核系统, 然后通过从轻核到重核的核子转移形成复合核^[27]. 经典的 extra-push 模型则认为, 由于摩擦引起很大的能量损失, 因此对于形变超重核合成所对应的能量, 存在一个很大的人射道阻尼因子(即所谓的 extra-push 阻尼). 由此模型, 也可以解释形变超重核的合成^[28]. Smolanczuk 在文献[29]中提出了一个相对简单的以双幻铅核为靶核的冷熔合反应模型, 通过宏观-微观模型提供的核性质和唯象的熔合垒公式, 给出了从²⁵⁵No 到²⁷⁷112 的冷熔合反应截面, 并且预言合成²⁹³118 的反应截面高达 670pb. 这个结果对超重核的合成起了极大的鼓励作用. Berkeley, GSI 和 RIKEN 先后进行了实验验证. 但是经过多次反复, 最后的结论是实验反应截面应该小于 1pb^[30].

正如前面所说, 宏观理论的外推不一定是可靠的. 文献[29]中, 复合核、剩余核的质量和静态裂变垒高度均来自宏观模型, 而冷熔合反应截面对这两个量很敏感. 冷熔合反应截面的计算中, 不仅需要平衡点和鞍点的性质及单中子分离能、静态裂变垒高度, 而且还需要相应的微观能. 为此, 本文将基于 RMF 理论, 微观地导出复合核、剩余核的性质, 并提取其微观能, 进而研究超重元素的冷熔合反应截面.

2 约束 RMF 理论的超重核位能曲面

RMF 理论的出发点是如下的有效拉氏量密度:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i \not{\partial} - M)\psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \\ & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 - \\ & \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{R}_{\mu\nu} \mathbf{R}^{\mu\nu} + \\ & \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - \\ & g_\omega \bar{\psi} \not{\omega} \psi - g_\rho \bar{\psi} \not{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\tau} \psi - e \bar{\psi} \not{A} \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$, ψ 是描述核子的 Dirac 旋量, 而 M , m_σ , m_ω 和 m_ρ 分别是核子, σ , ω , ρ 介子的质量, g_σ , g_ω , g_ρ 和 $e^2/4\pi = 1/137$ 分别是 σ , ω , ρ 介子和光子的耦合常数, g_2, g_3 是 σ 介子的自相互作用常数. $\Omega^{\mu\nu}$,

$\mathbf{R}^{\mu\nu}$ 和 $F^{\mu\nu}$ 为 ω, ρ 介子和电磁场的场张量. 介子场包括同位旋标量-标量 σ 介子、同位旋标量-矢量 ω 介子和同位旋矢量-矢量 ρ 介子.

从拉氏量密度(1)式出发, 对于静态问题, 利用 Euler-Lagrange 方程可导出核子场、介子场和电磁场的运动方程. 在轴对称形变情况下, 转动不变性被破坏, 所以总角动量 j 不再是一个好量子数. 但围绕对称轴(z 轴)的转动下, 密度仍然是不变的. 这样, 就可以在柱坐标中把 Dirac 旋量的四分量在轴对称形变的谐振子基下展开进行求解, 见文献[31].

形变约束计算可以通过对下式的非约束哈密顿量本征值的变分来实现^[32]:

$$\langle H' \rangle = \langle H \rangle + 1/2 C_\mu (\langle Q_2 \rangle - \mu_2)^2, \quad (2)$$

其中 C_μ 为约束计算乘子, μ_2 为给定的四极矩数值, 四极矩算符的平均值 $\langle Q_2 \rangle = \langle Q_2^a \rangle + \langle Q_2^p \rangle$, 中子(质子)的四极矩为 $\langle Q_2^{n(p)} \rangle = \langle 2r^2 P_2(\cos\theta) \rangle_{n(p)}$.

核子运动方程可以在包含有 20 个主壳的轴对称形变的谐振子基下展开, 计算细节见文献[31]. 另外为了计算简便, 采用固定能隙的 BCS 近似来描述对关联, 对偶数粒子能隙取 $\frac{12}{\sqrt{A}}$, 对奇数粒子则减

半. 计算中, 原则上谐振子基的形变可取任意值. 但是在实际计算中, 以期望得到的形变 β_2 作为谐振子基的形变不仅使结果更精确, 而且计算速度更快.

