

# 推导能量无关 N-N 介子交换势的 折线图方法<sup>1)</sup> (I) 理论

厉 光 烈

(中国科学院高能物理研究所)

黄金贵 郭子斯

(美国纽约州立大学石溪分校物理系)

## 摘 要

本文提出了一种推导能量无关 N-N 介子交换势的折线图方法。由此得到的能量无关 N-N 介子交换势不仅包括不可约图的贡献，而且包括介子折线图的贡献。并证明了所有的拉长图都不包括在这个势中。

## 一、问题的提出

核子-核子 (N-N) 相互作用一直是原子核物理中一个基本的研究课题。目前，一般认为<sup>[1,2]</sup> N-N 相互作用的中、长程部份主要通过交换各种介子，而短程部份除了通过交换介子外可能还要涉及到核子内部的夸克结构，也就是说要考虑到夸克之间交换胶子的相互作用。但是，由于原子核是一个多核子系统，直接用这样的 N-N 相互作用图象去解释原子核的各种性质是相当困难的，因此为了避免多体方法上的困难在原子核物理中习惯于用 N-N 相互作用势(以下简称  $V_{N-N}$ ) 来描写 N-N 相互作用。于是，如何由上述的 N-N 相互作用图象导出在原子核物理中可以应用的  $V_{N-N}$  就成为原子核理论中一个活跃的研究课题<sup>[1-3]</sup>。

为简单起见，本文暂不涉及核子的夸克结构，只讨论在非相对论情况下核子之间交换

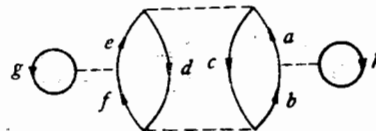


图 1

<sup>1)</sup> 本工作在 1981 年美国物理学会巴尔的摩会议上报告过。一篇研究简报已经发表在 Phys. Rev. C 上。在那篇简报中我们用图形方法简单地介绍了我们的基本想法。本文又提出了一种分解 T 矩阵元的解析方法，用这种方法我们比较详细地论述了我们的理论，并给出了一些数值计算结果。

本文 1982 年 4 月 22 日收到。

各种介子的相互作用。通常由这样的 N-N 相互作用图象导出  $V_{N-N}$  有两种方法：一种是从介子-核子相互作用哈密顿量出发，在微扰理论中逐级算出核子-核子跃迁矩阵( $T$  矩阵)，然后通过 Lippman-Schwinger 方程(以下简称 L-S 方程)由得到的  $T$  矩阵导出  $V_{N-N}$ 。例如单  $\pi$  交换势 (OPEP)<sup>[3]</sup>、双  $\pi$  交换势 (TPEP)<sup>[4]</sup> 和单玻色交换势 (OBEP)<sup>[5]</sup> 等。另一种是半唯象方法。例如巴黎势<sup>[6]</sup>，就是先利用色散关系和交叉对称性将  $T$  矩阵表示为 OPEP 和一些谱函数的积分，然后由  $\pi\pi$  和  $\pi N$  相移等实验数据定出其中的谱函数，最后通过 L-S 方程由得到的  $T$  矩阵导出  $V_{N-N}$ 。虽然用这两种方法得到的  $V_{N-N}$  可以相当好地符合核子-核子散射相移和氦核结合能，但是将其应用到核多体计算中就会遇到一些问题：(1) 这样得到的  $V_{N-N}$  一般是能量有关的。例如，在计算图 1 时，由这样的  $V_{N-N}$  给出的矩阵元  $\langle ah | V_{N-N} | bh \rangle$  不仅与状态  $a$ 、 $b$  和  $h$  有关，而且与状态  $c$ 、 $d$  和  $f$  有关，这样会使计算变得相当麻烦。(2) 在核多体计算中必须考虑到泡利阻塞效应的影响。上述的  $V_{N-N}$  在考虑了泡利阻塞效应引起的修正以后就会变得与原子核的质量数  $A$  有关，即对不同的原子核要用不同的  $V_{N-N}$ 。(3) 在核多体计算中经常要用到初、末态能量不守恒的相互作用势矩阵元，就是在 N-N 散射的 L-S 方程的叠代项中我们也会遇到这类矩阵元。可是通常核力介子交换理论用费曼图规则算出的  $V_{N-N}$  矩阵元严格地讲只是初、末态能量守恒的矩阵元，究竟如何由此理论比较合理地给出初、末态能量不守恒的  $V_{N-N}$  矩阵元一直是一个尚待研究清楚的问题。本文试图对上述这些问题作一些探讨。

