

e-A 深度非弹性散射中胶子辐射振幅的新计算方法*

郭云^{1;1)} 王恩科^{1;2)}

1 (华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 在e-A深度非弹性散射过程中, 喷注穿过冷核介质时, 多重散射诱导胶子辐射会导致对碎裂函数的修正及喷注的能量损失. 前期研究中关于计算e-A深度非弹性散射中胶子辐射振幅的两种方法: 螺旋振幅近似和微扰QCD严格计算都异常繁杂. 本文发展了一种新的方法, 可以方便计算出多重散射导致胶子辐射的振幅, 得到的碎裂函数的修正以及能量损失与严格计算的结果一致.

关键词 深度非弹性散射 胶子辐射振幅 碎裂函数修正 喷注能量损失

1 引言

e-A深度非弹性散射过程中产生的快速部分子喷注穿过冷的核物质时, 由于多重散射, 会导致喷注能量损失(喷注淬火). 在前期的研究中, 利用微扰QCD的方法, 在推广的组度4因子化框架下^[1, 2], 计算了e-A深度非弹性散射中由于多重散射而导致的对碎裂函数的修正以及喷注淬火效应^[3-5]. 严格的计算^[5]要涉及23个切割图, 包含了非常复杂的求迹运算和大量圈积分, 工作量非常大. 在螺旋振幅近似下, 使用了软胶子辐射极限 $z_g = 1 - z \rightarrow 0$ (这里 z_g 是辐射的胶子相对领头部分子所带的能量份额, z 是辐射胶子后的部分子相对领头部分子所带的能量份额), 减少了部分计算量, 但仍需要计算一些圈积分. 同时对碎裂函数的修正也丢掉了一些贡献, 其能量损失大约为严格计算的1.2倍^[5]. 本文发展了一种新方法, 将所有这些多重散射的费曼图看作是由一些基本的组元所构成, 给出了这些组元的费曼规则以及各组元相结合时的结合规则. 利用这些规则, 可以很方便地写出各个费曼图所对应的散射振幅, 避免了复杂的计算. 通过引入有效动量的概念, 得到的碎裂函数修正以及能量损失的结果和严格的微扰QCD计算一致. 本文的安排如下: 首先简单回顾采用通常的螺旋振幅近似计算的方法, 并定义了一些基本的参量; 然后介绍我们的新方法, 同

时也结合具体的费曼图给予说明; 接下来给出对e-A深度非弹性散射过程中组度4的胶子辐射振幅的计算, 利用这些结果得到的因子化形式中的微扰部分, 与微扰QCD严格计算的结果一致. 附录中给出了新计算方法中费曼规则证明. 本文所有的计算都是在光锥坐标中进行的, 同时我们考虑的是轻味的夸克.

2 螺旋振幅近似

假定领头夸克的动量 l_q 可以近似地表示为 $l_q \approx [0, l_q^-, \mathbf{0}_\perp]$, 则有^[3]

$$\bar{u}(l_q, \lambda) \gamma^\mu \mu(l'_q, \lambda') \approx 2 \sqrt{l_q^- l'_q^-} \delta_{\lambda\lambda'} \underline{n}^\mu, \quad (1)$$

这里 $\underline{n} = [0, 1, \mathbf{0}_\perp]$, λ 和 λ' 是夸克的螺旋度. 每个初始的夸克线对振幅的贡献为 $\mu(p)$, 每个初始的胶子线对振幅的贡献为 p_σ , 这里 σ 是胶子线所带的洛伦兹指标. 并且每个动量为 $p_i = [x_i p^+, 0, \mathbf{k}_T]$ 的初始部分子线贡献一个积分 $dx_i/2\pi$, 其相因子为 $\exp(-ix_i p^+ y_i^- + i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{y}_{iT})$, 这里 y_i^- 是对应的场时空变量. 概括起来讲, 对于初始的夸克线与胶子线, 它们分别满足以下特殊的费曼规则:

$$\mu(p) \int \frac{dx_i}{2\pi} e^{-ix_i p^+ y_i^- + i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{y}_{iT}}, \quad (2)$$

$$p_\sigma \int \frac{dx_i}{2\pi} e^{-ix_i p^+ y_i^- + i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{y}_{iT}}, \quad (3)$$

2005 - 10 - 09 收稿

* 国家自然科学基金(10440420018, 10475031, 10135030)和国家教育部科学基金(NCET-04-0744, CFKSTIP-704035)资助