采用 TM1, NL3 和 NLZ2 参数, 利用约束的 RMF 理论分别计算了²⁵⁴⁻²⁵⁶No, ²⁵⁶⁻²⁵⁸Rf, ²⁶⁰⁻²⁶²Sg, ²⁶⁴⁻²⁶⁶Hs, ²⁶⁶⁻²⁷²110, ²⁷⁴⁻²⁷⁸112, ^{282-284, 288-290}114, ^{288-290, 292-294}116, ²⁹⁰⁻²⁹⁴118 等核的位能曲面. 以 TM1 参数为例, 图 1 中分别给出了约束的 RMF 理论得到的, ²⁰⁸Pb(⁴⁸Ca, 1n)²⁵⁵No, ²⁰⁸Pb(⁵⁰Ti, 1n)²⁵⁷Rf, ²⁰⁸Pb(⁵⁴Cr, 1n)²⁶¹Sg, ²⁰⁸Pb(⁵⁸Fe, 1n)²⁶⁵Hs, ²⁰⁸Pb(⁶²Ni, 1n)²⁶⁹110, ²⁰⁸Pb(⁷⁰Zn, 1n)²⁷⁷112, ²⁰⁸Pb(⁷⁶Ge, 1n)²⁸³114, ²⁰⁸Pb(⁸²Se, 1n)²⁸⁹116, ²⁰⁸Pb(⁸⁶Kr, 1n)²⁹³118 等反应中复合核(实线)、蒸发一个中子(点线)和两个中子(虚线)的剩余核的结合能随四极形变 β_2 的变化曲线, 线上的实心点和空心圈分别表示相应的平衡点和鞍点. 核素与比它少一个中子的同位素在平衡点的结合能之差即为该核素的单中子分离能, 对于 $Z = 102-118$, 采用 TM1 参数计算的单中子分离能在 5.52(²⁸⁹114)—8.40MeV(²⁹¹118)之间. 位能曲面上平衡点与相应鞍点的结合能之差即为裂变垒高度, 对于 $Z = 102-118$, 采用 TM1 参数给出的裂变垒高度在 5.01(²⁹⁴116)—11.11MeV(²⁵⁵No)之间, 且随着

质子数增加呈下降的趋势. 对于 $Z \leq 114$, 单中子分离能小于裂变垒高度, 即如果在冷融合过程中生成了该核素, 在不考虑其他反应道的情况下, 它将倾向于蒸发中子, 而不是裂变. 但是对于 $^{289}116, ^{294}116, ^{291}118, ^{292}118, ^{294}118$ 等核素, 单中子分离能大于裂变垒高度, 在冷融合过程中倾向于裂变. 这导致蒸发一个中子的几率减小, 难以合成比这些核素少一个中子的超重核. 这与实验上尚未通过冷融合反应合成这些元素是一致的.

可以看到, 同位素之间的位能曲面较相似, 它们的平衡点和鞍点的四极形变也接近; 但对于同中子数核素 (如图 1(a) 的虚线 ^{254}No 和 (b) 的虚线 ^{256}Rf ; (a) 的点线 ^{255}No 和 (b) 点线 ^{257}Rf ; (a) 的实线 ^{256}No , (b) 的实线 ^{258}Rf 和 (c) 的虚线 ^{260}Sg ; (c) 的实线 ^{262}Sg 和 (d) 的虚线 ^{264}Hs ; (d) 的实线 ^{266}Hs 和 (e) 的虚线 $^{268}110$; (h) 的实线 $^{290}116$ 和 (i) 的虚线 $^{292}118$), 位能曲面相似程度有所减弱. 对于不同的元素, 平衡点的四极形变有较大的变化, 例如, $^{254-256}\text{No}$ 的平衡点 $\beta_2 \sim 0.28$, 而 $^{288-290}116$ 的平衡点 $\beta_2 \sim 0.51$. 当质子数从 102 增加到 110 时, 平衡点 β_2 缓慢减小到 0.23, 然后在质子数为 112 和 114 时, 平衡点 β_2 变为 0.31 左右, 在质子数为 116 和 118 时, 平衡点 β_2 增加到 0.53 左右. 在文献[33]中, 采用 NL-Z2 参数给出 $^{292}118$ 平衡点 β_2 为 0. 图 1 是采用 TM1 参数的结果, 而在采用 NL-Z2 参数所得到的 $^{292}118$ 位能曲面中, $\beta_2 = 0$ 是第二极小, 比基态 ($\beta_2 = 0.57$) 的结合能高 0.76 MeV. 这种变化由高 $N(J)$ 低 Ω 轨道是否占据所导致. 相应

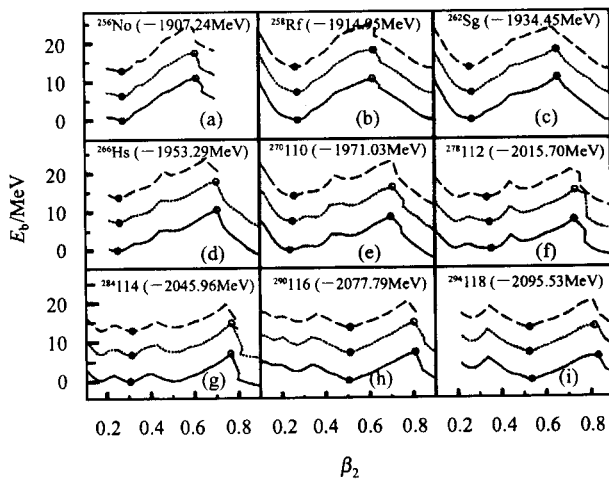


图 1 约束的 RMF 理论(TM1 参数)计算的超重核位能曲面, —, ···, --- 分别对应复合核、蒸发一个中子的剩余核和蒸发两个中子的剩余核; ·, ° 分别表示相应核的平衡点和鞍点. 每个子图左上角的标记为复合核. 为方便起见, 位能零点取为复合核平衡点的结合能, 其值在括号内给出.

地, 鞍点的四极形变也有很大的变化, 但基本上在 $\beta_2 = 0.61(^{255}\text{No}) - 0.86(^{289}114)$ 之间变化. 随着质子数增加, 鞍点的四极形变稳定增加.