在第二节中，我们首先引入一个能量有关的  $\mathcal{S}(E)$  矩阵。然后从要求  $V_{N-N}$  和核力介子交换理论给出相同的半在能壳上  $\mathcal{S}(E)$  矩阵元出发，借助于一些辅助  $T$  矩阵由 L-S 方程导出了一个能量无关的  $V_{N-N}$ <sup>[7]</sup>。由于在这个  $V_{N-N}$  中包含有与这些辅助  $T$  矩阵有关的介子折线图<sup>[8]</sup>，因此将其用在核多体计算中可以不必考虑到泡利阻塞效应的影响<sup>[11]</sup>。在第三节中，我们给出几点结论。

## 二、基本理论

### (一) 可约 $T$ 矩阵

由  $S$  矩阵的微扰展开式可以给出  $T$  矩阵的一般定义如下：

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} T^{(n)} \quad (1)$$

其中，

$$T^{(n)} = (-i)^{n-1} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_{n-1} H_i(0) H_i(t_1) \cdots H_i(t_{n-1}) \quad (2)$$

这里  $H_i(t) = \int d^3x \mathcal{H}_i(\mathbf{x}, t)$ ，式中  $\mathcal{H}_i(\mathbf{x}, t)$  是相互作用哈密顿密度。例如，对标量

1) 应当指出，Johnson<sup>[9]</sup> 也提出了一种推导能量无关 N-N 介子交换势的折线图方法。他的出发点是认为能量无关的相互作用势应该是瞬时的，因此他用分别折叠二条核子线的折线图方法<sup>[10]</sup>将延迟的交换介子的相互作用拉平为瞬时的以给出能量无关的相互作用势。后面将会看到，我们的出发点和所用的折线图方法与他是完全不同的。

介子-核子  
进一步  
效的半在

其中，

这里  $E_i$  是  
哈密顿量。

$T$  矩阵  
本文中讨论  
其他非 N  
图 2(i) 所  
时因子  $\sum_{\sigma=0}^{k\sigma_0}$

核子)代替  
图代替。

在图 2  
阵元  $\langle f | T | i \rangle$   
式，可将其

这里中间态  
通过能量作  
可约  $T$  矩阵

1) 以下用

方法: 一种  
矩阵( $T$ 矩  
导出  $V_{N-N}$   
)<sup>[5]</sup> 等. 另  
矩阵表示为  
函数, 最后  
可以相当好  
遇到一些问  
的  $V_{N-N}$  给  
有关, 这样  
句. 上述的  
手关, 即对  
量不守恒的  
到这类矩阵  
并非只是初、末  
的  $V_{N-N}$  矩  
.  
 $V_{N-N}$  和核力  
矩阵由 L-  
助  $T$  矩阵有  
立的影响<sup>[11]</sup>

介子-核子耦合相互作用,  $\mathcal{H}_i(\mathbf{x}, t) = (4\pi)^{1/2} g_s \bar{\psi} \phi \psi_s$ .

进一步, 在绝热近似下对 (2) 式中所有时间坐标积分, 我们可以将  $T$  矩阵元用一个等效的半在能壳上  $\mathcal{F}(E)$  矩阵元来表示:

$$\langle f|T|i\rangle = \langle f|\mathcal{F}(E_i)|i\rangle \quad (3)$$

其中,

$$\mathcal{F}(E) = \sum_{n=\text{偶数}} \mathcal{F}^{(n)}(E_i) \quad (4)$$

$$\mathcal{F}^{(n)}(E_i) = H_i \left( \frac{1}{E_i - H_0 + i\varepsilon} H_i \right)^{n-1} \quad (5)$$

这里  $E_i$  是哈密顿量  $H_0$  在初态  $|i\rangle$  上的本征值;  $H_i$  是在 Schrödinger 表象中的相互作用哈密顿量.

$T$  矩阵元也可以用编时费曼图来表示 (见图 2). 之所以要用编时费曼图, 是因为在本文中讨论 N-N 散射时我们将取模型空间使其只包括单纯二核子态, 而把所有散射到其他非 N-N 道的过程都包括在相互作用势中, 这样我们就必须把核子线和反核子线像图 2(i) 所示那样分开来处理. 在这种情况下, 旋量场的费曼传播子  $S_F(x-x')$  将被编时因子  $\sum_{\substack{\mathbf{k}\mathbf{k}_0=\mathbf{E}\mathbf{k} \\ \sigma=1,2}} u_{\mathbf{k}\sigma} \bar{u}_{\mathbf{k}_0\sigma} e^{i\mathbf{k}(x-x')}\theta(t-t')$  (对核子) 或  $\sum_{\substack{\mathbf{k}\mathbf{k}_0=\mathbf{E}\mathbf{k} \\ \sigma=1,2}} (-1) v_{\mathbf{k}\sigma} \bar{v}_{\mathbf{k}_0\sigma} e^{-i\mathbf{k}(x-x')}\theta(t-t')$  (对反

核子) 代替, 顶角处将只要求动量守恒, 能量可以不守恒. 因此, 一般费曼图将为编时费曼图代替. 这些编时费曼图可以直接利用 (5) 式插入适当的中间态来计算.