1) E-mail: guoy@iopp.cnu.edu.cn

2) E-mail: wangek@iopp.cnu.edu.cn

而其余的部分均遵循通常的费曼规则。

这里, 使用光锥规范 $A^- = 0$. 假定动量为 l 的末态胶子带有领头夸克的动量份额为 $1-z$, 同时它的极化为 $\varepsilon(l)$, 则

$$l = \left[\frac{l_T^2}{2(1-z)q^-}, (1-z)q^-, \mathbf{l}_T \right], \quad (4)$$

$$\varepsilon(l) = \left[\frac{\varepsilon_T \cdot \mathbf{l}_T}{(1-z)q^-}, 0, \varepsilon_T \right]. \quad (5)$$

根据以上的费曼规则, 单次散射导致胶子辐射的振幅(见图1(a))可以写为:

$$M_\mu^S(y) = \int \frac{dx}{2\pi} \bar{u}(xp+q) \gamma_\mu \mu(p) \bar{M}^S, \quad (6)$$

$$\bar{M}^S(y) = 2g \frac{\varepsilon_T \cdot \mathbf{l}_T}{l_T^2} T_c e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^-}. \quad (7)$$

注意到末态夸克的质壳条件为

$$(xp+q-l)^2 = 2zp^+q^-(x-x_B-x_L) = 0, \quad (8)$$

同时考虑到软胶子辐射极限 $1-z \rightarrow 0$. 式中, T_c 为色矩阵, c 是辐射胶子的色指标. 这里, $x_B = Q^2/(2p^+q^-)$ 是 Bjorken 变量. 为了方便, 我们定义以下3个量:

$$x_L = \frac{l_T^2}{2p^+q^-z(1-z)}, \quad x_D = \frac{k_T^2 - 2\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{l}_T}{2p^+q^-z}, \quad x_D^0 = \frac{k_T^2}{2p^+q^-}.$$

单次散射振幅的计算很简单, 因为它不涉及积分计算. 如果考虑二重散射, 就需要计算一个圈积分, 而且对于极点的选择往往有两种可能, 它对应了两个不同物理过程的贡献^[3, 6]. 对于二重散射, 末态夸克的质壳条件为

$$[q+(x+x_1)p+k_T-l]^2 = 2zp^+q^-(x+x_1-x_B-x_L-x_D) = 0. \quad (9)$$

计算方法与单次散射类似, 以图1(b)为例, 这里的圈积分的极点有两种选择方式, 对应于两个不同的贡献. 在完成了该积分以后, 图1(b)的振幅可以写为

$$\bar{M}^D(y, y_1) = 2g \frac{\varepsilon_T \cdot \mathbf{l}_T}{l_T^2} T_{a_1} T_c e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^- - i x_D p^+ y_1^-} \times [1 - e^{i x_L p^+ (y^- - y_1^-)}] i g \theta(y^- - y_1^-). \quad (10)$$

这里 a_1 为初始胶子的色指标. 应当指出, 积分也应当对 k_T 进行. 我们的做法是将该积分连同相因子 $\exp(i\mathbf{k}_T \cdot \mathbf{y}_{1T})$ 吸收到部分子矩阵元的定义中去^[3].

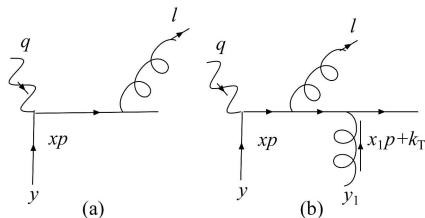


图1 由单次散射及二重散射导致的胶子辐射

类似地, 对于三重散射需要计算两个圈积分, 同时极点的个数也变为两个. 对于这两个极点往往也是有两种可能的选择方式代表不同的物理过程对振幅的贡献. 可以想象, 当考虑到更高阶的散射时, 圈积分以及极点的个数将增多, 同时由于三胶子顶点的增加, 计算量也变得更大. 而且随着散射次数的增多, 对应的费曼图的数量将迅速增多. 这些都使得用普通的螺旋振幅近似计算变得困难.

3 胶子辐射振幅的新计算方法

本节将介绍一种计算 e-A 深度非弹性散射中胶子辐射振幅的新方法. 首先给出对费曼图的分块及结合规则.