3 平衡点与鞍点的微观能

微观能包括壳效应引起的壳修正能和对关联引起的对修正能. 根据约束的 RMF 理论得到中子和质子的单粒子能谱, 可计算壳修正能和对修正能, 进而可在下节中计算复合核蒸发一个中子的几率.

壳修正采用 Strutinsky 方法, 其主要思想是^[34]: 考虑到宏观模型对原子核大块性质和壳模型对壳结构性质描述的成功, 用宏观模型描述原子核结合能的平均部分, 而将单粒子能级与平滑后的能级的总能量之差, 即 Strutinsky 壳修正能, 描述其余部分:

$$E_{\text{shell}} = E - \bar{E} = \sum_{i=1}^{N(Z)} e_i - 2 \int_{-\infty}^{\lambda} \bar{e}g(e)de, \quad (3)$$

壳修正能对中子和质子分别计算. 上式中, $N(Z)$ 为粒子数, e_i 为单粒子能级的能量, 平滑后的费米能 $\bar{\lambda}$

由粒子数 $N(Z) = 2 \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \bar{g}(e)de$ 来确定. 平滑后的单粒子能级密度为

$$\bar{g}(e) = \frac{1}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} \delta(e' - e_i) \right) f\left(\frac{e' - e}{\gamma}\right) de' = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{\infty} f\left(\frac{e_i - e}{\gamma}\right), \quad (4)$$

其中 γ 为高斯分布宽度, f 选为具有高斯形式 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} P(x)$, $P(x)$ 即 s 阶拉盖尔多项式 $L_s^{1/2}(x^2)$. 壳修正能与拉盖尔多项式 $L_s^{1/2}(x^2)$ 的阶数 s 和高斯分布的宽度 γ 无关. $s = 3, \gamma = 1.2$, 单位为 $41A^{-1/3} \left(1 \pm \frac{1}{3} \frac{N-Z}{A}\right)$ MeV, 正、负号分别对应中子、质子.

图 2 给出了约束的 RMF 理论(TM1 参数)计算的 ^{256}No 鞍点处中子单粒子能谱和平滑后的单粒子能谱, 虚线为平滑后的能级密度 $\bar{g}(e)$, 点划线为中子费米能 λ 以及平滑后的能级密度对应的费米能 $\bar{\lambda}$. 由此得到 Strutinsky 中子壳修正能为 2.77 MeV.

对修正能定义为 BCS 理论给出的对能与平均对能之差: $E_{\text{pairing}} = E_{\text{BCS}} - \langle E_{\text{PC}} \rangle =$

$$\sum 2e_i v_i^2 - \frac{\Delta^2}{G} - G \left(\sum v_i^4 - \right)$$

$$\sum' 1) - \sum' 2e_i - \langle E_{PC} \rangle, \quad (5)$$

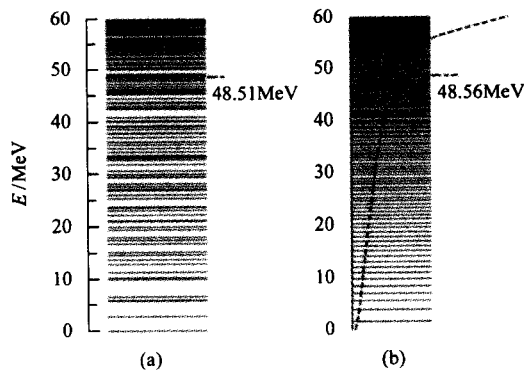


图 2 (a)约束的 RMF 理论(TM1 参数)给出的²⁵⁶No 鞍点处的中子单粒子能谱(—);(b)Strutinsky 方法平滑后的单粒子能谱(—)

--- 相对的费米能, ---平滑后的能级密度 $\bar{g}(e)$, 能级的零点取为能量最低的中子能级.

其中 e_i 为单粒子能级的能量,对于 $A > 150$, 平均对能 $\langle E_{PC} \rangle = -2.3\text{MeV}$, 与具体的核无关; Σ 对应费米能上下各 $\sqrt{15N}(\sqrt{15Z})$ (N, Z 为粒子数)个能级的求和, Σ' 对应费米能以下 $\sqrt{15N}(\sqrt{15Z})$ 个被占据能级的求和; Nilsson 给出的对强度因子 $G = \frac{1}{A} \left(19.2 \pm 7.4 \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}$, 其中, A, N 和 Z 分别为质量数、中子数和质子数, 正、负号分别对应质子、中

子;公式(4)中单粒子能级的占有几率 v_i^2 , 对能隙 Δ 和 λ 由下式确定:

$$v_i^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{e'_i - \lambda}{\sqrt{(e'_i - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right], \quad (6)$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{2} \sum \frac{1}{\sqrt{(e'_i - \lambda)^2 + \Delta^2}}, \quad (7)$$

$$N(Z) = \sum 2v_i^2, \quad (8)$$

其中 $e'_i = e_i - Gv_i^2$, 这里 $N(Z)$ 为不考虑最后一个未配对粒子的粒子数. 公式(7)和(8)的求和对应费米能上下各 $\sqrt{15N}(\sqrt{15Z})$ 个能级. 上述方程组可采用 Newton-Raphson 算法求解.