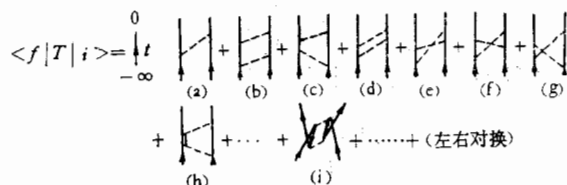


图 2 矩阵元  $\langle f|T|i\rangle$  的编时费曼图

在图 2 中 (b) 和 (c) 都包含有单纯二核子态的中间态, 通常称这类图为可约图. 在矩阵元  $\langle f|T^{(4)}|i\rangle$  中一共有四个这样的图, 下面用  $\langle f|T^{(2+2)}|i\rangle$  来标记它们. 利用 (3)–(5) 式, 可将其写成

$$\langle f|T^{(2+2)}|i\rangle = \langle f|\mathcal{F}^{(2+2)}(E_i)|i\rangle \quad (6)$$

$$= \sum_m \langle f|\mathcal{F}^{(2)}(E_i)|m\rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\varepsilon} \langle m|\mathcal{F}^{(2)}(E_i)|i\rangle \quad (7)$$

这里中间态  $|m\rangle$  只包含单纯二核子态<sup>1)</sup>. (7) 式表明, 矩阵元  $\langle f|T^{(2+2)}|i\rangle$  可约化为中间通过能量传播子  $1/(E_i - H_0 + i\varepsilon)$  相联系的两个  $\mathcal{F}^{(2)}(E_i)$  矩阵元. 因此, 我们称其为可约  $T$  矩阵元. 一般地讲, 我们可以定义一个可约  $T$  矩阵  $T^{(n_1+n_2)}$ :

1) 以下用  $m$  或  $m'$  标记的态均系单纯二核子态.

列如, 对标  
出发点是为  
交换介子的相  
线图方法与

$$T^{(n_1+n_2)} = \sum_m (-i)^{n_1+n_2-1} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{n_1+n_2-2}} dt_{n_1+n_2-1} H_i(0)H_i(t_1) \cdots H_i(t_{n_1-1}) |m\rangle \langle m| H_i(t_{n_1})H_i(t_{n_1+1}) \cdots H_i(t_{n_1+n_2-1}) \quad (8)$$

使其矩阵元可以写成

$$\langle f|T^{(n_1+n_2)}|i\rangle = \langle f|\mathcal{F}^{(n_1+n_2)}(E_i)|i\rangle \quad (9)$$

其中,

$$\mathcal{F}^{(n_1+n_2)}(E) = \sum_m \mathcal{F}^{(n_1)}(E) \frac{|m\rangle\langle m|}{E - E_m + i\epsilon} \mathcal{F}^{(n_2)}(E) \quad (10)$$

在下面(二)中我们将要用到这一公式.

### (二) 能量有关的 $V_{N-N}$

现在我们要找到一个  $V_{N-N}$ , 使得当两个核子通过这个  $V_{N-N}$  相互作用时由 L-S 方程

$$\bar{\mathcal{F}}(E) = V_{N-N} \left( 1 + \frac{i}{E - H_0 + i\epsilon} \bar{\mathcal{F}}(E) \right) \quad (11)$$

给出的  $\bar{\mathcal{F}}(E)$  矩阵与核力介子交换理论给出的  $\mathcal{F}(E)$  矩阵有相同的半在能壳上矩阵元:

$$\langle f|\bar{\mathcal{F}}(E_i)|i\rangle = \langle f|\mathcal{F}(E_i)|i\rangle \quad (12)$$

这样由  $V_{N-N}$  给出的 N-N 散射相移和原子核基态能量就会与核力介子交换理论给出的完全相同<sup>[10]</sup>.