多重散射诱导胶子辐射的费曼图都可以看作是由图2中的4个基元构成, 它们分别对应如下费曼规则(证明见附录).

$$(a) \rightarrow e^{-ixp^+ y^-}, \quad (b) \rightarrow 2g \frac{\varepsilon_T \cdot \mathbf{L}_{T(\text{eff})}}{L_{T(\text{eff})}^2},$$

$$(c) \rightarrow -ig e^{-ix_i p^+ y_i^-}, \quad (d) \rightarrow g e^{-ix_i p^+ y_i^-}.$$

应当指出, 图2(c, d) 中标有动量 $x_i p + k_T$ 的胶子线代表的是传递部分子与核中的部分子相互作用的胶子, 图2(b)中的胶子线代表的是辐射的胶子, 但并不一定是末态胶子, 所以用 L 标记它, 以便和末态胶子动量 l 区别.

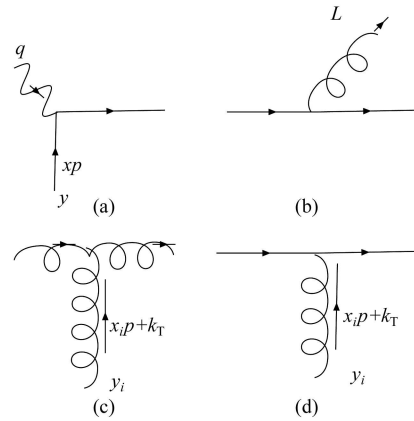


图2 构成费曼图的4个基元

关于上面辐射胶子的有效动量 $\mathbf{L}_{T(\text{eff})}$ 是这样定义的: 即从它本身的动量之中扣除来自核中的胶子的贡献. 所以这个有效动量就和辐射胶子之前的来自于核中的胶子相关联. 以图3的两个图为例, 能清楚地理解关于这个有效动量的定义.

图 3(a) 中的辐射胶子有效动量 $\mathbf{L}_{T(\text{eff})} = \mathbf{l}_T - (1-z)\mathbf{k}_T$, 注意到在前面已经规定辐射胶子带有领头夸克的动量份额为 $1-z$. 而图 3(b) 中的辐射胶子有效动量则表示为 $\mathbf{L}_{T(\text{eff})} = \mathbf{l}_T - z\mathbf{k}_T$, 此时辐射胶子通过三胶子顶点与第二个初始胶子关联, 与文献[3]相同, 这里作了替换 $k_T \rightarrow -k_T$.

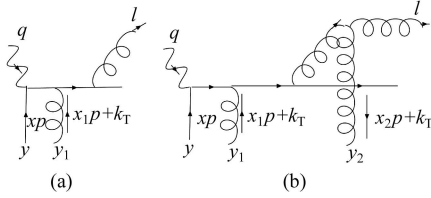


图 3 由二重散射及三重散射导致的胶子辐射

对于一个具体的费曼图需要知道它是由哪些基元构成的, 某些基元可能多次出现. 根据以上规则, 可以很快写出该费曼图的振幅表达式. 然后还必须确定指数因子中的各个 x_i 的值, 这就需要用到以下的结合规则. 各基元相结合会构成一个传播子. 对于在质壳上的传播子, 利用质壳条件就可以确定相应的 x_i 的值, 如图 4(a) 中的第二项贡献. 对于动量为 $(xp+q)$ 的传播子, 由于该传播子是在质壳上, 所以有 $(xp+q)^2 = 2p^+q^-(x-x_B) = 0$, 故可以确定 $x = x_B$. 在费曼图的一项贡献中, 只有一个传播子是不在质壳上的. 对于这样的传播子, 应最后将它对应的 x_i 值确定下来. 同样以图 4(a) 中的第二项贡献为例, 首先由在质壳上的传播子可以确定 $x = x_B$, 再利用末态夸克的质壳条件 $[q+(x+x_1)p+k_T-l]^2 = 2z p^+ q^-(x+x_1-x_B-x_L-x_D) = 0$, 就可以确定 $x_1 = x_L+x_D$. 传播子是否在质壳上对应了软的或硬的散射过程^[3, 6].