以约束的 RMF 理论(采用 TM1 参数)为例, 表 1 列出了 ²⁰⁸Pb(⁴⁸Ca, 1n) ²⁵⁵No, ²⁰⁸Pb(⁵⁰Ti, 1n) ²⁵⁷Rf, ²⁰⁸Pb(⁵⁴Cr, 1n) ²⁶¹Sg, ²⁰⁸Pb(⁵⁸Fe, 1n) ²⁶⁵Hs, ²⁰⁸Pb(⁶²Ni, 1n) ²⁶⁹110, ²⁰⁸Pb(⁶⁴Ni, 1n) ²⁷¹110, ²⁰⁸Pb(⁶⁸Zn, 1n) ²⁷⁵112, ²⁰⁸Pb(⁷⁰Zn, 1n) ²⁷⁷112, ²⁰⁸Pb(⁷⁶Ge, 1n) ²⁸³114, ²⁰⁸Pb(⁸²Ge, 1n) ²⁸⁹114, ²⁰⁸Pb(⁸²Se, 1n) ²⁸⁹116, ²⁰⁸Pb(⁸⁶Se, 1n) ²⁹³116, ²⁰⁸Pb(⁸⁴Kr, 1n) ²⁹¹118, ²⁰⁸Pb(⁸⁶Kr, 1n) ²⁹³118 等反应中的复合核(CN)和蒸发一个中子剩余核(ER)的平衡点和鞍点的壳修正能、对修正能和总的微观能. 可以看出, 平衡点的壳修正能总是负值, 约在 -5.10 — -2.28MeV 范围内. 鞍点的壳修正能总是正值, 约在 2.32 — 6.60MeV 范围内. 平衡点和鞍点的对修正能相差不大, 约在 1.35 — 2.76MeV 之间.

表 1 约束的 RMF 理论(TM1 参数)得到的平衡点和鞍点的微观能、壳修正能和对修正能, CN 和 ER 分别代表复合核和蒸发一个中子的剩余核(能量单位为 MeV)

核反应	核	平衡点			鞍点		
		微观能	壳修正能	对修正能	微观能	壳修正能	对修正能
²⁰⁸ Pb(⁴⁸ Ca, 1n) ²⁵⁵ No	CN	-1.82	-4.10	2.27	7.40	5.64	1.76
	ER	-0.76	-3.61	2.85	8.22	6.08	2.14
²⁰⁸ Pb(⁵⁰ Ti, 1n) ²⁵⁷ Rf	CN	-2.37	-4.65	2.28	6.45	4.26	2.19
	ER	-1.53	-3.98	2.45	7.07	4.65	2.41
²⁰⁸ Pb(⁵⁴ Cr, 1n) ²⁶¹ Sg	CN	-1.84	-4.39	2.55	7.78	6.31	1.46
	ER	-2.32	-4.61	2.29	6.94	4.78	2.16
²⁰⁸ Pb(⁵⁸ Fe, 1n) ²⁶⁵ Hs	CN	-2.53	-4.71	2.19	5.25	2.99	2.27
	ER	-2.74	-5.10	2.36	5.71	3.34	2.38
²⁰⁸ Pb(⁶² Ni, 1n) ²⁶⁹ 110	CN	-1.70	-3.87	2.17	5.42	3.51	1.91
	ER	-2.02	-4.50	2.48	5.24	3.04	2.20
²⁰⁸ Pb(⁶⁴ Ni, 1n) ²⁷¹ 110	CN	-2.12	-4.46	2.34	5.71	3.94	1.77
	ER	-1.71	-4.30	2.59	4.69	2.32	2.37
²⁰⁸ Pb(⁶⁸ Zn, 1n) ²⁷⁵ 112	CN	-1.71	-3.99	2.28	5.68	3.55	2.13
	ER	-1.33	-3.98	2.66	7.07	4.79	2.28
²⁰⁸ Pb(⁷⁰ Zn, 1n) ²⁷⁷ 112	CN	-1.65	-3.94	2.29	6.54	4.53	2.01
	ER	-1.39	-3.92	2.52	6.49	4.20	2.29
²⁰⁸ Pb(⁷⁶ Ge, 1n) ²⁸³ 114	CN	-0.41	-2.60	2.19	7.95	6.60	1.35
	ER	-0.35	-3.11	2.76	8.20	6.21	1.98
²⁰⁸ Pb(⁸² Ge, 1n) ²⁸⁹ 114	CN	-0.21	-2.42	2.21	6.29	4.55	1.75
	ER	-0.61	-2.90	2.29	5.77	3.06	2.71

续表 1

核反应	核	平衡点			鞍点		
		微观能	壳修正能	对修正能	微观能	壳修正能	对修正能
$^{208}\text{Pb}(^{82}\text{Se}, 1n)^{289}116$	CN	-1.05	-3.25	2.20	7.87	6.00	1.87
	ER	-0.44	-2.62	2.18	7.99	5.80	2.20
$^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Se}, 1n)^{293}116$	CN	0.01	-2.28	2.29	5.72	3.67	2.05
	ER	-0.03	-2.35	2.32	5.80	3.52	2.28
$^{208}\text{Pb}(^{84}\text{Kr}, 1n)^{291}118$	CN	-1.41	-3.70	2.29	8.02	6.46	1.57
	ER	-0.92	-3.22	2.30	8.14	6.10	2.04
$^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Kr}, 1n)^{293}118$	CN	-0.97	-3.34	2.37	7.55	5.63	1.92
	ER	-1.16	-3.61	2.45	6.87	4.72	2.15