为了得到这样的  $V_{N-N}$ , 让我们先来讨论  $T$  矩阵元只包括梯形图的简单情况 (见图 3).

$$\begin{aligned} \langle f|T_i|i\rangle &= \int_{-\infty}^0 dt \left( \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} + \text{Diagram 5} \right) \\ &+ \text{Diagram 6} + \text{Diagram 7} + \cdots + (\text{左右对换}) \\ &= \langle f|T_i^{(ir)}|i\rangle + \langle f|T_i^{(ro)}|i\rangle \\ \langle f|T_i^{(ir)}|i\rangle &= \int_{-\infty}^0 dt \left( \text{Diagram 8} + \text{Diagram 9} + \cdots + (\text{左右对换}) \right) \\ \langle f|T_i^{(ro)}|i\rangle &= \int_{-\infty}^0 dt \left( \text{Diagram 10} + \text{Diagram 11} + \cdots + (\text{左右对换}) \right) \end{aligned}$$

图 3 矩阵元  $\langle f|T|i\rangle$  中的梯形图(其中,  $\langle f|T_i|i\rangle$  表示  $\langle f|T|i\rangle$  中的全部梯形图,  $\langle f|T_i^{(ir)}|i\rangle$  和  $\langle f|T_i^{(ro)}|i\rangle$  分别表示不可约和可约梯形图)

利用(3)式,图3中的图形方程可以改写成

$$\langle f|\mathcal{F}_i(E_i)|i\rangle = \langle f|\mathcal{F}_i^{(ir)}(E_i)|i\rangle + \langle f|\mathcal{F}_i^{(ro)}(E_i)|i\rangle \quad (13)$$

其中  $\langle f|\mathcal{F}_i^{(ro)}(E_i)|i\rangle$  又可利用(10)式改写为

于是,

类化

其中与  
式知

显见,对  
离能壳矩  
 $V_{N-N}$  就  
用在初态  
( $E$ ) 来标  
所作用的  
程的解.

(三)

为了  
矩阵  $T^{(n)}$   
1. 叠代  $T$

与  $T^{(n_1+n_2)}$   
元来表示:  
只  
作坐标变  
量只

$$\langle f | \mathcal{F}_i^{(r)}(E_i) | i \rangle = \sum_m \langle f | \mathcal{F}_i^{(ir)}(E_i) | m \rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m | \mathcal{F}_i(E_i) | i \rangle \quad (14)$$

于是,

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}_i(E_i) | i \rangle &= \langle f | \mathcal{F}_i^{(ir)}(E_i) | i \rangle + \sum_m \langle f | \mathcal{F}_i^{(ir)}(E_i) | m \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m | \mathcal{F}_i(E_i) | i \rangle \end{aligned} \quad (15)$$

类似地, 对图 2 中的全部 T 矩阵元, 我们有

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}(E_i) | i \rangle &= \langle f | \mathcal{F}^{(ir)}(E_i) | i \rangle + \sum_m \langle f | \mathcal{F}^{(ir)}(E_i) | m \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m | \mathcal{F}(E_i) | i \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

其中与  $\langle f | \mathcal{F}^{(ir)}(E_i) | i \rangle$  相对应的  $\langle f | T^{(ir)} | i \rangle$  表示图 2 中的全部不可约图. 而由 (11) 式知

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{F}(E_i) | i \rangle &= \langle f | V_{N-N} | i \rangle + \sum_m \langle f | V_{N-N} | m \rangle \\ &\quad \times \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m | \mathcal{F}(E_i) | i \rangle \end{aligned} \quad (17)$$

显见, 对相同的初态  $|i\rangle$ , 在条件 (12) 成立的情况下  $\mathcal{F}^{(ir)}(E_i)$  和  $V_{N-N}$  给出相同的半离能壳矩阵元, 因此可以把  $\mathcal{F}^{(ir)}(E_i)$  看作是  $V_{N-N}$ . 实际上在核力介子交换理论中  $V_{N-N}$  就是用这些不可约图来表示的<sup>[2]</sup>. 但是应当指出, 这样得到的  $V_{N-N}$ , 不管是否作用在初态上, 都将和初态能量  $E_i$  有关, 因此我们说它是能量有关的. 以后我们将用  $V_{N-N}^P(E)$  来标记它. 照理, 出现在 L-S 方程中的  $V_{N-N}$  作为一个算符, 其矩阵元应当只与它所作用的状态的量子数有关. 因此, 严格地讲,  $V_{N-N}^P(E)$  并不是我们期望得到的 L-S 方程的解.

### (三) 辅助 T 矩阵

为了得到所期望的 L-S 方程的解, 即能量无关的  $V_{N-N}$ . 我们先引入两个与可约 T 矩阵  $T^{(n_1+n_2)}$  有关的辅助 T 矩阵: 叠代 T 矩阵  $T^{(n_1 \times n_2)}$  和折线 T 矩阵  $T^{(n_1, n_2)}$ .

