

# $\alpha$ 粒子结团结构与 $\pi^-^{24}\text{Mg}$ , $\pi^-^{32}\text{S}$ 弹性散射\*

苏丹丹<sup>1)</sup> 曾国模<sup>2)</sup>

(吉林大学理论物理研究中心 长春 130023)

**摘要** 在 Glauber 多重散射理论框架下, 应用独立  $\alpha$  粒子结团模型, 计算了  $\pi$  介子与  $^{24}\text{Mg}$  和  $^{32}\text{S}$  弹性散射的微分截面, 与实验数据符合很好.

**关键词**  $\alpha$  粒子结团结构 Glauber 多重散射理论  $\pi$ -核弹性散射

## 1 引言

质子数和中子数相等的较轻偶偶核常呈现出  $\alpha$  粒子结团结构, 典型的例子如  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$ , 它们可分别看作三  $\alpha$  和四  $\alpha$  粒子的结团. 文献[1]提出的独立  $\alpha$  粒子结团模型对这种结构给出了很好的描述. 将此模型应用到以具有这种结构的核为靶核的多重散射问题时, 可以  $\alpha$  粒子作为散射中心, 此时各次散射振幅积分均可解析求得, 便于计算. 文献[2, 3]在 Glauber 多重散射理论框架下采用这一模型, 以实验上给出的  $\pi$ - $\alpha$  振幅作为输入量, 计算了  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  和  $\pi$ - $^{16}\text{O}$  弹性散射截面, 得到了很好的结果.

较重的核是否存在类似的  $\alpha$  结团结构是一个很有趣的问题, 近二十年来丰富的  $\pi$  核弹性散射和电荷交换实验为理论分析提供了重要依据. 我们在 Glauber 多重散射理论框架下应用独立  $\alpha$  粒子结团模型, 系统地计算了多个入射能量下  $\pi$ - $^{28}\text{Si}$ ,  $\pi$ - $^{40}\text{Ca}$  弹性散射微分截面<sup>[4, 5]</sup>, 认为这两个核素也呈现出  $\alpha$  粒子结团结构. 本文采用同样的理论方法分析了  $\pi$ - $^{24}\text{Mg}$ ,  $\pi$ - $^{32}\text{S}$  的弹性散射, 讨论了  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{32}\text{S}$  的  $\alpha$  结团结构.

## 2 理论模型

### 2.1 独立 $\alpha$ 粒子结团模型

对于中子数和质子数相等的较轻偶偶核, 可认为由较稳定的  $\alpha$  粒子组成. 各  $\alpha$  粒子间的相互作用比  $\alpha$

粒子内部核子间的作用为弱. 文献[1]假定: 每个  $\alpha$  粒子受到核内其余  $\alpha$  粒子的作用, 可以用一个平均场来等效; 核内  $\alpha$  粒子可以当作玻色子处理.

考虑靶核处于基态的情况, 其波函数可以写为<sup>[1]</sup>

$$\Psi_0(\mathbf{r}) = \Phi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_1)\Phi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_2)\cdots\Phi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_\mu), \quad (1)$$

$\mu$  为靶核中含  $\alpha$  粒子的个数.  $\Phi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r})$  为  $\alpha$  粒子的基态波函数, 可分解为

$$\Phi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}) = R_{00}(r)Y_{00}(\theta, \varphi), \quad (2)$$

式中  $R_{00}(r)$  可用谐振子径向波函数展开, 计算表明仅取  $1s$  和  $2s$  两项就能很好地符合实验给出的  $\alpha$  粒子的形状因子,

$$R_{00}(r) = CO_{10}(r) + DO_{20}(r), \quad (3)$$

$$O_{10}(r) = 2(a^6\pi)^{-1/4}e^{-r^2/2a^2}$$

$$O_{20}(r) = \sqrt{\frac{8}{3}}(a^6\pi)^{-1/4}\left[\frac{3}{2} - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]e^{-r^2/2a^2}, \quad (4)$$

其中  $a$  为谐振子参数, 随原子核中含有  $\alpha$  粒子个数的不同略有变化. 当  $C = -D = 1/\sqrt{2}$  时, 理论与电子散射实验符合最好.

