一种新的奇偶非线性相干态的位相统计性质

卢道明
(南平师范高等专科学校 福建 354300)

摘要 根据Pegg-Barnett位相定义, 计算了一种新的奇偶非线性相干态的位相概率分布函数, 利用数值计算方法研究了它们的位相统计性质. 数值计算结果表明: 新的奇偶非线性相干态的位相特性与通常奇偶相干态的位相特性截然不同.

关键词 新的奇偶非线性相干态 Pegg-Barnett位相理论 位相分布函数

1 引言

自从1963年Glauber[1]的开创性工作以来, 湮没算符a的本征态(即相干态)解决了人们用量子电动力学研究光时所遇到的数学困难, 大大促进了量子光学的发展, 目前相干态理论及其应用已成为物理学研究的一个重要领域[2]. 到目前为止, 人们已对相干态、湮没算符平方的本征态(即奇偶相干态)的量子特性进行了详细的研究[3], 并且将这一思想进行推广, 构造了非简谐振子广义相干态、q变形相干态等量子态[4, 5], 研究了它们的量子特性, 近年来, 人们提出了f相干态[6] (f相干态是f振子湮没算符$af(n)$的本征态), 并对其量子特性进行了研究, 表明其具有压缩和“自劈裂” (self-splitting)等性质. 在此基础上, 人们又构造了$(af(n))^2$的本征态即一种奇偶非线性相干态, 研究了它们的量子特性[7, 8]. 2000年, Roy等人[9, 10]引入了f振子的一种新的湮没和产生算符, 构造了一种新的非线性相干态, 并且研究了它的非经典效应. 王继锁等人[11]在Roy等人工作的基础上对应引入一种新的奇偶非线性相干态, 并且研究了它们的压缩、振幅平方压缩和反聚束等量子特性, 但对这种新的奇偶非线性相干态的位相统计特性的研究, 尚未见报道, 本文利用Pegg-Barnett的位相定义, 研究了该量子态的位相特性.

2 新的奇偶非线性相干态

首先回顾f相干态和新的f相干态, 由文献[6, 8]可知, f振子的产生和湮没算符分别定义为

$$A^+ = f(N)a^+ \quad , \quad A = af(N), \tag{1}$$

式中a^+, a分别为通常简谐振子的产生和湮没算符, f为粒子数算符$N = a^+a$的非负函数, $f(N)|n\rangle = f(n)|n\rangle$, 相应的对易关系为

$$\begin{aligned} &[N, A] = -A, \qquad [N, A^+] = A^+, \\ &[A, A^+] = f^2(N+1)(N+1) - f^2(N)N. \end{aligned} \tag{2}$$

f相干态定义为A的本征态, 即$A|\beta, f\rangle = \beta|\beta, f\rangle$可表示为

$$|\beta, f\rangle = c\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^2}{\sqrt{n!}f(n)!}|n\rangle, \tag{3}$$

C为归一化常数.

2000年, Roy等人引入了f振子的一种新的湮没和产生算符[9]

$$B = a\frac{1}{f(N)}, \qquad B^+ = \frac{1}{f(N)}a^+, \tag{4}$$

算符A和B满足对易关系

$$[A, B^+] = 1, \qquad [B, A^+] = 1, \tag{5}$$

他们定义了一种新的非线性相干态$|\beta, f\rangle$, 即湮没算符B的本征态, 在粒子数表象中该态表示为

$$\begin{aligned} &|\beta, f\rangle = N_f\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^n f(n)!}{\sqrt{n!}}|n\rangle, \\ &N_f^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{|\beta|^{2n}[f(n)!]^2}{n!}, \end{aligned} \tag{6}$$

$\beta = R\exp(\mathrm{i}\alpha)$为复参数, $f(n)! = f(n)f(n-1)\cdots f(1)f(0)$, $f(0) = 1$, 与奇偶非线性相干态(即A^2算

2005 – 10 – 31 收稿

符的本征态)的定义相类似, 王继锁等人定义了一种新的奇偶非线性相干态[11] (即B^2算符的本征态).

$$|\beta,f\rangle_{\pm}=N_{\pm}\left(|\beta,f\rangle\pm|-\beta,f\rangle\right), \tag{7}$$

式中"+"号对应偶非线性相干态, "−"号对应奇非线性相干态.

$$\begin{aligned}|\beta,f\rangle_{\pm}&=N_{\pm}N_f\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left[\beta^n\pm(-\beta)^n\right]f(n)!}{\sqrt{n!}}|n\rangle,\\ N_{\pm}&=\left\{2\pm2N_f^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-|\beta|^2\right)^n\left[f(n)!\right]^2}{n!}\right\}^{-2}.\end{aligned} \tag{8}$$

由(8)式可知, $f(n)$取不同的函数, 新的奇偶非线性相干态将有不同的形式, 本文选用与文献[11]一致的$f(n)$为

$$f(n)=L_n^1(\eta^2)\left[(n+1)L_n^0(\eta^2)\right]^{-1}, \tag{9}$$

式中η为Lamb-Dicke参数, $L_n^m(x)$为缔合Laguerre多项式.