4 冷熔合反应的最佳激发能及其反应截面

4.1 最佳激发能

超重核冷熔合反应分为两个过程:穿透熔合垒的过程和中子蒸发过程. 本文采用与文献[29]相同的近似:定义在某一位置的库仑垒为熔合垒高度. 如果发生了量子穿透,则认为生成了处于激发态的复合核. 复合核可能通过蒸发一个或数个中子或者裂变来退激. 蒸发一个中子的冷熔合反应截面为

$$\sigma_{in}(E) = \sum_{\ell=0}^{\ell_{max}} \sigma_{\ell}(E) P_{in,\ell}(E^*), \quad (9)$$

其中 $\sigma_{in}(E)$ 表示弹核在质心系中入射能量为 E 时, 所生成的复合核只蒸发一个中子的反应截面; $\sigma_{\ell}(E)$ 为第 ℓ 分波生成复合核的反应截面; $P_{in,\ell}(E^*)$ 为从总激发能为 E^* 、角动量为 ℓ 、有裂变可能性的复合核中蒸发一个中子的几率, 角动量截断 ℓ_{max} 满足在 $\ell = \ell_{max}$ 时, $\sigma_{\ell}(E) P_{in,\ell}(E^*)$ 项对 $\sigma_{in}(E)$ 的贡献小于 1%. 总激发能 E^* 的定义为

$$E^* = E - Q = E - (M_{CN} - M_T - M_P)c^2, \quad (10)$$

T 和 P 为靶核和弹核, Q 为基态阈值. 为陈述方便, 用 S_n 表示单中子分离能, 用 B_f 表示裂变垒高度.

对于垒下穿透, 公式(9)的 $\sigma_{\ell}(E)$ 随入射能的增加而增加. 当 $E^* > S_n(\text{CN})$ 时, 复合核才有可能蒸发一个中子(此时复合核有可能裂变, 视 $S_n(\text{CN})$ 和 $B_f(\text{CN})$ 的相对大小而定). 如果 $E^* > S_n(\text{CN}) + S_n(\text{ER})$, 复合核则有可能蒸发两个中子; 如果 $E^* > S_n(\text{CN}) + B_f(\text{ER})$, 那么复合核有可能蒸发一个中子后发生裂变. 所以, 蒸发一个中子的几率 $P_{in,\ell}(E^*)$ 对应较窄的激发函数, 在激发能 $E^* \leq S_n(\text{CN})$ 时, $P_{in,\ell}(E^*)$ 为 0, 然后随 E^* 的增加而增加, 直到 $S_n(\text{CN}) + S_n(\text{ER})$ 与 $S_n(\text{CN}) + B_f(\text{ER})$ 之中的较小值时达到最大. 反应截面 $\sigma_{in}(E)$ 也在此时达到最大, 这时的激发能 E^* 就是最佳激发能 E_{opt}^* , 对应的入射能 E 就是最佳入射能 E_{opt} . 对于更大的激发能, 由于复合核倾向于蒸发第二个中子或者整个核裂变, $P_{in,\ell}$ 将迅速减少. 如果 $S_n(\text{ER}) < B_f(\text{ER})$, 则 $E_{opt}^* = S_n(\text{CN}) + S_n(\text{ER}) = S_{2n}(\text{CN})$, 此时的最佳激发能就是复合核的双中子分离能.

表 2 列出了对于与表 1 同样的反应, 约束的 RMF 理论(TM1, NL3 和 NLZ2 参数)计算的基态 Q 值、最佳入射能 E_{opt} 、最佳激发能 E_{opt}^* 与实验激发能 E_{exp}^* 以及与宏观-微观模型相应值^[29] 的比较. 由公

表 2 约束的 RMF 理论(采用 TM1, NL3 和 NLZ2 参数)对超重核冷熔合反应给出的基态 Q 值、最佳入射能 E_{opt} 、最佳激发能 E_{opt}^* 与实验激发能 E_{exp}^* 以及与宏观-微观模型相应值^[29] 的比较

生成核	Q/MeV				E_{opt}/MeV				E_{exp}^*/MeV	E_{opt}^*/MeV			
	TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]	TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]		TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]
^{255}No	145.20	148.62	154.91	153.56	158.03	161.44	167.70	166.84	16.70	12.83	12.82	12.79	13.28
^{257}Rf	159.28	162.98	169.22	169.55	173.12	176.68	182.97	183.84	15.48	13.84	13.70	13.75	14.29
^{261}Sg	175.99	179.81	186.61	187.08	189.58	193.87	200.89	201.73	16.38	13.59	14.06	14.28	14.65
^{265}Hs	193.10	197.46	204.49	204.92	206.81	211.76	218.79	219.25	13.16	13.71	14.29	14.30	14.33
$^{269}110$	210.67	215.09	222.32	223.18	224.76	229.75	235.45	236.51	13.24	14.08	14.66	13.13	13.33