#### 1. 叠代 T 矩阵:

$$\begin{aligned} T^{(n_1 \times n_2)} &= \sum_m (-i)^{n_1+n_2-1} \int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdots \int_{-\infty}^{t_{n_1-2}} dt_{n_1-1} \int_{-\infty}^0 dt_{n_1} \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{t_{n_1}} dt_{n_1+1} \cdots \int_{-\infty}^{t_{n_1+n_2-2}} dt_{n_1+n_2-1} \end{aligned}$$

$$H_i(0)H_i(t_1) \cdots H_i(t_{n_1-1}) | m \rangle \langle m | H_i(t_{n_1})H_i(t_{n_1+1}) \cdots H_i(t_{n_1+n_2-1}) \quad (18)$$

与  $T^{(n_1+n_2)}$  类似,  $T^{(n_1 \times n_2)}$  的矩阵元也可以用一个等效的半在能壳上  $\mathcal{F}^{(n_1 \times n_2)}(E)$  矩阵元来表示:

$$\langle f | T^{(n_1 \times n_2)} | i \rangle = \langle f | \mathcal{F}^{(n_1 \times n_2)}(E_i) | i \rangle \quad (19)$$

作坐标变换:  $t_i = t_i \quad i = 1, 2, \cdots, n_1$

且只:  $t_i = t_i - t_{n_1} \quad i = n_1 + 1, n_1 + 2, \cdots, n_1 + n_2 - 1$

然后在绝热近似下对(18)式中所有新的时间坐标积分,我们得到

$$\mathcal{F}^{(n_1 \times n_2)}(E_i) = \sum_m \mathcal{F}^{(n_1)}(E_m) \frac{|m\rangle\langle m|}{E_i - E_m + i\epsilon} \mathcal{F}^{(n_2)}(E_i) \quad (20)$$

注意在  $\mathcal{F}^{(n_1+n_2)}(E_i)$  中  $\mathcal{F}^{(n_1)}(E_i)$  是与  $E_i$  有关的,而在  $\mathcal{F}^{(n_1 \times n_2)}(E_i)$  中  $\mathcal{F}^{(n_1)}(E_m)$  是与  $E_i$  无关的.正是由于这种差别,在前面(二)中,我们把  $\mathcal{F}^{(n_1+n_2)}(E_i)$  的矩阵元看作是 L-S 方程中的叠代项,结果得到能量有关的  $V_{N-N}$ ,在后面(四)中,我们将把  $\mathcal{F}^{(n_1 \times n_2)}(E_i)$  的矩阵元看作是 L-S 方程中的叠代项,结果便会得到能量无关的  $V_{N-N}$ .

2. 折线  $T$  矩阵:

$$T^{(n_1, \int n_2)} = T^{(n_1 \times n_2)} - T^{(n_1+n_2)} \quad (21)$$

类似地,可以定义一个  $\mathcal{F}^{(n_1, \int n_2)}(E)$  矩阵,使得

$$\langle f | T^{(n_1, \int n_2)} | i \rangle = \langle f | \mathcal{F}^{(n_1, \int n_2)}(E_i) | i \rangle \quad (22)$$

与  $T$  矩阵元一样,这些辅助  $T$  矩阵元也可以用编时费曼图来表示.图4中的(a)、(b)和(c)分别给出了与矩阵元  $\langle f | T^{(2+2)} | i \rangle$ 、 $\langle f | T^{(2 \times 2)} | i \rangle$  和  $\langle f | T^{(2, \int 2)} | i \rangle$  相应的编时费曼

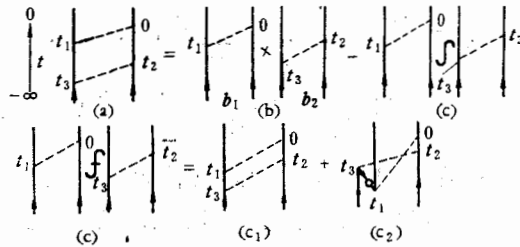


图4 矩阵元  $\langle f | T^{(2+2)} | i \rangle$ 、 $\langle f | T^{(2 \times 2)} | i \rangle$  和  $\langle f | T^{(2, \int 2)} | i \rangle$  的编时费曼图