3 位相统计特性

根据Pegg-Barnett位相理论[12, 13], 量子光场的相位态为

$$|\theta\rangle=\lim_{s\to\infty}(s+1)^{-\frac{1}{2}}\sum_{n=0}^{s}\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\theta}|n\rangle, \tag{10}$$

式中θ为本征值, $|\theta\rangle$为相应的本征态, 光场位相的分布函数$P(\theta)$为

$$P(\theta)=\lim_{s\to\infty}\frac{s+1}{2\pi}|\langle\theta|\psi\rangle|^2, \tag{11}$$

式中$|\psi\rangle$为光场态.

3.1 新的偶非线性相干态的位相特性

利用(8)式, 取$\beta=|\beta|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}=R\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$不难得出新的偶非线性相干态的位相分布函数为

$$\begin{aligned}p(\theta)=&\frac{1}{2\pi}N_+^2N_f^2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{f(n)!f(m)!}{\sqrt{m!n!}}\cos(m-n)(\alpha-\theta)\cdot\\&(R^n+(-R)^n)\cdot(R^m+(-R)^m).\end{aligned} \tag{12}$$

R分别取1, 3, 5, 10, 15, $\eta^2=0.5$时, $P(\theta)$随$\alpha-\theta$变化曲线见图1所示. 同样对通常的偶相干态:

$$\begin{aligned}|\beta\rangle_e&=N_e\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^{2n}}{\sqrt{(2n)!}}|2n\rangle,\\ N_e^{-2}&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{|\beta|^{4n}}{(2n)!},\end{aligned} \tag{13}$$

取$\beta=|\beta|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}=R\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$不难得出其位相分布函数为

$$p(\theta)=\frac{1}{2\pi}N_e^2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{R^{2n+2m}}{\sqrt{(2m)!(2n)!}}\cos(2m-2n)(\alpha-\theta). \tag{14}$$

R取1, 3, 5, 8, 12时, 其$P(\theta)$随$\alpha-\theta$变化曲线如图2所示. 计算结果表明, 新的偶非线性相干态$P(\theta)$曲线的峰值随R的不断增大而增大, 但通常的偶相干态$P(\theta)$曲线的峰值并不随R的不断增大而增大, 而是当R增大到一定值后$P(\theta)$曲线的峰值反而随R增大下降, R越大曲线变的越接近横轴, 可见新的偶非线性相干态与通常的偶相干态有截然不同的位相特性.

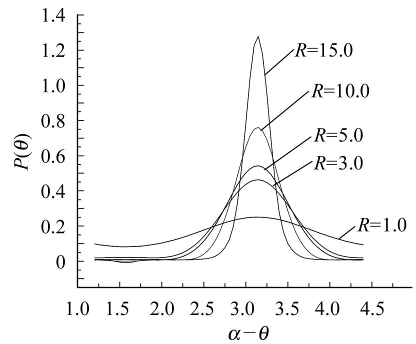

图 1 新的偶非线性相干态$P(\theta)$随$\alpha-\theta$变化曲线

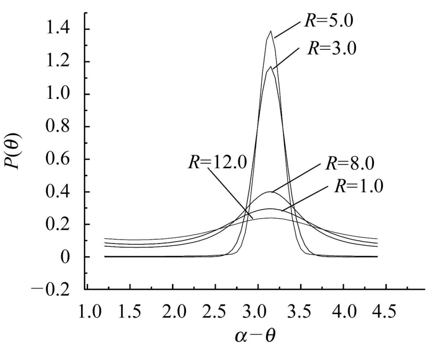

图 2 偶相干态$P(\theta)$随$\alpha-\theta$变化曲线

3.2 新的奇非线性相干态的位相特性

利用(8)式, 不难得出新的奇非线性相干态的位相分布函数为

$$\begin{aligned}p(\theta)=&\frac{1}{2\pi}N_-^2N_f^2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{f(n)!f(m)!}{\sqrt{m!n!}}\cos(m-n)(\alpha-\theta)\cdot\\&(R^n-(-R)^n)\cdot(R^m-(-R)^m).\end{aligned} \tag{15}$$

R分别取1, 3, 5, 10, 15, $\eta^2=0.5$时, $P(\theta)$随$\alpha-\theta$变化曲线如图3所示. 同样对通常的奇相干态:

$$\begin{aligned}|\beta\rangle_o&=N_o\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}}|2n+1\rangle,\\ N_o^{-2}&=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{|\beta|^{4n+2}}{(2n+1)!},\end{aligned} \tag{16}$$