续表 2

生成核	Q/MeV				E_{opt}/MeV				E_{exp}^*/MeV	E_{opt}^*/MeV			
	TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]	TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]		TM1	NL3	NLZ2	宏观 ^[29]
²⁷¹ 110	213.40	217.61	224.35	224.50	227.17	231.59	237.15	238.20	11.74	13.77	13.98	12.80	13.70
²⁷⁵ 112	229.54	234.22	241.52	241.95	243.56	248.13	254.16	255.02		14.02	13.91	12.64	13.07
²⁷⁷ 112	231.82	236.23	243.88	243.68	245.23	249.91	255.32	256.30	10.07	13.41	13.68	11.45	12.62
²⁸³ 114	252.08	256.16	263.07	263.92	265.03	269.21	275.68	275.42		12.95	13.05	12.61	11.50
²⁸⁹ 114	255.12	259.70	265.38	264.18	266.84	270.38	275.18	275.97		11.73	10.67	9.80	11.79
²⁸⁹ 116	271.49	277.04	283.20	284.11	286.29	289.61	293.49	296.23		14.79	12.58	10.29	12.12
²⁹³ 116	272.19	276.91	282.32	282.26	284.19	287.61	291.08	295.45		12.01	10.69	8.76	13.19
²⁹¹ 118	286.58	292.61	299.02	301.82	301.21	306.83	309.52	314.63		14.63	14.22	10.50	12.81
²⁹³ 118	290.15	295.61	301.89	304.41	303.56	306.76	314.47	317.72		13.41	11.15	12.58	13.31

式(10)可以看出,基态 Q 值与复合核的质量呈线性关系,由表 2 可以看出,TM1 参数对应的最佳入射能 E_{opt} 最小,NLZ2 参数的最大. 在冷熔合反应中,最佳入射能 E_{opt} 越小,对于同样高度的熔合垒,穿透几率越小,生成复合核的几率越小. 因此由公式(10)可知,复合核质量是影响最佳入射能的主要因素. 从表 2 还可以看出,约束 RMF 理论给出的最佳激发能与宏观-微观模型相仿,在 11.5—14.5MeV 之内. 对于部分反应,NLZ2 参数对应的最佳激发能较小,这是由于 NLZ2 参数对应的平衡点和鞍点的形变差异比较小,裂变垒高度比较低所导致.

4.2 最佳激发能下的冷熔合反应截面

反应截面 $\sigma_{in}(E)$ 公式中穿透熔合过程中第 ℓ 分波的反应截面可以表示为

$$\sigma_{\ell}(E) = \pi\lambda_d^2(2\ell + 1)T_{\ell}, \quad (11)$$

其中 $\lambda_d = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\mu E}}$ 为德布罗意波长(μ 为折合质量 $\mu = \frac{M_T M_P}{M_T + M_P}$), T_{ℓ} 为弹核穿透熔合垒的穿透系数,可通过 WKB 近似计算,它由入射能和熔合垒高度来确定,具体细节见文献[29]. 熔合垒高度 B_{in} 定义为熔合垒位置 R_{in} 处的库仑垒:

$$B_{in} = \frac{Z_T Z_P e^2}{R_{in}}. \quad (12)$$

其中 Z_T, Z_P 分别为靶核和弹核的质子数. 考虑到 R_{in} 与靶核、弹核的半密度半径之和 R_{12} 的比值随着 Z_T, Z_P 的增加而减少,文献[29]中假定:

$$R_{in} = \frac{R_{12}}{1 - \frac{C}{Z_T Z_P}}, \quad (13)$$

其中的参数 C 通过拟合实验的反应截面来确定. 对

于 ²⁰⁸Pb(⁴⁸Ca, 1n)²⁵⁵No 反应,实验上在激发能为 16.70MeV 时,实验反应截面为 260 ± 30 nb. 文献[29]通过设定在理论给出的最佳激发能(13.28MeV)下,反应截面为 500nb,确定 $C = 379.17$. 与之类似,本文通过设定在最佳激发能时,该反应的反应截面等于实验值(260nb)来确定对应不同 RMF 参数的 C .

从复合核中蒸发一个中子的几率 $P_{in,\ell}(E^*)$ 用中子能量宽度与全部能量宽度之比来描述^[29]:

$$P_{in,\ell}(E^*) = \frac{\Gamma_n}{\Gamma_n + \Gamma_f} = \frac{(\Gamma_n/\Gamma_f)}{1 + (\Gamma_n/\Gamma_f)}, \quad (14)$$

Γ_n 和 Γ_f 为中子蒸发和裂变的能量宽度,其比率为

$$\Gamma_n/\Gamma_f = \exp(2\sqrt{a_n E_n^*} - 2\sqrt{a_f E_f^*}), \quad (15)$$

其中 E_n^* 为蒸发一个中子的剩余核处于平衡点时,被蒸发的中子带走的能量, E_f^* 为复合核相对于鞍点的内禀激发能, a_n 和 a_f 为相应的能级密度:

$$a_n = \frac{A_{ER}}{8} \left\{ 1 + \frac{E_{mic}(ER, eq)}{E_n^*} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_n^*}{E_D}\right) \right] \exp\left(-\frac{E_n^*}{E_D}\right) \right\}, \quad (16)$$

$$a_f = \frac{A_{CN}}{8} \left\{ 1 + \frac{E_{mic}(CN, sd)}{E_f^*} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_f^*}{E_D}\right) \right] \exp\left(-\frac{E_f^*}{E_D}\right) \right\}, \quad (17)$$

其中 E_{mic} 为微观能, $E_D = 12.5$ MeV 为阻尼常数, eq 和 sd 分别表示平衡点和鞍点.

