

低能强流质子圆形加速器共振现象的模型研究

欧阳华甫¹⁾ 方守贤

(中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

摘要 详细讨论了低能强流质子圆形加速器中质子穿越整数及半整数共振点的现象. 通过对注入能量为 1MeV, 加速电压分别为 1kV 和 2kV 时的模拟计算, 确定了束流安全穿越整数及半整数共振点对二极铁和四极铁加工误差的要求.

关键词 共振 工作点漂移 空间电荷力 加工误差

1 引言

强流质子加速器因为具有广泛的应用如在散裂中子源、洁净核能等方面的应用而受到高度重视. 在这类加速器中, 空间电荷力对束流动力学的影响是一个必须考虑的因素. 在强流质子圆形加速器中, 质子之间的库仑排斥力会减小外场对束流的聚焦作用, 从而引起圆形加速器的工作点漂移. 尽管在进行加速器的设计时, 工作点的选取总是尽量远离危险的整数及半整数共振点, 但在强流加速器中, 空间电荷力导致的工作点漂移量是一个不容忽视的量. 尤其是当束流的注入能量较低而脉冲流强又非常大时, 空间电荷力所引起的这种频率漂移量将会很大, 这就使工作点在加速过程中一次甚至多次穿过整数和半整数共振点成为可能. 那么, 束流能否安全地穿过这些危险点就是一个值得研究的问题. 显然, 这与工作点漂移的速度有关. 工作点漂移的速度越快, 束流就能较快地穿过共振带, 束流也就越安全. 反之, 束流在共振带停留的时间就越长, 束流损失的可能性就越大. 另外, 由于磁铁加工误差的存在是产生束流、加速结构间共振的必要条件, 共振的强度必然与磁铁加工误差的大小相关. 从第二节将看到, 工作点漂移的速度与束流注入能量的大小及高频腔加速电压的高低相关. 本文所要讨论的

是: 在注入能量和加速电压一定的情况下, 束流安全通过共振带所能容忍的磁铁加工误差. 这里只考虑二极铁和四极铁的情况.

2 模型构造

为讨论问题方便, 假定质子圆形加速器的横向聚焦沿束流传输方向不变且旋转对称. 即在 Hill 方程

$$u''(s) + Ku(s) = 0 \quad (1)$$

中, K 为常数, 这里 u 代表 x 或 y . 该方程的解可用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1' \end{pmatrix} = M_0 \begin{pmatrix} u_0 \\ u_0' \end{pmatrix} \quad (2)$$

和

$$M_0 = \begin{pmatrix} \cos(\sqrt{K} \cdot s) & \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\sqrt{K} \cdot s) \\ -\sqrt{K} \sin(\sqrt{K} \cdot s) & \cos(\sqrt{K} \cdot s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos[(Q_0/R) \cdot s] & \frac{R}{Q_0} \sin[(Q_0/R) \cdot s] \\ -\frac{Q_0}{R} \sin[(Q_0/R) \cdot s] & \cos[(Q_0/R) \cdot s] \end{pmatrix}. \quad (3)$$

式中 M_0 为传输矩阵, Q_0 为不考虑空间电荷力时质子圆形加速器在 x 或 y 方向的工作点 (β 振荡频率), R 为质子平衡轨道的半径, s 为传输距离, u_0 和 $u_0' = du_0/ds$ 为粒子的初始位置和初始偏角, u_1

2004-06-07 收稿

1) E-mail: ouyanghf@ihep.ac.cn

和 u_1' 为粒子经过传输距离 s 后的位置及偏角.

空间电荷力导致的 β 振荡频率的漂移量为^[1]

$$\Delta Q = -\frac{Nr_p}{2\pi\beta^2\gamma^3 B_f \epsilon}, \quad (4)$$

式中 N 是束团的粒子数, r_p 是质子的经典半径 $r_p = 1.535 \times 10^{-18} \text{m}$, β 是粒子以光速为单位的的速度, γ 是洛伦兹常数, ϵ 为束流发射度, B_f 为束团因子. 另外, 在得到此式时, 已假定束流均匀分布, 即空间电荷力为线性力. 考虑空间电荷力导致的 β 振荡频率漂移后, 质子在加速器中的实际 β 振荡频率为

$$Q = Q_0 + \Delta Q. \quad (5)$$

显然, 考虑空间电荷力后, 质子在圆形加速器中的传输矩阵也应作相应的变化

$$M = \begin{pmatrix} \cos[(Q/R) \cdot s] & \frac{R}{Q} \sin[(Q/R) \cdot s] \\ -\frac{Q}{R} \sin[(Q/R) \cdot s] & \cos[(Q/R) \cdot s] \end{pmatrix}. \quad (6)$$