图.由(8)、(18)和(21)式可以看到,这些编时费曼图的区别就在于时间积分限不同:在图(a)中时间积分限是  $\int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3$ ;在图(b)和(c)中分别是  $\int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3$  和  $\int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{t_1}^0 dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3$ . 由于在(b)中  $t_2$  的积分上限是0,因此可将其表示为  $(b_1) \times (b_2)$ ,这里符号“ $\times$ ”表示  $(b_1)$  和  $(b_2)$  通过能量传播子  $1/(E - H_0 + i\epsilon)$  相联系.但是,与(a)不同,这里  $(b_1)$  和  $(b_2)$  都是真正的  $T^{(2)}$  矩阵元,因此  $(b_1)$  只与中间态  $|m\rangle$  的能量  $E_m$  有关,与初态能量  $E_i$  无关.(c) = (b) - (a),被称为介子折线图<sup>[10]</sup>.它与 Kuo、Lee 和 Ratcliff<sup>[12]</sup> 所定义的折线图在细节上有重要的区别:(1)在一般情况下,介子折线图是一些折线图和非折线图的和.例如在图4中  $(c) = (c_1) + (c_2)$ ,其中  $(c_1)$  和  $(c_2)$  分别有时积分限  $\int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{t_1}^0 dt_2 \int_{-\infty}^{t_2} dt_3$  和  $\int_{-\infty}^0 dt_1 \int_{t_1}^0 dt_2 \int_{t_1}^{t_2} dt_3$ .  $(c_1)$  实际上就是不可约图中的拉长图(即图2(d)),并不是折线图.  $(c_2)$  才是折线图.在  $(c_2)$  中从  $t_3$  到  $t_1$  的核子线虽然箭头向下,但并不是一条反核子线,而是一条折叠的核子线,像在文献[12]中一样我们使用一个小圆圈来标记它以示区别;(2)在 Kuo、Lee 和 Ratcliff 所定义的折线图中表示相互作用的线是瞬时的,而在介子折线图中表示相互作用的线是延迟的.另外,由于我们只讨论核子-核子相互作用,取模型空间只包括单纯二核子态,因此只有核子线可被折叠,介子线、反核子线及其他非核子线均不可折叠.折线图的计算方法与非折线图大致相同,只是

在能量传

(四)

现在

出满足条

由(1)

为了便于

标记  $\sum_m$

其中可约核  
矩阵元分解

$\langle f | \mathcal{F}$

$\times$

$\langle f | \mathcal{F}$

将这些展开

$\langle f | \mathcal{F}$

在能量传播子中  $H_0$  的本征值对核子线取正值而对折叠核子线则取负值。

(20)

#### (四) 能量无关的 $V_{N-N}$

现在,借助于(三)中定义的辅助  $T$  矩阵,由核力介子交换理论给出的  $\mathcal{S}(E)$  矩阵导出满足条件(12)的能量无关的  $V_{N-N}$ 。

由(16)式,  $\langle f|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle$  可展开成

$$\langle f|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle = \langle f|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|i\rangle + \sum_m \langle f|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|m\rangle$$

$$\times \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|i\rangle$$

$$+ \sum_{mm'} \langle f|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|m\rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|m'\rangle$$

$$\times \frac{1}{E_i - E_{m'} + i\epsilon} \langle m'|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|i\rangle + \dots \quad (23)$$

为了便于讨论,下面用  $\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_i)|i\rangle$  标记  $\langle f|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|i\rangle$ , 用  $\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle$  标记  $\sum_m \langle f|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|m\rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(ir)}(E_i)|i\rangle$  等。于是,上式变为

$$\langle f|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle = \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_i)|i\rangle + \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle + \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle + \dots \quad (24)$$

其中可约矩阵元  $\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle$ 、 $\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle$  等可用(三)中定义的辅助  $T$  矩阵元分解为

$$\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle = \sum_m \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_m)|m\rangle$$

$$\times \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_i)|i\rangle - \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma)}(E_i)|i\rangle$$

$$\langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle = \sum_m \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_m)|m\rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(\Sigma+\Sigma)}(E_i)|i\rangle$$

$$- \sum_m \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma)}(E_m)|m\rangle \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_i)|i\rangle + \langle f|\mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma\Sigma)}(E_i)|i\rangle$$

⋮

将这些展开式代入(24)式中,我们得到

$$\langle f|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle = \sum_m \langle f|[ \mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_m) - \mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma)}(E_m) + \mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma\Sigma)}(E_m) - \dots ]|m\rangle$$

$$\times \left( \delta_{mi} + \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle \right)$$

$$= \sum_m \langle f|[ [ T^{(\Sigma)} - T^{(\Sigma\Sigma)} + T^{(\Sigma\Sigma\Sigma)} - \dots ]|m\rangle$$

$$\times \left( \delta_{mi} + \frac{1}{E_i - E_m + i\epsilon} \langle m|\mathcal{S}(E_i)|i\rangle \right) \quad (25)$$

$\mathcal{S}^{(n)}(E_m)$   
的矩阵元看  
我们将把  
的  $V_{N-N}$ 。

(21)

(22)

的(a)、(b)  
的编时费曼

很不同:在图

$\int_{-\infty}^{t_2} dt_1$

为  $(b_1) \times$

关系。但是

$|m\rangle$  的能量

与  $Kuo$ 、 $Lo$

子折线图是

和  $(c_2)$  分别

可约图中的

核子线虽然

一样我们用

中表示相互

于我们只说

被折叠,介子

敌相同,只是

其中  $T^{(\Sigma)}$  就是(二)中的  $T^{(n)}$ ,  $T^{(\Sigma)}$  和  $T^{(\Sigma\Sigma\Sigma)}$  分别是与  $\mathcal{S}^{(\Sigma)}(E_i)$  和  $\mathcal{S}^{(\Sigma\Sigma\Sigma)}(E_i)$  相对应的折线  $T$  矩阵.