### 2.2 Glauber 散射振幅

在独立  $\alpha$  粒子结团模型下,  $\pi$  核弹性散射振幅在 Glauber 近似下可写为

$$F_{\pi A}(\mathbf{q}) = \frac{ik_{\pi A}}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \Gamma_{00}(\mathbf{b}), \quad (5)$$

\* 国家自然科学基金(10105003), 教育部名牌课创建项目, 吉林大学创新基金和吉林大学百门精品课创建工程资助

1) E-mail: dandsu@gmail.com

2) E-mail: gmzeng@jlu.edu.cn

其中  $k_{\pi A}$  为  $\pi$  核质心系中  $\pi$  介子的入射动量,  $\Gamma_{00}(\mathbf{b})$  为靶核的剖面函数

$$\Gamma_{00}(\mathbf{b}) = \int \left\{ 1 - \prod_{i=1}^{\mu} [1 - \gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)] \right\} |\Psi_0|^2 d\mathbf{r}_1 \cdots d\mathbf{r}_{\mu},$$

$$\gamma(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i k_{\pi\alpha}} \int e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}} f(q') d^2 q', \quad (6)$$

其中  $f(q)$  使用实验测得的  $\pi$ - $\alpha$  弹性散射振幅<sup>[6]</sup>. 这样真实的  $\pi$  吸收效应, 费米运动修正, 自旋效应修正等都能在一定程度上自动包括进来. 而且由于  $\alpha$  粒子间的结合能比核子间的结合能弱, 所以冲量近似更容易得到满足.

$\pi$ - $\alpha$  弹性散射振幅的参数化的表达式为

$$f(q) = f(0) \left( 1 - \frac{q^2}{t_1} \right) \left( 1 - \frac{q^2}{t_2} \right) e^{-R'^2_s q^2 / 6},$$

$$f(0) = \frac{ik_{\pi\alpha}\sigma}{4\pi} (1 - i\rho). \quad (7)$$

把式 (1—4), (6), (7) 代入 Glauber 散射振幅 (5) 中得

$$F_{\pi A}(\mathbf{q}) = \sum_{j=0}^{\mu} F_{\pi A}^{(j)}(\mathbf{q}), \quad (8)$$

$$F_{\pi A}^{(j)}(\mathbf{q}) = (-1)^{j+1} \frac{\mu!}{(\mu-j)!j!} \left[ \frac{f(0)}{8i\pi k_{\pi\alpha} r_0^2} \right]^j \frac{2ik_{\pi A} r_0^2}{j} \times$$

$$\sum_{m=0,2,4,\dots}^{8j} \left( \frac{2r_0}{\sqrt{j}} \right)^m D_m^{(j)} \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right) \times$$

$${}_1F_1\left(\frac{m}{2} + 1, 1, -\frac{r_0^2 q^2}{j}\right). \quad (9)$$

考虑到质心修正, 尚需在上式中乘以因子  $e^{q^2/4\mu a^2}$ <sup>[7]</sup>.

### 3 计算结果和结论

图 1 为  $T_{\pi} = 180\text{MeV}$  时  $\pi^{-24}\text{Mg}$  弹性散射的角分布, 由图可见, 我们的理论计算与实验的符合程度远远好于二级光学模型的计算<sup>[8]</sup>. 特别是散射角在  $70^\circ$  以下时理论曲线与实验几乎完全一致, 只是在大角度部分, 理论曲线略高于实验分布. 考虑到我们的理论模型的出发点, 这一结果表明,  $^{24}\text{Mg}$  也具有  $\alpha$  粒子结团结构. 图 2 为  $\pi^{+24}\text{Mg}$  弹性散射的角分布, 由于没有  $\pi^{+}\alpha$  振幅的实验数据可资利用, 所以采用  $\pi^{-}\alpha$  振幅作为输入量, 故理论曲线与图 1 完全相同. 理论与实验的符合程度与图 1 相比略有偏差, 但仍然符合很好, 说明库仑相互作用对该能量下的  $\pi^{-24}\text{Mg}$  弹性散射影响较小.