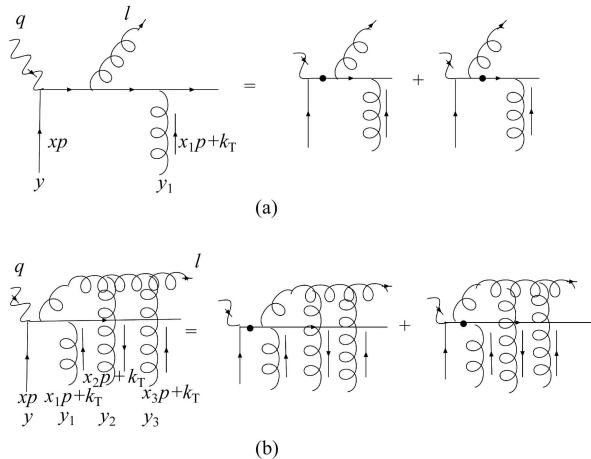


图 4 由二重散射及四重散射导致的胶子辐射

为了得出最后的振幅表达式, 还需要加上以下几条规定:

1) 由于不同散射之间存在干涉效应, 所以存在一个符号问题. 在费曼图的一项贡献中, 若图 2 基元 (b) 左边部分形成的传播子不在质壳上, 则规定该项贡献为正, 而另一项贡献 (如果有的话) 则为负;

2) 每个费曼图都包含了色指标的运算, 可以单独对它进行;

3) 对于 n 重散射, 振幅前面还应加上一个因子 i^{n-1} , 它是来自于圈积分的贡献;

4) 振幅表达式中还应加上表示在光锥坐标中散射发生次序的函数, 即 $\theta(y^- - y_1^-)\theta(y_1^- - y_2^-)\theta(y_2^- - y_3^-) \dots$ 它们也是来自圈积分的贡献.

利用以上的方法, 就能很快地写出一个费曼图的振幅表达式, 如图 4 (图中传播子带实心黑点表示它不在质壳上), 它们的振幅分别为

$$\overline{M}^a(y, y_1) = 2g \frac{\epsilon_T \cdot l_T}{l_T^2} T_{a1} T_c e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^- - i x_D p^+ y_1^-} \times [1 - e^{i x_L p^+(y^- - y_1^-)}] i g \theta(y^- - y_1^-), \quad (11)$$

$$\overline{M}^b(y, y_1, y_2, y_3) = 2i g^4 \frac{\epsilon_T \cdot l_T}{l_T^2} T_{a1} [[T_{a3}, T_c] T_{a2}] \times e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^- - i x_D p^+ y_1^-} [1 - e^{i x_L p^+(y^- - y_1^-)}] e^{i z x_D p^+(y_2^- - y_3^-)/(z-1)} \times \theta(y^- - y_1^-)\theta(y_1^- - y_2^-)\theta(y_2^- - y_3^-). \quad (12)$$

如果要考虑更高阶的散射振幅, 做法完全一样. 运用这套方法, 会使计算量大大减少.

4 e-A 深度非弹性散射中扭度 4 的胶子辐射振幅

在 e-A 深度非弹性散射过程中, 考虑到对碎裂函数的扭度 4 的修正, 需要计算 11 个费曼图的散射振幅. 下面给出用新的计算方法所得到的结果.

单次散射 (见图 5(a)) 的结果为:

$$\overline{M}^S(y) = 2g \frac{\epsilon_T \cdot l_T}{l_T^2} T_c e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^-}. \quad (13)$$

二重散射一共有来自 3 个图的贡献 (见图 5(b-d)), 它们的结果分别为:

$$\overline{M}^{Da}(y, y_1) = 2g \frac{\epsilon_T \cdot (l_T - (1-z)\mathbf{k}_T)}{(l_T - (1-z)\mathbf{k}_T)^2} T_c T_{a1} \times e^{-i(x_B+x_L)p^+ y^- - i x_D p^+ y_1^-} e^{i x_L p^+(y^- - y_1^-)} i g \theta(y^- - y_1^-), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Db}}(y, y_1) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot \mathbf{l}_{\text{T}}}{l_{\text{T}}^2} T_{\text{a1}} T_{\text{c}} \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ y_1^-} \times \\ &[1 - e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)}] i g \theta(y^- - y_1^-), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Dc}}(y, y_1) &= -2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot (\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})}{(\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})^2} [T_{\text{a1}}, T_{\text{c}}] \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ y_1^-} \times \\ &[e^{-i x_{\text{D}} p^+ (y^- - y_1^-)/(1-z)} - \\ &e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)}] i g \theta(y^- - y_1^-). \end{aligned} \quad (16)$$

三重散射一共有来自7个图的贡献(见图6(a—g)), 它们的结果分别为:

