

一级微扰 QCD 耦合的夸克物质体粘滞系数*

俞云伟¹⁾ 郑小平

(华中师范大学物理科学与技术学院 武汉 430079)

摘要 在高密情况下考虑了夸克间弱的耦合,直接应用微扰计算得到的热力学势计算了奇异夸克物质(SQM)的体粘滞系数,发现介质效应使 SQM 的粘滞性提高 2 个量级左右.

关键词 奇异夸克物质 体粘滞系数 微扰 QCD 奇异星

1 引言

自从奇异夸克物质作为物质的绝对稳定态(或亚稳态)的可能得到理论上的证实以后^[1],观测到的脉冲星就有可能被认为全部或部分为奇异星.人们首先考虑到中子星和奇异星可能具有不同的质量和半径,但在引力束缚为主的情况下,这种差异几乎不复存在^[2].最近发现,任何由无粘滞介质组成的旋转天体都存在旋转模不稳定性,该不稳定性的发生将导致引力辐射,最终使天体自转减慢,而粘滞性的存在则会抑制这种不稳定性的发生^[3].因而粘滞性的大小将直接影响星体极限自转速率的大小,这倒是一个具有丰富观测数据的物理量.那么探讨奇异星的粘滞性将十分有意义,有助于提供有关脉冲星本质的信息.

奇异夸克物质的体粘滞系数主要依赖于一个非轻子弱作用过程^[4,5]

$$u + d \leftrightarrow s + u. \quad (1)$$

由于 s 夸克比 u, d 夸克重得多,该反应的发生将改变 d 夸克和 s 夸克的浓度;而系统各组成部分浓度的改变与星体振动时系统密度的周期性变化一起可以导致做功 PdV ,进而引起能量耗散.反应式(1)进行的速率为^[5]

$$\frac{dn_d}{dt} \approx \frac{16}{5\pi^5} G_F^2 \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c \mu_d^5 \delta\mu (\delta\mu^2 + 4\pi^2 T^2) v_0. \quad (2)$$

其中

$$\frac{16}{5\pi^5} G_F^2 \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c = 6.76 \times 10^{-26} \text{MeV}^{-4}. \quad (3)$$

早期的研究仅考虑在 MIT 袋内包含着完全自由的理想夸克气,而忽略夸克间的耦合,虽然这对夸克物质状态方程的计算无大碍,但我们知道物质状态微小的改变将有可能极大地影响动力学性质,所以有必要研究相互作用夸克对奇异夸克物质体粘滞性的影响.这一动议已经在文献[6,7]中提出,并且基于硬密圈对夸克屏蔽质量的计算,在准粒子描述下讨论了 SQM 体粘滞性.这里,在高密情况下考虑夸克间弱的耦合,直接应用微扰计算方法得到的热力学势来计算 SQM 的体粘滞性.本文下面内容如是安排:第二节回顾袋模型下 SQM 到一级微扰近似下的热力学势,第三节推导体粘滞系数,第四节给出数值结果并讨论.

2 SQM 热力学势

SQM 的热力学性质可由 Gibbs 热力学势确定.对于相互作用势力学系统单位体积巨热力学势可写为一般形式

$$\Omega = \Omega^{(0)} + \Omega_{\text{int}}. \quad (4)$$

其中 $\Omega^{(0)}$ 是无相互作用 u, d, s 夸克气的贡献, Ω_{int} 是夸克间相互作用的贡献.把 Ω_{int} 分成短程和长程相互作用两个区域的贡献

2003-06-20 收稿

* 国家自然科学基金(10373007)资助

1) E-mail: yuyw224@tom.com

$$\Omega_{\text{int}} \approx \Omega_{\text{short}} + \Omega_{\text{long}}. \quad (5)$$

短程贡献可由微扰 QCD 计算,但长程作用是非微扰的,最终只能由格点 QCD 给出,而到目前为止包含化学势的格点计算是困难的,那么我们常常用唯象模型进行处理,在 MIT 袋模型中,把长程作用归结到“袋常数”中去

$$\Omega_{\text{long}} \approx B. \quad (6)$$

在高密情况下,由于强相互作用渐近自由性质,这一处理显然是合适的.

下面讨论无质量的 u, d 夸克和有限质量的 s 夸克组成系统的热力学势 $\Omega^{(0)}$ 及 Ω_{short} .