取$\beta=|\beta|\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}=R\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$不难得出其位相分布函数为

$$\begin{aligned}p(\theta)=&\frac{1}{2\pi}N_o^2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{R^{2n+2m+2}}{\sqrt{(2m+1)!(2n+1)!}}\times\\&\cos(2m-2n)(\alpha-\theta).\end{aligned} \tag{17}$$

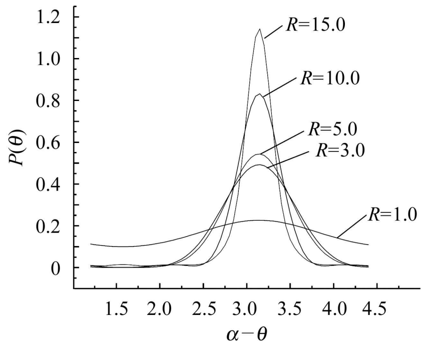

图 3　新的奇非线性相干态 $P(\theta)$ 随 $\alpha-\theta$ 变化曲线

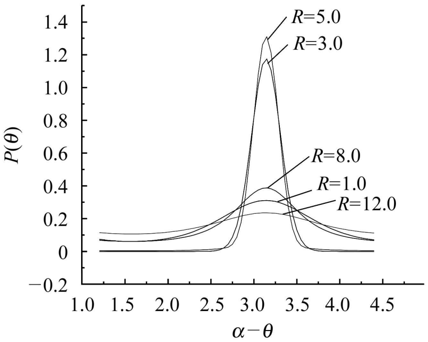

图 4　奇相干态 $P(\theta)$ 随 $\alpha-\theta$ 变化曲线

R 取 1, 3, 5, 8, 12 时, 其 $P(\theta)$ 随 $\alpha-\theta$ 的变化曲线如图4所示. 计算结果表明, 新的奇非线性相干态的位相特性与新的偶非线性相干态的位相特性相似,与通常的奇相干态有截然不同的位相特性.

4　结论

本文引入了一种新的奇偶非线性相干态, 研究了它的位相概率分布函数, 并进行了数值计算, 结果表明这种新的奇偶非线性相干态的位相特性与奇偶相干态位相特性截然不同. 奇偶相干态位相分布函数峰值并不随 R 的增大而不断增大, 而是 R 增大到一定值后峰值反而下降, 当 R 不断增大, 曲线逐渐与横轴接近, 直至呈现零分布, 这一结论与文献[14]一致. 而对于给定的一个Lamb-Dicke参数 η, 新的奇偶非线性相干态位相分布函数峰值却随 R 不断增大而增大. 从(8)式可见当 $f(n)\rightarrow 1$ 时, 本文所定义的新的奇偶非线性相干态即为通常的奇偶相干态. 显然, 奇偶相干态是新的奇偶非线性相干态的一种特例.

参考文献(References)

1 Glauber R J. Phys. Rev., 1963, **131**(6): 2766

2 Klauber J R, Skagerstam B S. Coherent States. Singapore: World Scientific, 1985

3 XIA Y J, GUO G C. Phys. Lett., 1989, **A136**(6): 281

4 XU Z W. HEP & NP, 1999, **23**(5): 436 (in Chinese)
(徐子駿. 高能物理与核物理, 1999, **23**(5): 436)

5 WANG F B, Kiang L M. J. Phys. A: Math. Gen. 1993, **26**: 293

6 Roy B, Roy P. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 1999, **1**: 341

7 Mancini S. Phys. Lett., 1997, **A233**: 291

8 Sivakumar S. Phys. Lett., 1998, **A250**: 257

9 Roy B, Roy P. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2000, **2**: 65

10 Roy B, Roy P. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., 2000, **2**: 505

11 WANG J S, FENG J, LIU T K et al. Acta Phys. Sin., 2002, **51**(11): 2509 (in Chinese)
(王继锁, 冯健, 刘堂昆等. 物理学报, 2002, **51**(11): 2509)

12 Pegg D T, Barnett S M. Phys. Rev., 1989, **A39**(4): 1665

13 Pegg D T, Barnett S M. J. Mod. Opt., 1997, **44**(2): 225

14 GUO Z P, LIU Y H. Acta Sinica Quantum Optica., 2002, **8**(3): 98 (in Chinese)
(郭振平, 刘艳辉. 量子光学学报. 2002, **8**(3): 98)

Statistical Phase Properties of a New Kind of Even and Odd Nonlinear Coherent States

LU Dao-Ming

(Department of Electronic Engineering, Nanping Teachers College, Fujian 354300, China)

Abstract　A new kind of even and odd nonlinear coherent state are defined. Using the numerical method, the statistical phase properties of a new kind of even and odd nonlinear coherent state are studied. It is shown that their phase properties are very different from those of usual even and odd coherent.

Key words　new even and odd coherent states, Pegg-Barnett phase theory, phase probability distribution functions

Received 31 October 2005