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Ta}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot \mathbf{l}_{\text{T}}}{l_{\text{T}}^2} T_{\text{c}} T_{\text{a2}} T_{\text{a1}} \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}}^0 p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_2^-)} \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Tb}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot (\mathbf{l}_{\text{T}} - (1-z)\mathbf{k}_{\text{T}})}{(\mathbf{l}_{\text{T}} - (1-z)\mathbf{k}_{\text{T}})^2} T_{\text{a2}} T_{\text{c}} T_{\text{a1}} \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)} - \\ &e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_2^-) - i(x_{\text{D}}^0 - x_{\text{D}})p^+ (y_1^- - y_2^-)}] \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Tc}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot \mathbf{l}_{\text{T}}}{l_{\text{T}}^2} T_{\text{a2}} T_{\text{a1}} T_{\text{c}} \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[1 - e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)}] \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Td}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot (\mathbf{l}_{\text{T}} - z\mathbf{k}_{\text{T}})}{(\mathbf{l}_{\text{T}} - z\mathbf{k}_{\text{T}})^2} [T_{\text{a2}}, T_{\text{c}}] T_{\text{a1}} \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[e^{-i(x_{\text{D}}^0 - x_{\text{D}})p^+ (y_1^- - y_2^-) + i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_2^-)} - \\ &e^{i(1-z)/(1-z) x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-) + i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)}] \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Te}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot (\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})}{(\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})^2} T_{\text{a2}} [T_{\text{a1}}, T_{\text{c}}] \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)} - e^{-i x_{\text{D}} p^+ (y^- - y_1^-)/(1-z)}] \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Tf}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot (\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})}{(\mathbf{l}_{\text{T}} - \mathbf{k}_{\text{T}})^2} T_{\text{a1}} [T_{\text{a2}}, T_{\text{c}}] \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)} - e^{-i x_{\text{D}} p^+ (y^- - y_1^-)/(1-z)}] \times \\ &e^{i(1-z)/(1-z) x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \overline{M}^{\text{Tg}}(y, y_1, y_2) &= 2g \frac{\varepsilon_{\text{T}} \cdot \mathbf{l}_{\text{T}}}{l_{\text{T}}^2} [T_{\text{a1}}, [T_{\text{a2}}, T_{\text{c}}]] \times \\ &e^{-i(x_{\text{B}}+x_{\text{L}})p^+ y^- - i x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &[1 - e^{i x_{\text{L}} p^+ (y^- - y_1^-)}] \times \\ &e^{i(1-z)/(1-z) x_{\text{D}} p^+ (y_1^- - y_2^-)} \times \\ &(-g^2) \theta(y^- - y_1^-) \theta(y_1^- - y_2^-). \end{aligned} \quad (23)$$

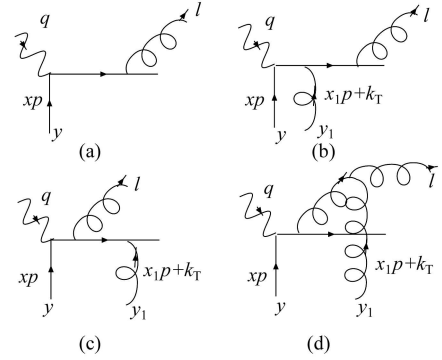


图5 由单次散射及二重散射导致的胶子辐射

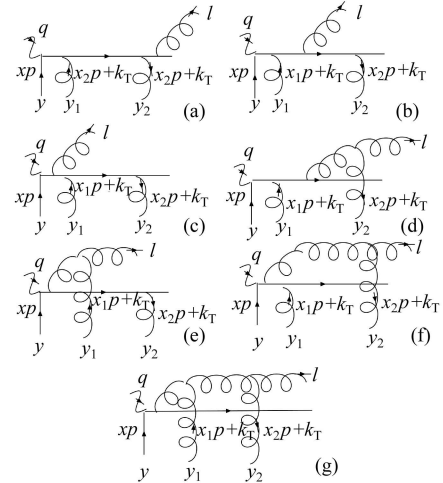


图6 由三重散射导致的胶子辐射

在上面的结果中, 只要取 $1-z \rightarrow 0$ 的极限, 就与螺旋振幅近似的结果完全一致. 利用这些结果可以计算因子化中强子张量硬的部分^[3]

$$\begin{aligned} \overline{H}^{\text{D}} &= \int \frac{d^2 l_{\text{T}}}{4(2\pi)^3} \frac{1+z^2}{1-z} dz [\overline{M}^{\text{D}}(0, y_2) \overline{M}^{\text{D}\dagger}(y, y_1) + \\ &\overline{M}^{\text{T}}(0, y_2, y_1) \overline{M}^{\text{S}\dagger}(y) + \overline{M}^{\text{S}}(0) \overline{M}^{\text{T}\dagger}(y, y_1, y_2)], \end{aligned} \quad (24)$$