将(25)式与(17)式相比较可以发现

$$V_{N-N}^I = T^{(\Sigma)} - T^{(\Sigma\Sigma)} + T^{(\Sigma\Sigma\Sigma)} - \dots \quad (26)$$

就是满足条件(12)的能量无关的  $V_{N-N}$ . 由(26)式可以看到,  $V_{N-N}^I$  中不仅包括不可约图的贡献,而且包括介子折线图的贡献. 前面我们已经指出,介子折线图 4(c) 中的  $(c_1)$  就是不可约图中的拉长图 2(d), 因此它们在  $V_{N-N}^I$  中相互抵消而不出现. 由此类推之, 所有类似于图 2(d) 的拉长图都将不出现在  $V_{N-N}^I$  中.

### 三、结 论

在第二节中, 我们从要求  $V_{N-N}$  和核力介子交换理论给出相同的半离能壳  $\mathcal{S}(E)$  矩阵元出发, 首先由 L-S 方程导出了只包含不可约图的能量有关的 N-N 介子交换势  $V_{N-N}^D(E)$ ; 然后借助于一些辅助  $T$  矩阵又导出了既包含不可约图又包含介子折线图的能量无关的 N-N 介子交换势  $V_{N-N}^I$ , 并证明了所有类似于图 2(d) 的拉长图都将不出现在  $V_{N-N}^I$  中.

从第二节的讨论中可以看到: (1) 通常核力介子交换理论给出的 N-N 相互作用势实际上就相当于我们得到的  $V_{N-N}^D(E)$ . 它是与能量有关的. 在第一节中已经指出, 这样的势很难应用于核多体计算中. 但是, 换成我们得到的  $V_{N-N}^I$  就不会有那样的困难, 这是因为  $V_{N-N}^I$  是能量无关的, 其矩阵元只与它所作用的状态的量子数有关. (2) 在第二节中导出  $V_{N-N}^D(E)$  时对中间态  $|m\rangle$  除了要求其必须为单纯两核子态外未加任何别的限制, 而在将其应用于核多体计算中时必须考虑到泡利阻塞效应的影响. 在第一节中已经指出, 在考虑了泡利阻塞效应引起的修正以后, 这样的势就会变得与原子核的质量数  $A$  有关, 即对不同的原子核要用不同的  $V_{N-N}$ . 而换成我们得到的  $V_{N-N}^I$  就不必引入这样的修正. 这是因为在  $V_{N-N}^I$  中包含有折线图, 像所有包含 Kuo、Lee 和 Ratcliff<sup>[12]</sup> 所定义的折线图的有效相互作用势一样, 当我们将其应用于核多体计算中时只要把所有图都加起来, 违背泡利不相容原理的图就会自动抵消掉<sup>[11]</sup>. (3) 通常核力介子交换理论给出的 N-N 相互作用势相当于只取  $V_{N-N}^D(E)$  中相应项的在能壳上的矩阵元. 因此严格地讲它们只能给出初、末态能量守恒的相互作用势矩阵元. 而我们得到的 N-N 相互作用势, 无论是  $V_{N-N}^D(E)$  还是  $V_{N-N}^I$  都可以给出初、末态能量守恒的矩阵元, 又可以给出初、末态能量不守恒的矩阵元. 这是因为, 我们选取模型空间使其只包含单纯两核子态, 把核子和反核子分开来处理, 用编时费曼图代替一般费曼图表示我们所定义的  $T$  矩阵元和辅助  $T$  矩阵元, 而编时费曼图在顶角处只有动量守恒, 能量可以不守恒, 因此我们所定义的  $T$  矩阵和辅助  $T$  矩阵可以既有初、末态能量守恒的矩阵元又有初、末态能量不守恒的矩阵元, 由它们给出的  $V_{N-N}^D(E)$  和  $V_{N-N}^I$  自然也有同样的特点. 综上所述, 在核多体计算中应用我们得到的  $V_{N-N}^I$  将更为合理.