这时,

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} u_0 \\ u_0' \end{pmatrix}. \quad (7)$$

质子在加速器中的能量可表达为

$$E = E_{inj} + nqV, \quad (8)$$

式中 n 为质子在圆形加速器中的加速圈数, q 为质子的电量, V 为每圈的 RF 加速电压, E_{inj} 为注入时质子的能量. 从(4)和(8)式可以看出, 空间电荷力导致加速器工作点向小的方向漂移, 且漂移量在加速过程中随质子能量的增加而减小. 显然, 注入能量越小、加速电压越高, 工作点漂移的速度就越快, 反之, 工作点漂移的速度就慢.

正如在引言中提到的那样, 要研究圆形加速器中束流与加速结构之间的共振, 就必须考虑磁铁的加工误差. 引进二极铁的加工误差后, (7)式应调整为^[2]

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} u_0 \\ u_0' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R} \cdot S \\ \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

式中 B 为二极铁的磁感应强度, $\frac{\Delta B}{B}$ 表征二极铁的相对加工误差, $\frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R}$ 为引进二极铁加工误差后产生的额外偏转, 而 $\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R} \cdot S$ 则是当 $\frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R}$ 较小时该额外偏转所引起的质子位置变化量. 如果再考虑到四极铁的加工误差, 那么(9)式进一步调整为^[3]

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_1' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} u_0 \\ u_0' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R} \cdot S \\ \frac{\Delta B}{B} \cdot \frac{s}{R} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\Delta K}{K} \cdot \frac{Q_0^2}{R^2} \cdot S \cdot u_0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

这里 K 为四极铁的聚焦系数, $\frac{\Delta K}{K}$ 表征四极铁的相对加工误差. 注意, 这里只考虑了引进四极铁加工误差后产生的额外偏转而忽略了由此引起的质子位置变化.

进行模拟计算时, 质子的初始位置是位于与加速器接收度相匹配的发射度相椭圆上的随机点. 即质子的初始条件满足

$$u_0 = U_0 \cdot \text{Random}(-1, 1), \\ u_0' = U_0' \sqrt{1 - u_0^2/U_0^2}. \quad (11)$$

式中 $\text{Random}(-1, 1)$ 为 -1 到 1 之间的随机函数, U_0 和 U_0' 则由以下等式决定

$$U_0 = \sqrt{\epsilon\beta} = \sqrt{\epsilon R/Q_0}, \\ U_0' = \sqrt{\epsilon\gamma} = \sqrt{\epsilon Q_0/R}. \quad (12)$$

式中 β, γ 为加速器的 Twiss 参数.

3 模拟计算结果

为了真实反应磁铁的加工误差, $\frac{\Delta B}{B}$ 和 $\frac{\Delta K}{K}$ 均满足平均值为 0 的正态分布函数, 而且 $\frac{\Delta B}{B}$ 和 $\frac{\Delta K}{K}$ 的值在一定的传输距离内 d 保持不变. 加工误差的大小则由正态分布函数的均方差 σ_B, σ_K 来表征. 即

$$f\left(\frac{\Delta B}{B}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \exp\left\{-\frac{(\Delta B/B)^2}{2\sigma_B^2}\right\}, \\ f\left(\frac{\Delta K}{K}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_K} \exp\left\{-\frac{(\Delta K/K)^2}{2\sigma_K^2}\right\}. \quad (13)$$

在进行模拟计算时, d 的取值约为 1mm , 而计算的步长 s 则比 d 更小.