其中 \overline{M}^S , \overline{M}^D , \overline{M}^T 分别为单次、双重和三重散射的振幅. 由此, 可以得到对碎裂函数的修正和喷注的能量损失. 利用这套方法的计算结果与微扰 QCD 的严格计算^[5]一致, 但计算量明显地减少了. 它既避免了圈积分, 也不用去做复杂繁琐的求迹运算.

5 结论

本文介绍了一种有效的计算胶子辐射振幅的新方法. 利用这套方法可以很快得到任意阶的辐射振幅, 避免了繁杂的圈积分及 γ 矩阵的求迹计算. 通过新计算方法给出了 e-A 深度非弹性散射过程中组度 4 的胶子辐射振幅, 进而得到因子化形式中的微扰部分, 其结果与微扰 QCD 严格计算一致. 由此可以得到对碎裂函数的修正和能量损失. 这里讨论的是冷核的情况, 关于热环境中胶子辐射导致能量损失等问题, Gyulassy 等人发展了一套 opacity 展开技术^[7-9], 得到了任意阶的辐射能量损失. 结果表明, 一次碰撞, 即 opacity 展开的最低阶, 对能量损失的贡献是主要的. 类似于 opacity 展开, 本文所发展的方法能够容易地推广到更高组度的情况, 来研究胶子辐射导致的能量损失问题, 从而能够确定不同阶组度修正的相对大小, 这方面的工作正在进行中.

附录

在这一节中, 将在螺旋振幅近似的条件下给出有关分块规则的证明.

在费曼图中, 对于图 2(d) 给出的基元, 各夸克-胶子顶点的左右两边均构成一个夸克传播子(最末的一个除外), 四动量为 P_q 的夸克传播子对应的费曼规则为 $\frac{i\gamma \cdot P_q}{P_q^2 + i\epsilon}$. 根据第二节中的有关约定, 不难证明: P_q^2 总可以写为 $2p^+q^-(X_{\text{all}} - X_{\text{con}})$ 的形式. 这里的 X_{all} 代表了各部分子的能量份额 x, x_1, x_2, \dots 的组合, 而 X_{con} 则是独立于这些能量份额的变量. 例如, $[q + (x + x_1)p + k_T - l]^2 = 2zp^+q^-(x + x_1 - x_B - x_L - x_D)$, 这里取了 z 趋于 1 的极限.

根据以上的分析, 可以得到

$$\frac{i\gamma \cdot P_q}{P_q^2 + i\epsilon} = \frac{i\mu(P_q)\overline{\mu}(P_q)}{2p^+q^-(X_{\text{all}} - X_{\text{con}} + i\epsilon)} = \frac{i\mu(P_q)\overline{\mu}(P_q)}{2p^+q^-} \frac{1}{X_{\text{all}} - X_{\text{con}} + i\epsilon}. \quad (25)$$

这里将上式中 $\frac{i\mu(P_q)}{2p^+q^-}$ 的贡献归于该传播子右边的顶点, 而 $\overline{\mu}(P_q)$ 的贡献归于其左边的顶点. 对于分母中的 $X_{\text{all}} - X_{\text{con}} + i\epsilon$, 由于它是与最后的积分有关系, 这里暂不考虑它. 这样, 对于夸克-胶子顶点(包括最末的一个), 即图 2(d) 中的基元, 它的费曼规则等效于

$$\overline{\mu}(P_{q_r})(-ig\gamma^\mu) \frac{i\mu(P_{q_l})}{2p^+q^-} p_\mu e^{-ix_i p^+ y_i^-} = g e^{-ix_i p^+ y_i^-}. \quad (26)$$

这里利用了(1)式, 其中的 P_{q_l} 和 P_{q_r} 分别表示该基元左右两边的传播子的四动量.

根据以上分析, 注意到需要计算的是 \overline{M} , 利用(6)和(7)式, 容易得出图 2(a) 中的基元对应的费曼规则为 $e^{-ix_p^+ y^-}$.