约束的 RMF 理论计算得到的 $Z = 102-118$ 的超重核冷熔合反应截面 σ 在表 3 列出. 表中还列出了宏观-微观模型^[29]对应的反应截面和在非理论最佳激发能下的实验反应截面以供比较. 由于在我们所研究的范围内,只有 7 个反应有实验数据,且没有相应的激发函数,所以非理论最佳激发能下的实验反应截面只作为理论最佳激发能下的反应截面的

表 3 约束的 RMF 理论(TM1,NL3 和 NLZ2 参数)计算得到的在最佳激发能下的反应截面 σ 与实验和文献[29]中结果的比较

核反应	σ				文献[29] $C = 379.17$
	实验	TM1 $C = 388.71$	NL3 $C = 360.98$	NLZ2 $C = 371.01$	
$^{208}\text{Pb}(^{48}\text{Ca}, 1n)^{255}\text{No}$	260^{+30}_{-30}nb	260nb	260nb	260nb	500nb
$^{208}\text{Pb}(^{50}\text{Ti}, 1n)^{257}\text{Rf}$	$10.4^{+1.3}_{-1.3}\text{nb}$	2.1nb	4.6nb	17nb	9.4nb
$^{208}\text{Pb}(^{54}\text{Cr}, 1n)^{261}\text{Sg}$	$500^{+140}_{-140}\text{pb}$	320pb	1200pb	6800pb	730pb
$^{208}\text{Pb}(^{58}\text{Fe}, 1n)^{265}\text{Hs}$	67^{+17}_{-17}pb	76pb	890pb	44pb	33pb
$^{208}\text{Pb}(^{62}\text{Ni}, 1n)^{269}\text{110}$	$3.5^{+2.7}_{-1.8}\text{pb}$	0.21pb	370pb	0.14pb	0.73pb
$^{208}\text{Pb}(^{64}\text{Ni}, 1n)^{271}\text{110}$	15^{+9}_{-6}pb	7.9pb	7200pb	2.1pb	20pb
$^{208}\text{Pb}(^{68}\text{Zn}, 1n)^{275}\text{112}$		38fb	12pb	100fb	750fb
$^{208}\text{Pb}(^{70}\text{Zn}, 1n)^{277}\text{112}$	$1.0^{+1.3}_{-0.7}\text{pb}$	1.6pb	98pb	0.14pb	2.7pb
$^{208}\text{Pb}(^{76}\text{Ge}, 1n)^{283}\text{114}$		3.5pb	1.1pb	11pb	560fb
$^{208}\text{Pb}(^{82}\text{Ge}, 1n)^{289}\text{114}$		97pb	0.36pb	61fb	72pb
$^{208}\text{Pb}(^{82}\text{Se}, 1n)^{289}\text{116}$		83pb	0.93pb	59fb	7.1pb
$^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Se}, 1n)^{293}\text{116}$		1.4pb	23fb	4.4nb	1.4nb
$^{208}\text{Pb}(^{84}\text{Kr}, 1n)^{291}\text{118}$		0.92pb	0.9fb	5.8fb	11pb
$^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Kr}, 1n)^{293}\text{118}$		3.3pb	2.1fb	11pb	670pb

注:理论计算中,由在最佳激发能时, $^{208}\text{Pb}(^{48}\text{Ca}, 1n)^{255}\text{No}$ 的反应截面为 260nb 来确定参数 C.

下限和参考.

从表 3 可以看出, $Z = 102-118$ 的冷熔合反应截面量级跨度很大(从 nb 量级变化到 fb 量级). 如果理论结果与实验数据在同一量级, 就可以认为理论与实验符合的相当好. TM1 参数对应的反应截面与其中 5 个的实验反应截面(不包括指定的那个反应)符合的最好, 而 NL3 参数和 NLZ2 参数仅仅和少数实验符合.

文献[29]认为利用稳定的弹核, $^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Kr}, 1n)^{293}\text{118}$ 是实验上最有希望实现的超重核冷熔合反应. TM1 参数对应的反应截面为 3.3pb, 比宏观-微观模型对应的反应截面 670pb 小了近 200 倍; 其他两组参数对应的反应截面比 670pb 小至少一个量级. 实验上目前的测量下限约为 $1\text{pb}^{[20]}$, 而虽经多次努力, $^{293}\text{118}$ 在实验上尚未真正合成^[30]. 可以认为, 微观 RMF 的计算结果与实验更接近. 对于丰中子的弹核 ^{86}Se 合成 $^{293}\text{116}$, 文献[29]给出非常大的反应截面 1.4nb, 而 RMF 理论给出 pb, 甚至是 fb 量级的反

应截面, 与宏观-微观模型的预言也大相径庭.