在零温下,容易写出 Fermi 气热力学势

$$\Omega_q^{(0)} = -\frac{1}{4\pi^2} \mu_q^4, \quad (q = u, d), \quad (7)$$

$$\Omega_s^{(0)} = -\frac{1}{4\pi^2} \left\{ \mu_s \mu_s^* \left(\mu_s^2 - \frac{5}{2} m_s^2 \right) + \frac{3}{2} m_s^4 \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{m_s} \right) \right\}, \quad (8)$$

其中 μ_i 为夸克的化学势, m_s 为 s 夸克的流质量, $\mu_s^* \equiv (\mu_s^2 - m_s^2)^{1/2}$ 为 s 夸克的 Fermi 动量. 至于 Ω_{short} , 可以用微扰方法计算, 这里仅考虑一级近似, 文献[8]的计算给出

$$\Omega_{\text{short}} \approx \Omega^{(1)} = \Omega_u^{(1)} + \Omega_d^{(1)} + \Omega_s^{(1)}, \quad (9)$$

$$\Omega_q^{(1)} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2\alpha_c}{\pi} \mu_q^4, \quad (q = u, d), \quad (10)$$

$$\Omega_s^{(1)} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2\alpha_c}{\pi} \left\{ 3 \left[\mu_s \mu_s^* - m_s^2 \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{m_s} \right) \right]^2 - 2\mu_s^{*4} - 3m_s^4 \ln^2 \left(\frac{m_s}{\mu_s} \right) + 6 \ln \left(\frac{\rho_{\text{ren}}}{\mu_s} \right) \left[\mu_s \mu_s^* m_s^2 - m_s^4 \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{m_s} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

其中 α_c 为 QCD 耦合常数, $\rho_{\text{ren}} = 313 \text{ MeV}$ 为重整化点, 由此可以计算成分粒子的数密度

$$\rho = -\frac{\partial \Omega_f}{\partial \mu_f}. \quad (12)$$

对于不同的味有

$$\rho_q(\mu) = \frac{1}{\pi^2} \left(1 - \frac{2\alpha_c}{\pi} \right) \mu_q^3, \quad (13)$$

$$\rho_s(\mu) = \frac{1}{\pi^2} \mu_s^{*3} - \frac{1}{4\pi^2} \frac{2\alpha_c}{\pi} \left[4\mu_s \mu_s^{*2} - 6m_s^2 \mu_s^* + 12m_s^2 \mu_s^* \ln \left(\frac{m_s \rho_{\text{ren}}}{\mu_s^2 + \mu_s \mu_s^*} \right) + \frac{6m_s^4}{\mu_s} \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{\mu_s} \right) \right]. \quad (14)$$

3 奇异夸克物质体粘滞系数

假定单位质量的 SQM 的体积 v 在系统平衡态时体积 v_0 附近振动, 振幅为 Δv , 振动的周期为 τ . 即有

$$v(t) = v_0 + \Delta v \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right). \quad (15)$$

当振幅很小 $\Delta v/v_0 \ll 1$ 时, 可以将 t 时刻的压强 $p(t)$ 在平衡态压强 p_0 附近作展开:

$$p(t) = p_0 + \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial p}{\partial n_d} \right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial p}{\partial n_s} \right)_0 \delta n_s, \quad (16)$$

其中 n_i 是单位质量的夸克数, 由反应式(1)可知

$$\delta n_d = -\delta n_s = \int_0^t \frac{dn_d}{dt'} dt', \quad (17)$$

且有

$$\delta v = v(t) - v_0 = \Delta v \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right). \quad (18)$$

另外可以知道单位质量物质的平均能量耗散率是

$$\left(\frac{dw}{dt} \right)_{\text{av}} = -\frac{1}{\tau} \int_0^\tau p(t) \frac{dv}{dt} dt, \quad (19)$$

而王和陆则证明了(16)式的前两项对于(19)式的积分没有贡献^[4], 这个结论不依赖于具体的 p_0 . 且(16)式后两项满足热力学关系

$$\frac{\partial p}{\partial n_i} = -\frac{\partial \mu_i}{\partial v}, \quad (20)$$

所以

$$\left(\frac{dw}{dt} \right)_{\text{av}} = -\frac{1}{\tau} \Delta v \cdot \omega \int_0^\tau \left[-\left(\frac{\partial \mu_d}{\partial v} \right)_0 + \left(\frac{\partial \mu_s}{\partial v} \right)_0 \right] \left(\int_0^t \frac{dn_d}{dt'} dt' \right) \cos \omega t dt, \quad (21)$$