关于图 2(c) 中的基元的证明与上面的思想类似. 四动量为 P_g 的胶子传播子对应的费曼规则为 $\frac{-ig_{\mu\nu}}{P_g^2 + i\epsilon}$. 由于 P_g^2 总可以写为 $2p^+l^-(X_{\text{all}} - X_{\text{con}})$ 的形式, 利用 $\epsilon_\mu^* \epsilon_\nu \rightarrow -g_{\mu\nu}$, 可以将 $\frac{i\epsilon_\nu}{2p^+l^-}$ 的贡献归于该传播子右边的三胶子顶点, 将 ϵ_μ^* 的贡献归于其左边的顶点. 这样, 对于三胶子顶点, 即图 2(c) 中的基元, 可以计算出它的费曼规则等效于 $-ige^{-ix_i p^+ y_i^-}$.

最后给出图 2(b) 中的基元的证明. 在一个费曼图的一项贡献中, 总有一个传播子是不在质壳上面的, 而这样的传播子也是与图 2(b) 中的基元相连的. 同时, 这类传播子的分母部分 $(X_{\text{all}} - X_{\text{con}})$ 不是进行积分时选取的极点, 所以把这个分母的贡献计入图 2(b) 对应的基元中. 可以证明, 该分母的贡献为 $\pm X_L$, 其中 $X_L = \frac{L_T^2}{2p^+q^-z(1-z)}$. 这里正负号的选取对应于在第三节中总结的第一条规定.

以图 1(b) 为例, 与图 2(b) 中的基元相联系的两个夸克传播子的分母部分分别为 $(x - x_B)$, $(x - x_B - x_L)$. 若左边的传播子不在质壳上, 则 $x = x_B + x_L$, 那么该传播子分母部分的贡献为 x_L . 显然, 若选取右边的传播子不在质壳上, 则该传播子分母部分的贡献就为 $-x_L$.

根据以上分析, 容易得出图 2(b) 中的基元对应的费曼规则为

$$\frac{1}{X_L} \overline{\mu}(P_{q_r})(-ig\gamma^\mu) \frac{i\mu(P_{q_l})}{2p^+q^-} \epsilon_\mu^* = 2g \frac{\epsilon_T \cdot L_T}{L_T^2}. \quad (27)$$

参考文献(References)

- 1 QIU Jian-Wei, Sterman G. Nucl. Phys., 1991, **B353**: 105
- 2 QIU Jian-Wei, Sterman G. Nucl. Phys., 1991, **B353**: 137
- 3 WANG X N, GUO X F. Nucl. Phys., 2001, **A696**: 788
- 4 GUO X F, WANG X N. Phys. Rev. Lett., 2000, **85**: 3591
- 5 ZHANG Ben-Wei, WANG Xin-Nian. Nucl. Phys., 2003, **A720**: 429
- 6 LUO M, QIU J, Sterman G. Phys. Lett., 1992, **B279**: 377
- 7 Gyulassy M, Lévai P, Vitev I. Nucl. Phys., 2001, **B594**: 371
- 8 Gyulassy M, Lévai P, Vitev I. Phys. Rev. Lett., 2000, **85**: 5535
- 9 WANG E, WANG X N. Phys. Rev. Lett., 2001, **87**: 142301

A New Computational Approach to the Amplitude of Gluon Radiation in e-A DIS*

GUO Yun^{1:1)} WANG En-Ke^{1:2)}

1 (Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract In the deeply inelastic e-A scattering, the gluon radiation induced by multiple scattering will lead to medium modification of the parton fragmentation functions and also associate with the energy loss of the leading quark. To obtain the hard partonic part of quark-gluon double scattering, one can do a complete calculation within the framework of generalized factorization in perturbative QCD. In another way one can utilize the approach of helicity amplitude approximation(HAA) to calculate the amplitude of gluon radiation. However, the two methods are both complicated and tedious. In this paper, we will introduce a new approach which enables one to calculate easily the amplitude for gluon radiation in multiple scattering. The final results obtained by using our new approach agree exactly with the complete calculation in perturbative QCD.

Key words deeply inelastic scattering, amplitude for gluon radiation, modified fragmentation function, jet energy loss

Received 9 October 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10440420018, 10475031, 10135030) and Science Foundation of Ministry of Education of China (NCET-04-0744, CFKSTIP-704035)

1) E-mail: guoy@iopp.cnu.edu.cn

2) E-mail: wangek@iopp.cnu.edu.cn