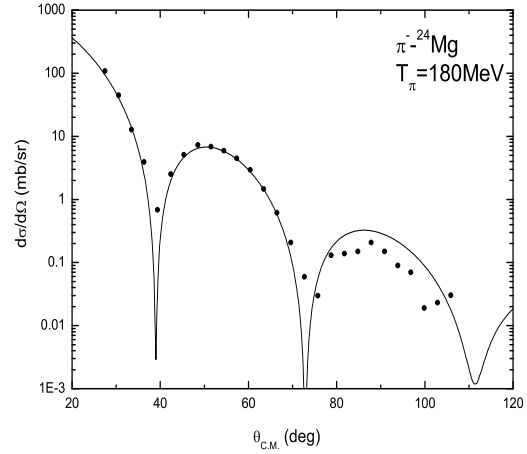


图 1  $\pi^{-24}\text{Mg}$  微分散射截面  
实线为理论计算结果, 实点为实验值<sup>[8]</sup>.

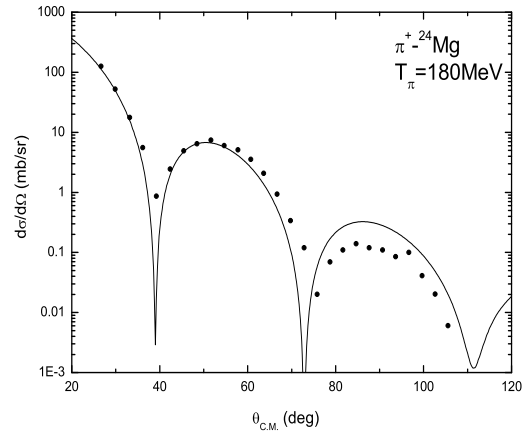


图 2  $\pi^{+24}\text{Mg}$  微分散射截面  
实线为理论计算结果, 实点为实验值<sup>[8]</sup>.

图 3 为  $T_{\pi} = 50\text{MeV}$  时  $\pi^{-32}\text{S}$  弹性散射的角分布, 由图可见, 理论曲线与实验符合较好, 峰和谷的位置大体相符, 小角度时与实验符合很好. 图 4 中把图 3 的计算结果与  $\pi^{+32}\text{S}$  弹性散射的实验数据进行对比, 理论曲线与实验符合得比  $\pi^{-32}\text{S}$  散射还要好, 这可能是因为没顾及库仑相互作用造成的.

综上所述, 在 Glauber 多重散射理论框架下, 利用独立  $\alpha$  粒子结团模型分别对  $180\text{MeV}$  和  $50\text{MeV}$  下  $\pi^{-24}\text{Mg}$  和  $\pi^{-32}\text{S}$  的弹性散射截面做了计算. 理论曲线与实验符合很好, 初步表明这两个核素也呈现出  $\alpha$  粒子结团结构. 更明确的结论还有待于实验上提供其他入射能量下  $\pi^{-24}\text{Mg}$  和  $\pi^{-32}\text{S}$  弹性散射的角分布, 和作为输入量的  $\pi^{+}\alpha$  弹性散射振幅的数据. 在理论上我们还将考虑库仑散射的贡献, 以使计算更加准确.

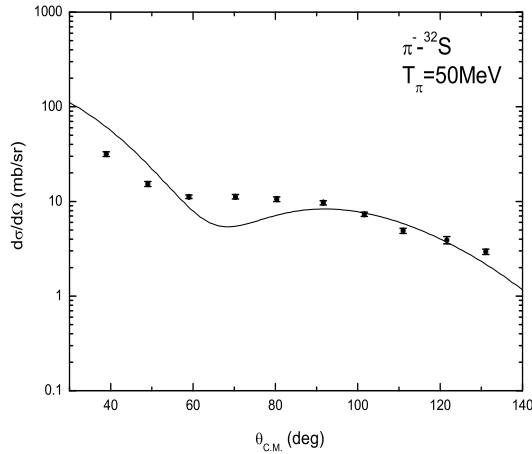


图3  $\pi^-$ - $^{32}\text{S}$  微分散射截面  
实线为理论计算结果, 实点为实验值<sup>[9]</sup>.