其中 $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$. 类似于(16)式的处理, 化学势的改变量 $\delta \mu = \mu_s - \mu_d$ 也可以写为

$$\delta \mu(t) = \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial v} \right)_0 \delta v + \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial n_d} \right)_0 \delta n_d + \left(\frac{\partial \delta \mu}{\partial n_s} \right)_0 \delta n_s = \left[\left(\frac{\partial \mu_s}{\partial v} \right)_0 - \left(\frac{\partial \mu_d}{\partial v} \right)_0 \right] \delta v - \left[\left(\frac{\partial \mu_d}{\partial n_d} \right)_0 + \left(\frac{\partial \mu_s}{\partial n_s} \right)_0 \right] \int_0^t \frac{dn_d}{dt'} dt'. \quad (22)$$

把(13), (14)式写为单位质量粒子数有

$$n_q = \frac{1}{\pi^2} \left(1 - \frac{2\alpha_c}{\pi} \right) \mu_q^3 v, \quad (23)$$

$$n_s = \left\{ \frac{1}{\pi^2} \mu_s^{*3} - \frac{1}{4\pi^2} \frac{2\alpha_c}{\pi} \left[4\mu_s \mu_s^{*2} - 6m_s^2 \mu_s^* + 12m_s^2 \mu_s^* \ln \left(\frac{m_s \rho_{\text{ren}}}{\mu_s^2 + \mu_s \mu_s^*} \right) + \frac{6m_s^4}{\mu_s} \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{\mu_s} \right) \right] \right\} v. \quad (24)$$

求偏导可以得到

$$\left(\frac{\partial \mu_q}{\partial v} \right) = -\frac{\mu_q}{3v}, \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial \mu_q}{\partial n_q} \right) = \frac{1}{3 \frac{1}{\pi^2} \left(1 - \frac{2\alpha_c}{\pi} \right) \mu_q^2 v} \approx \frac{\pi^2}{3\mu_q^2 v}, \quad (26)$$

$$\left(\frac{\partial \mu_s}{\partial v} \right) \approx -\frac{\mu_s^{*2}}{3\mu_s v} + \frac{2\alpha_c}{\pi v} \left[\frac{4}{3} \mu_s^* - \frac{2m_s^2}{\mu_s} + \frac{4m_s^2}{\mu_s} \ln \left(\frac{m_s \rho_{\text{ren}}}{\mu_s^2 + \mu_s \mu_s^*} \right) + \frac{2m_s^4}{\mu_s \mu_s^{*2}} \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{\mu_s} \right) \right], \quad (27)$$

$$\left(\frac{\partial \mu_s}{\partial n_s} \right) \approx \frac{\pi^2}{3\mu_s \mu_s^* v}. \quad (28)$$

将(25)–(28)式代入(21), (22)两式可以得到 $(dw/dt)_{\text{av}}$ 及

$$\delta\mu = \left\{ \frac{m_s^2}{3\mu_d} + \frac{2\alpha_c}{\pi} \left[\frac{4}{3} \mu_s^* - \frac{2m_s^2}{\mu_s} + \frac{4m_s^2}{\mu_s} \ln \left(\frac{m_s \rho_{\text{ren}}}{\mu_s^2 + \mu_s \mu_s^*} \right) + \frac{2m_s^4}{\mu_s \mu_s^{*2}} \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{\mu_s} \right) \right] \right\} \frac{\delta v}{v} - \left(\frac{\pi^2}{3\mu_s \mu_s^* v} + \frac{\pi^2}{3\mu_d^2 v} \right) \left(\int_0^t \frac{dn_d}{dt'} dt' \right). \quad (29)$$

采用 Sawyer 对体粘滞系数的定义^[9]

$$\zeta \equiv 2 \frac{(dw/dt)_{\text{av}}}{v_0} \left(\frac{v_0}{\Delta v} \right)^2 \left(\frac{\tau}{2\pi} \right)^2, \quad (30)$$

可以得到

$$\zeta = -2 \left(\frac{v_0}{\Delta v} \right) \left(\frac{\tau}{2\pi} \right) \frac{1}{\tau} \left\{ \frac{m_s^2}{3\mu_d v} + \frac{2\alpha_c}{\pi v} \left[\frac{4}{3} \mu_s^* - \frac{2m_s^2}{\mu_s} + \frac{4m_s^2}{\mu_s} \ln \left(\frac{m_s \rho_{\text{ren}}}{\mu_s^2 + \mu_s \mu_s^*} \right) + \frac{2m_s^4}{\mu_s \mu_s^{*2}} \ln \left(\frac{\mu_s + \mu_s^*}{\mu_s} \right) \right] \right\} \int_0^{\tau} \left(\int_0^t \frac{dn_d}{dt'} dt' \right) \cos \omega t dt. \quad (31)$$

4 结果与讨论

为了从(31)式获得粘滞系数,需要通过数值求解方程(2)和(29)获得 dn_d/dt , 然后代入(31)式. 粘滞系数计算结果如图 1 所示.