图 1—3 显示的是, 束团粒子数 $N = 10^{12}$, $B_f = 1.0$, $\epsilon = 100 \text{mm} \cdot \text{mrad}$, $R = 600 \text{mm}$, $Q_0 = 2.2$, $E_{inj} = 1 \text{MeV}$, $V = 2 \text{kV}$ 的模拟结果. 其中, 图 1 为工作点 Q 随加速圈数的演变. 从图 1 可以看出, 由于空间电荷力导致的工作点漂移, 束流在加速过程中将先后穿过半整数共振点 1.5 和整数共振点 2. 图 2 给出的是 σ_B 为不同值时, 质子的横向位置 u 随加速圈数的演变. 从图 2 可以看出, 由于 σ_B 的存在, 束流穿过整数共振点 $Q = 2$ 时, 激发束流和加速结构之间的整数共振, 导致质子的振荡幅度的增大. 增大

的幅度随 σ_B 的减小而变小, 当 $\sigma_B = 0.001$ 时, 已不出现共振了. 这就是说, 在以上所述的初始条件下, 当表征二极铁的加工误差的 σ_B 小于 0.001 时, 不会引起空间电荷力导致的束流与加速结构之间的整数共振. 另外, 在共振点外的其他区域, 振荡幅度的缓慢减小是因为质子作 β 振荡的频率 Q 在加速过程中缓慢增大的缘故. 图 3 显示的则是 σ_K 取不同值时, u 随加速圈数的演变. 图 3 表明, σ_K 的存在, 不但可以激发整数共振, 同时也会激发半整数共振. 与二极铁相比, 在相同的条件下, 在 σ_K 小于 0.05 时, 便不会激发整数及半整数共振. 因此, 就共振引

起束流不稳定性这一方面而言, 对四极铁的加工误差要求比二极铁要低.