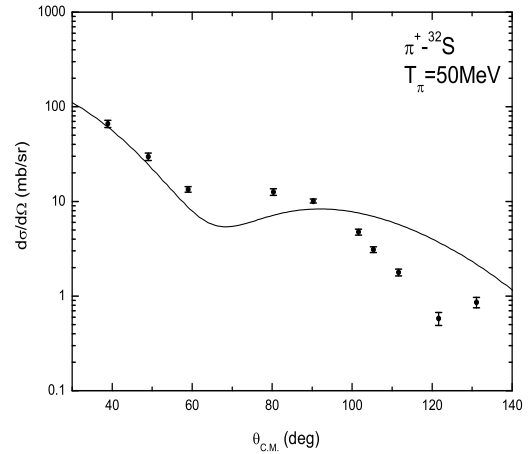


图4  $\pi^+$ - $^{32}\text{S}$  微分散射截面  
实线为理论计算结果, 实点为实验值<sup>[9]</sup>.

### 参考文献 (References)

- LI Qing-Run, CHEN Sheng-Zhong, ZHAO En-Guang. HEP & NP, 1981, **5**: 531—536 (in Chinese)  
(李清润, 陈生忠, 赵恩广. 高能物理与核物理, 1981, **5**: 531—536)
- LI Qing-Run, CHEN Sheng-Zhong, ZHAO En-Guang. HEP & NP, 1981, **5**: 641—647 (in Chinese)  
(李清润, 陈生忠, 赵恩广. 高能物理与核物理, 1981, **5**: 641—647)
- LI Qing-Run, CHEN Sheng-Zhong, ZHAO En-Guang. Nucl. Phys., 1982, **A384**: 466—474
- ZENG Guo-Mo, SU Dan-Dan, submitted to PRC
- ZENG Guo-Mo, SU Dan-Dan, submitted to PRC
- Binon F, Duteil P, Gouanere M et al. Nucl. Phys., 1978, **A298**: 499—529
- LIU Xian-Hui, ZHANG Yu-Shun, LI Yang-Guo. HEP & NP, 1979, **3**: 484—493 (in Chinese)  
(刘宪辉, 张禹顺, 李扬国. 高能物理与核物理, 1979, **3**: 484—493)
- Wiedner C A, Nolen J A Jr, Saathoff W et al. Phys. Lett., 1978, **78B**: 26—30
- Sobie R J, Drake T E, Erdman K L et al. Phys. Rev., 1984, **C30**: 1612—1621

## $\alpha$ -Particle Cluster Structure and $\pi$ - $^{24}\text{Mg}$ , $\pi$ - $^{32}\text{S}$ Elastic Scattering\*

SU Dan-Dan<sup>1)</sup> ZENG Guo-Mo<sup>2)</sup>

(Center for Theoretical Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)

**Abstract** The cross sections of elastic scattering of pion on  $^{24}\text{Mg}$  and  $^{32}\text{S}$  are calculated on the basis of the independent  $\alpha$ -particle cluster model in the frame of the Glauber multiple scattering theory. The calculated results are in good agreement with the experimental data.

**Key words**  $\alpha$ -particle cluster structure, Glauber multiple scattering theory, pion-nuclei elastic scattering

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10105003), Project of Establish of Prestigious Curriculum of Education Ministry of China, Fund of Inauguration of Jilin University and Project of Establish of Hundred Prestigious Curriculum in Jilin University

1) E-mail: dandsu@gmail.com

2) E-mail: gmzeng@jlu.edu.cn