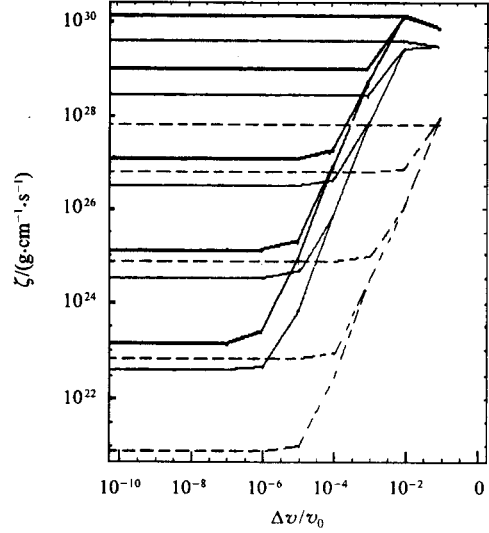


图 1 粘滞系数关于体积相对振幅的函数图像

参数 $\tau = 10^{-3}$ s, $m_s = 80$ MeV, $\mu_d = 470$ MeV.

--- Madsen 结果, — 耦合常数 $\alpha = 0.1$ 的结果, — 耦合常数 $\alpha = 0.2$ 的结果. 相应的温度从下到上依次是 $10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$ MeV 的结果.

考虑 SQM 的热力学势的一阶微扰修正而重新计算的体粘滞系数比 Madsen 的计算结果大 2 个量级左右, 这意味着奇异星的极限旋转速度可能将有很大的提高. 1998 年 Andersson 发现相对论星具有重要的 r 模不稳定性后^[10], Madsen 用理想情况下计算的粘滞给出了一个 r 模不稳定性窗口, 发现脉冲星诞生后在 r 模影响下最终的旋转周期可稳定在 2.5–3ms 处, 与最快旋转脉冲星 (1.56ms) 有相当大的差距^[11]. 如果考虑介质效应^[12], 将改善这一情形, 可能使理论计算与观测数据相符.

图 1 还显示随着 α_c 的增大 ζ 逐渐增大, 但相对变化逐步减小, 当然如果 α_c 太大, 微扰计算将不适用.

参考文献 (References)

- 1 Witten E. Phys. Rev., 1984, **D30**:272
- 2 Scherler K, Greiner C, Bielich J S et al. Nucl. Phys., 2000, **A677**: 463
- 3 Glendenning N K. Compact Stars (Spinger-Verlag, 1997)
- 4 WANG Q D, LU T. Phys. Lett., 1984, **148B**:211
- 5 Madsen J. Phys. Rev., 1992, **D46**:3290
- 6 ZHENG Xiao-Ping, YANG Shu-Hua, LI Jia-Rong et al. Phys. Lett., 2002, **B548**:29
- 7 YANG Shu-Hua, ZHENG Xiao-Ping et al. HEP & NP, 2003, **27**(4): 328—331(in Chinese)
(杨书华, 郑小平等. 高能物理与核物理, 2003, **27**(4):328—331)
- 8 Farhi E, Jaffe R L. Phys. Rev., 1984, **D30**:2379
- 9 Sawyer R F. Phys. Lett., 1989, **B233**:412
- 10 Andersson N. Astrophys. J., 1998, **502**:708
- 11 Madsen J. Phys. Rev. Lett., 2000, **85**:10
- 12 ZHENG Xiao-Ping, YANG Shu-Hua, LI Jia-Rong. Astrophys. J. Lett., 2003, **585**:135

Bulk Viscosity of Strange Quark Matter at First-Order Perturbative QCD Approximation *

YU Yun-Wei¹⁾ ZHENG Xiao-Ping

(College of Physical Science and Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract Taking the thermodynamics potential for cold dense QCD in perturbation theory to the first order in coupling constant account, we calculate the bulk viscosity of strange quark matter(SQM), and find that the result is approximately 10^2 times than that of the ideal quark gas. In comparison with quasi-particle description model, we have the same result in order of magnitude. It is useful to improve the theory prediction that to apply the result to the calculation of the rotation speed limit, which is favorable for the explanation of the observation.

Key words strange quark matter, bulk viscosity, perturbation QCD, strange star