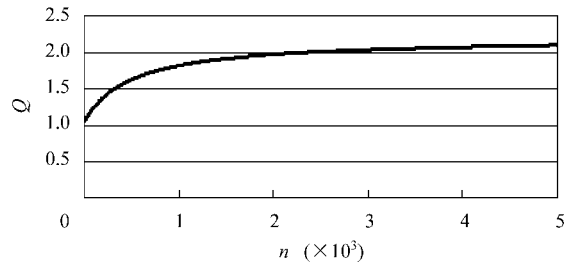


图 1 $V = 2\text{kV}$ 时, 工作点 Q 随加速圈数的演变

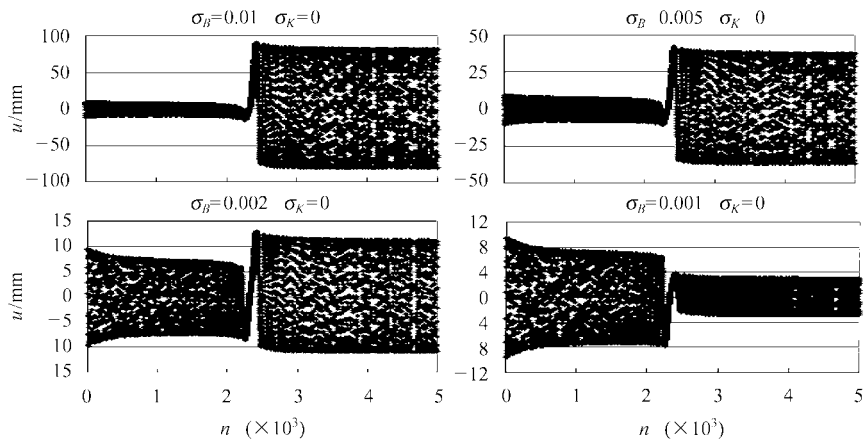


图 2 $V = 2\text{kV}$ 时, 质子的横向位置 u 随加速圈数的演变

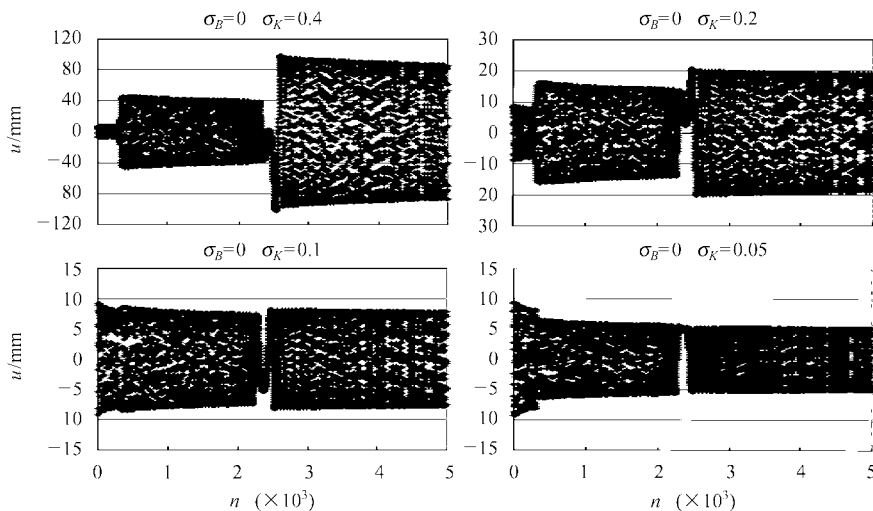


图 3 $V = 2\text{kV}$ 时, 质子的横向位置 u 随加速圈数的演变

正如在引言中指出的那样, 束流能否安全地穿越共振点与其穿越的速度有关, 而该速度除了与粒子的注入能量相关, 还与加速电压有关. 在注入能量一定的情况下, 加速电压越大其穿越的速度就越

快, 束流就越安全. 为能定量说明这一特性, 下面将要给出的是加速电压 $V = 1\text{kV}$, 而其他初始条件与以上模拟计算完全相同的计算结果. 图 4 显示的是工作点 Q 的演变过程. 从图中可以看出, 在加速过程

中,束流仍需穿越半整数共振点 1.5 及整数共振点 2,且与图 1 相比,由于加速电压降低了一倍,穿越速度更慢了. 图 5、图 6 显示的是位置 u 在 σ_B, σ_K 为不同值时的演变情况. 与图 2、图 3 相比,在 σ_B, σ_K 值相同的情况下,在共振点, u 的增幅有明显的增加. σ_B, σ_K 的值现必须分别小于 0.0005 和 0.01, 才能不引起整数和半整数共振. 即对二极铁和四极铁的加工误差要求更高了. 这里,不打算讨论模拟结果与注入能量之间的关系,显然, u 的演变依赖于电压和

注入能量的比值 V/E_{inj} .

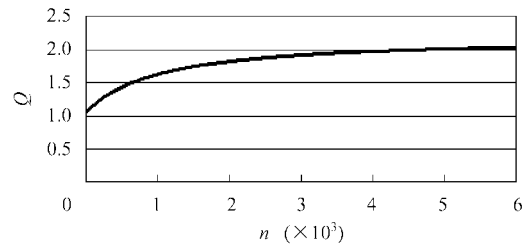


图 4 $V = 1\text{kV}$ 时,工作点 Q 随加速圈数的演变

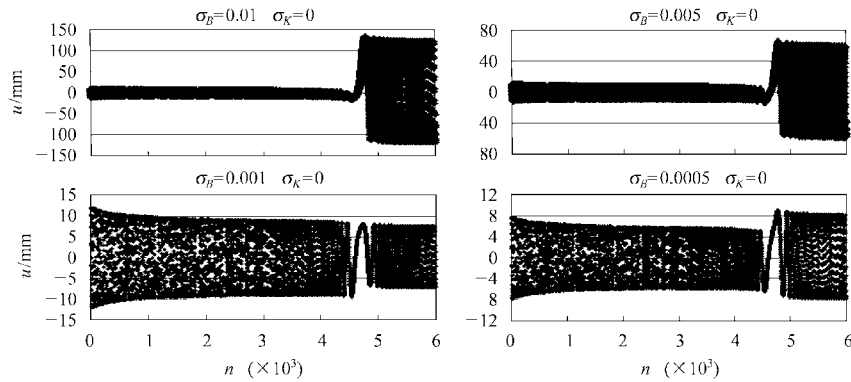


图 5 $V = 1\text{kV}$ 时,质子的横向位置 u 随加速圈数的演变

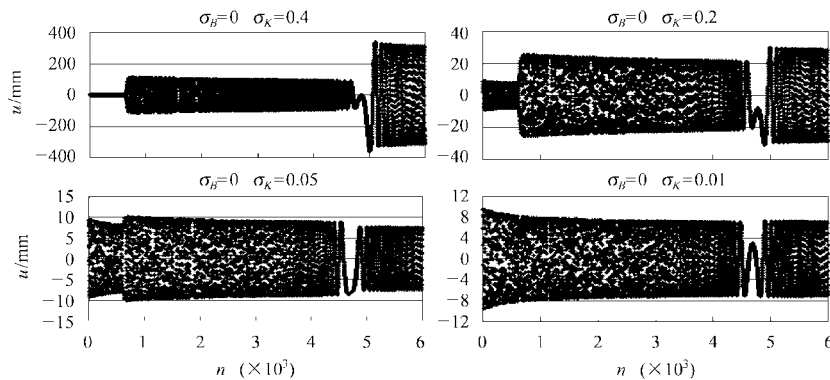


图 6 $V = 1\text{kV}$ 时,质子的横向位置 u 随加速圈数的演变

以上给出的是质子位置 u 随加速圈数的演变的情况,那么在相空间的演变又是如何? 为此,在图 7 中给出 $\sigma_B = 0, \sigma_K = 0.2$ 时的 Poincare 图. 从图中可以看出,质子先是作周期运动(最里面的椭圆),然后是半整数共振,无论是 u 还是 u' , 其振幅都增大得很快(最里面的椭圆与中间椭圆之间的连线),接着作新的周期运动(中间椭圆),之后是整数共振(中间椭圆与最外面的椭圆之间的连线),最后又作周期运动(最外面的椭圆). 从 Poincare 图可以很容易地分

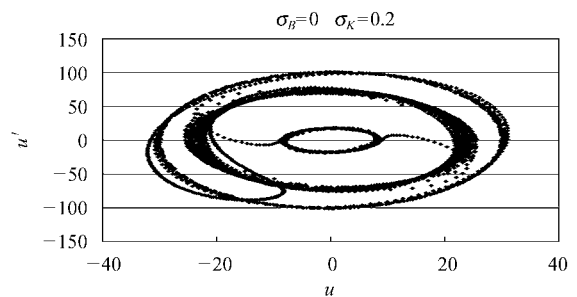


图 7 $\sigma_B = 0, \sigma_K = 0.2$ 时的 Poincare 图

辨出半整数和整数共振的区别. 即, 对半整数共振而言, 图中有两条线路; 整数共振则只有一条线路.

4 讨论

在强流质子加速器中, 空间电荷力导致工作点的漂移, 从而有可能使原本远离共振点(带)、稳定的加速过程由于工作点的漂移变得不稳定和不安全. 同时, 也正因为工作点在加速过程中的不断漂移, 当工作点的漂移速度足够大, 同时磁铁的加工误差达到一定要求, 束流便可以安全穿越半整数共振甚至

整数共振点(带). 本文讨论了注入能量为 1MeV, 加速电压分别为 1kV 和 2kV 时, 束流安全通过共振点对二极铁及四极铁的加工误差要求. 模拟发现, 模拟结果不但依赖于粒子的注入能量、加速电压及 σ_B 和 σ_K 的大小, 同时还与模拟时 σ_B, σ_K 取某个值时的长度 d 大小相关. 显然, d 的大小与磁铁加工工艺和加工过程相关. 这里所做的模拟计算是基于空间电荷力为线性这一假设的前提下, 得到的结果与实际一定有出入. 因此, 要得到更为精确的结果, 就必须考虑到空间电荷力的非线性, 进行多粒子跟踪模拟计算.

参考文献 (References)

- 1 WENG W T. AIP Conference Proc., 1984—1985, 1: 348—389
- 2 Hans Grote, Christoph Iselin F. CERN/SL/90-13, 1994, 1—9
- 3 Wilson E J N. AIP Conference Proc., 1984—1985, 1: 3—44

Model Study on the Resonant Phenomena in Low Energy Proton Circular Accelerator with Intense Beams

OUYANG Hua-Fu¹⁾ FANG Shou-Xian

(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100049, China)

Abstract The phenomena that proton passes through the integer and half-integer resonance points in low energy proton circular accelerator with intense beams are discussed. The manufacturing tolerances of the dipole magnet and quadrupole magnet is given through simulations on the cases when the injection energy is 1MeV and the accelerating RF voltage per one turn is 1kV and 2kV, respectively. With these given manufacturing tolerances, particles can safely cross over the integer and half-integer resonant points.

Key words resonance, tune shift, space charge force, manufacturing tolerance