本文着重介绍推导能量无关 N-N 介子交换势的折线图方法. 在下一篇文章中我将就一个具体的例子对  $V_{N-N}^D(E)$  和  $V_{N-N}^I$  进行一些定性的讨论.

作者对  
Durso, M.

- [1] G. E. I  
dam, 1
- [2] C. W. ' (Sprin
- [3] H. Yuk
- [4] H. Tak  
and K.  
D8(197
- [5] N. Hos  
Phys. J  
Phys. J
- [6] R. Vinl  
Phys. J
- [7] F. Gros  
1051; 1
- [8] M. B.
- [9] M. B.
- [10] Li Gua  
and T.
- [11] T. T. S  
Verlag)
- [12] T. T. S

A F  
ENE  
POT.

In this ]  
nucleon (N-]  
this method  
grams. And



作者对 G. E. Brown, A. Faessler, K. Hollinde, H. Müther, R. Vinh Mau, J. W. Durso, M. B. Johnson 和 B. Giraud 等教授有益的讨论表示感谢。

## 参 考 文 献

- (26)
- 包括不可约
- (g)
- 此类推之
- 壳  $\mathcal{S}(E)$
- 介子交换势
- 折线图的能
- 将不出现在
- 相互作用数
- 至指出,这样
- 匀困难,这是
- 在第二节中
- 的限制,而
- 中已经指出
- 数  $A$  有关
- 这样的修正
- 义的折线图
- 加起来,连
- N-N 相互
- 们只能给出
- 无论是  $V^2$
- 态能量不
- 和反核子
- T 矩阵元,
- 矩阵和辅助
- 由它们给
- 用我们得
- 篇文章中我
- [1] G. E. Brown and A. D. Jackson, "The Nucleon-Nucleon Interaction" (North-Holland, Amsterdam, 1976).
- [2] C. W. Wong and K. F. Liu, in "Topics in Nuclear Physics I", Proceeding, Beijing, China, 1980, (Springer-Verlag), P. 1.
- [3] H. Yukawa, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, 17(1935), 48.
- [4] H. Taketani, S. Machida and H. Ohmura, *Prog. Theor. Phys.*, 7(1952), 45; K. A. Brueckner and K. M. Watson, *Phys. Rev.*, 92(1953), 1023; E. L. Lomon and M. H. Partovi, *Phys. Rev.*, D8(1973), 2307.
- [5] N. Hoshizaki, I. Lin and S. Machida, *Prog. Theor. Phys.*, 26(1961), 680; R. Bryan and B. Scott, *Phys. Rev.*, 135(1964), B434; 164(1967), 1215; 177(1969), 1435; R. Bryan and A. Gersten, *Phys. Rev.*, D6(1971), 341; K. Erkelenz, *Phys. Reports*, 13C(1974), 191.
- [6] R. Vinh Mau, in "Mesons in Nuclei" (North-Holland, Amsterdam, 1979); M. Lacombe et al., *Phys. Rev.*, C21(1980), 861.
- [7] F. Gross, *Phys. Rev.*, 136(1969), 1448; R. Blankenbäcker and R. Sugar, *Phys. Rev.*, 142(1966), 1051; R. M. Woloshyn and A. D. Jackson, *Nucl. Phys.*, B64(1973), 269.
- [8] M. B. Johnson, *Ann. Phys. (N. Y.)*, 97(1976), 400.
- [9] M. B. Johnson and M. Baranger, *Ann. Phys. (N. Y.)*, 62(1971), 172.
- [10] Li Guang-lie and T. T. S. Kuo, *Bull. Am. Phys. Soc.*, 26(1981), 607; Li Guang-lie, K. K. Ng and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, C25(1982), 2877.
- [11] T. T. S. Kuo, in "Topics in Nuclear Physics I" Proceeding, Beijing, China 1980, (Springer-Verlag), P. 248.
- [12] T. T. S. Kuo, S. Y. Lee and K. F. Ratliff, *Nucl. Phys.*, A176(1971), 65.

## A FOLDED DIAGRAM METHOD FOR DERIVING AN ENERGY-INDEPENDENT NUCLEON-NUCLEON N-N POTENTIAL FROM MESON EXCHANGES (I) THEORY

LI GUANG-LIE

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

K. K. Ng T. T. S. Kuo

(Department of Physics, SUNY at Stony Brook, Stony Brook, N. Y. 11794)

### ABSTRACT

In this paper, a folded diagram method for deriving an energy-independent nucleon-nucleon (N-N) potential from meson exchanges is proposed. The potential obtained by this method contains not only the irreducible diagrams but also the mesonic folded diagrams. And it is proved that all stretched diagrams are not contained in this potential.