5 总结

利用约束的 RMF 理论提供的超重核结构信息, 得到了合成 $Z = 102$ 到 $Z = 118$ 号元素的冷熔合反应中的复合核及蒸发中子剩余核的位能曲面. 同时得到了复合核和剩余核平衡点和鞍点的性质、静态裂变垒高度和冷熔合反应的最佳入射能; 结合壳修正和对修正方法, 计算了平衡点和鞍点的壳修正能、对修正能和微观能. 进一步结合冷熔合反应模型, 得到了相应的冷熔合反应的截面. 在 TM1, NL3 和 NLZ2 参数中, TM1 参数给出的反应截面与实验符合的最好. 对于 $^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Kr}, 1n)^{293}\text{118}$ 反应, TM1 参数对应的反应截面为 3.3pb, 比文献[29]预言的反应截面 670pb 小了两个量级, 已接近于现有 1pb 的实验探测下限. 另外, 约束的 RMF 理论预言 $^{208}\text{Pb}(^{86}\text{Se}, 1n)^{293}\text{116}$ 反应同样难以实现.

参考文献 (References)

- 1 Nilsson S G et al. Nucl. Phys., 1968, **A115**:545
- 2 Nilsson S G et al. Nucl. Phys., 1969, **A131**:1
- 3 Ćwiok S et al. Nucl. Phys., 1996, **A611**:211
- 4 WU C L, Guidry M, FENG D H. Phys. Lett., 1996, **B387**:449
- 5 Lalazissis G A et al. Nucl. Phys., 1996, **A608**:202
- 6 Rutz K, et al. Phys. Rev., 1997, **C56**(1):238
- 7 Bender M et al. Phys. Rev., 1998, **C58**(4):2126
- 8 MENG J, Takigawa N. Phys. Rev., 2000, **C61**:064319
- 9 LONG W H, MENG J, ZHOU S G. Phys. Rev., 2002, **C65**:047306
- 10 MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**:3; MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**:3963; MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**:460
- 11 MützenberG G et al. Z. Phys., 1981, **A300**:107
- 12 MützenberG G et al. Z. Phys., 1982, **A309**:89
- 13 MützenberG G et al. Z. Phys., 1984, **A317**:235
- 14 Hofmann S et al. Z. Phys., 1995, **A350**:277
- 15 Hofmann S et al. Z. Phys., 1995, **A350**:281
- 16 Hofmann S et al. Z. Phys., 1996, **A354**:229
- 17 Ghiorso A et al. Phys. Rev., 1995, **C51**(5):R2293
- 18 Lazarev Yu A et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **73**:624
- 19 Lazarev Yu A et al. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**:1903
- 20 Lazarev Yu A et al. Phys. Rev., 1996, **C54**(2):620
- 21 Oganessian Yu Ts et al. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**(16):3154
- 22 Oganessian Yu Ts et al. Phys. Rev., 2000, **C62**:041604(R)
- 23 Oganessian Yu Ts et al. Phys. Rev., 2000, **C63**:011301(R)
- 24 GAN Z G, QIN Z, FAN H M et al. Eur. Phys. J., 2001, **A10**:21
- 25 Hofmann S. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2001, **46**:293
- 26 Hofmann S. Rep. Prog. Phys., 1998, **61**:639
- 27 Adamian G G et al. Nucl. Phys., 1998, **A633**:409
- 28 Bloki J P, Feldmeier H, Swiatecki W J. Nucl. Phys., 1986, **A459**:145
- 29 Smolańczuk R. Phys. Rev., 1999, **C59**:2634
- 30 Hofmann S, MützenberG G. Rev. Mod. Phys., 2000, **72**(3):733
- 31 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. Phys., 1990, **198**:132
- 32 Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-body Problem. New York: Springer-Verlag, 1980, 269
- 33 Bender M. Phys. Rev., 2000, **C61**:031302(R)
- 34 Strutinsky V M. Nucl. Phys., 1968, **A122**:1

Production Cross Section of Superheavy Nuclei in Cold Fusion Reactions Based on the Relativistic Mean Field Theory*

ZHANG Wei¹ MENG Jie^{1-4,1)} ZHANG Shuang-Quan¹

¹ (School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

² (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

³ (Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

⁴ (Key Laboratory of Heavy Ion Physics, Ministry of Education, Beijing 100871, China)

Abstract Based on the constrained relativistic mean field (RMF) theory, the potential surfaces of superheavy nuclei from $Z = 102$ to $Z = 118$ are calculated, and the properties of these nuclei are extracted, including binding energy and quadruple deformation of the equilibrium and saddle point, neutron separation energy and the height of the static fission barrier, etc. With the single particle levels obtained from the constrained RMF theory, the shell correction energy, the pairing correction energy and the microscopic energy are obtained by means of Strutinsky shell correction and BCS pairing correction approaches. Production cross sections of superheavy nuclei in cold fusion reactions are estimated by a simple phenomenological model with the above structure information. Using the properties of the compound nucleus and evaporation residue provided by the constrained RMF with TM1 parameters, satisfactory agreement has been obtained with the available experimental production cross sections in cold fusion reactions. The prediction for the production cross section of the nucleus $^{293}118$ is two order smaller than the earlier prediction and much more close to the experimental observation. Similar conclusion can also be drawn for $^{293}116$.

Key words relativistic mean field, superheavy nuclei, cold fusion reaction, potential surface, shell effect, pairing effect

Received 23 May 2003

* Supported by Major State Basic Research Development Program (G2000077407), NSFC(10025522, 10221003, 10047001, 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn