

(π^+, d) 反应中的 S-波 πN 相互作用

李扬国 马维兴

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文在两核子吸收机制下讨论了 $B(\pi^+, d)C$ 反应, 导出了 S-波 πN 相互作用下的 (π^+, d) 反应截面的公式. 并在平面波近似下计算了 $^{12}C(\pi^+d)^{10}C(0^+, 2^+)$ 的微分截面. 结果表明了氘核 D-波分量的重要性; 中子对空间反对称的结构与对称性的结构对截面的贡献处于同等重要的地位.

一、引 言

π 核吸收的现象, 近年来, 不论实验或理论都有了较大的进展. 例如, 在研究 π 被原子核吸收后发射粒子的现象时, 我们用两核子吸收机制加上末态相互作用, 不论对静止 π 或飞行 π 都能够较好地解释出射粒子的能谱或双微分截面^[1]. 由于能量、动量守恒, 一个自由的核子不能吸收 π 介子. 因而认为 π 吸收主要是发生在二个或多个核子上. $B(\pi^+, d)C$ 反应是一类有特殊意义的 π 吸收过程, 在这里, π 介子被靶核 B 吸收后发射出一个氘核, 而剩余核 C 处在一特定的能级. 它反映了 π 介子的能量转换为氘核的整体运动. 这类反应, 即使在入射 π 能量很低的情况下, 在朝前的方向上出射的氘核也获得了很大的传递动量. 例如在 $E_\pi \sim 50$ MeV 时, 在 0° 处出射的氘核约有 700 MeV/c 的传递动量. 因此, (π^+, d) 反应是探测靶核中出射氘核的那一对核子的质心运动高动量成分的很重要的一类反应. 在文献[2]中, 我们讨论了 (π^+, d) 反应的单核子吸收机制, 认为 π 介子被

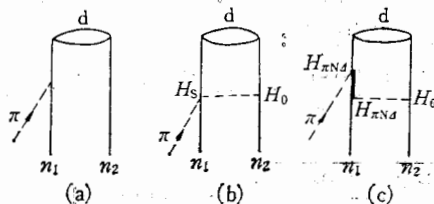


图 1 (π^+, d) 反应的机制图象

n_1, n_2 为靶核的两个核子状态, d 为出射氘核, 虚线是 π 介子线. (a) 单核子吸收机制, (b) S-波 πN 相互作用下的两核子机制, (c) P-波 πN 相互作用下的两核子机制. 粗黑线表示 $\Delta(1232)$ 或核子中间态.

靶核中一个核子所吸收,在转换能量和动量后,这个吸收核子与另一个核子形成了氦核,如图1(a)所示(只画出形成氦核的那对核子,下同)。

然而,若是两核子的 π 吸收机制将会有何结果呢?两核子的吸收机制主要有图1(b)、(c)两类。图1(b)是由S-波 πN 相互作用引起的。图1(c)是P-波相互作用引起的。对于低能 π 介子和作为初步的研究,本文将在S-波 πN 相互作用的近似下,讨论两核子模型下的 (π^+, d) 反应。在下一节中,我们将从 πN S-波基本相互作用出发,导出反应的微分截面。在第三节中讨论了到 ^{10}C 基态(0^+)和第一激发态(2^+)的 $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}$ 反应以及作一些讨论。

二、微分截面

我们考虑如下的反应



这里, π^+ 被处于 J_i 状态的靶核B吸收后发射出氦核 d ,剩余核C处于 J_f 的态。由于电荷守恒,C核比B核少一对中子。若命C核有 A 个核子,则B核有 $A+2$ 个核子。出射 d 核的波函数写为 $\Psi_{\mathbf{k}_d}^+(\mathbf{r}, \mathbf{R})$,其中 \mathbf{r}, \mathbf{R} 为 d 核中二核子的相对和质心坐标。这时,反应过程的 T 矩阵一般可以写为

$$T_{fi} = \sqrt{\frac{(A+2)(A+1)}{2}} \langle \phi_{\mathbf{k}_d}^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \Psi_{J_f M_f}(3, \dots, A+2) | H | \Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2) \rangle \quad (2)$$

$\Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2)$, $\Psi_{J_f M_f}(3, \dots, A+2)$ 分别是靶核和剩余核波函数。 H 是引起 (π^+, d) 反应的相互作用。入射 π^+ 的场包含在 H 中。下面讨论在S-波 πN 相互作用下的二核子吸收模型。按图1(b), H 写为:

$$H = \int H_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}') g(\mathbf{q}') H_i(\mathbf{r}, \mathbf{q}' \mathbf{K}_\pi) d^3 q' \quad (2.1)$$

其中 $g(\mathbf{q}')$ 为 π 的传播子, \mathbf{K}_π 为入射 π 的动量, H_i 为S波 πN 相互作用, H_0 为 πNN 相互作用。它们的具体形式下面给出。 H 只作用于靶核中被敲出并转变为氦核的那一对中子上。因此(2)式可以约化为:

$$T_{fi} = \sum_{i_1 i_2 J M} B(i_1 i_2 J) \langle \phi_{\mathbf{k}_d}^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) | H | \Psi_{(i_1 i_2) J M}(1, 2) \rangle \cdot C_{J_i M_i}^{J_f M_f} \quad (3)$$

其中

$$B(i_1 i_2 J) = \sqrt{\frac{(A+2)(A+1)}{2}} \langle (\Psi_{J_f}(3, \dots, A+2) \Psi_{(i_1 i_2) J}(1, 2))_{J_i M_i} | \Psi_{J_i M_i}(1, \dots, A+2) \rangle \quad (4)$$

$B(i_1 i_2 J)$ 称为核谱振幅。那么,要确定矩阵 T_{fi} ,除了各个核的结构之外,便是相互作用 H 。下面先讨论 H 的表达式。

1) H 相互作用的导出

如图1(b)所示的过程。S-波的 πN 相互作用 H_i 为

其中

$$H_s = H_1 + H_2 \quad (5)$$

$$H_1 = 4\pi\lambda_1\mu^{-1}\phi \cdot \phi \quad (6a)$$

$$H_2 = 4\pi\lambda_2\mu^{-2}\tau \cdot (\phi \times \pi) \quad (6b)$$

μ 是 π 介子的质量, ϕ 是 π 场, $\pi = \frac{\partial}{\partial t} \phi$, τ 是核子的同位旋算符. λ_1, λ_2 是由 πN 散射长度所定出来的 S 波 πN 耦合常数. H_1, H_2 分别描写了与同位旋无关和有关的 S -波 πN 相互作用. 图 1(b) 中的 πNN 顶角的耦合取为赝矢耦合, 即

$$H_0 = i \frac{f}{\mu} \sigma \cdot q \cdot \tau \cdot \phi \quad (7)$$

其中 q 为 π 介子的动量, σ 为核子自旋算符, f 为耦合常数. 对应于图 1(b), 有贡献的图, 如图 2.

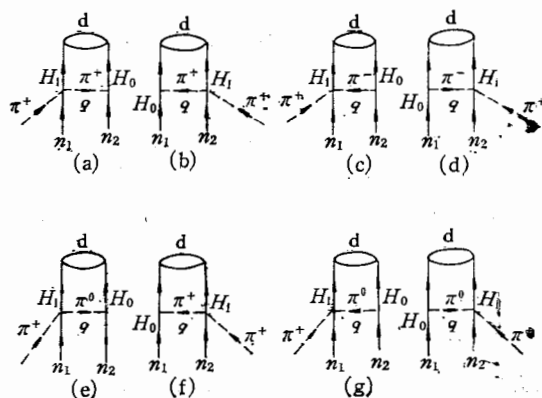


图 2 (π^+, d) 反应的两核子吸收机制. $H_i (i = 1, 2)$ 是 S -波 πN 相互作用. n_1, n_2 为二个靶核子状态. d 为末态的出射氦核. (a) 到 (h) 分别属于 π^+, π^-, π^0 的虚 π 介子传播及 π^+ 被 n_1 或 n_2 吸收的图象

按照核多体问题的费曼规则, 不难对 d^3q' 积分而计算出图 2 中各图的贡献.

下面分别给出 H_s 中由同位旋标量项 H_1 和同位旋矢量项 H_2 的结果. H_1 有贡献的图为图 2(a), (b), (c), (d), 其总和为

$$M_1 = G_1 (e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_1} \tau_2 \cdot \sigma_2 \cdot \nabla_r - e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_2} \tau_1 \cdot \sigma_1 \cdot \nabla_r) f(r) \quad (8)$$

其中 ∇_r 是 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ 的梯度算符.

$$f(r) = \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r} \quad (9)$$

$$G_1 = i \frac{16\pi\lambda_1 f}{\mu^2 (2\omega)^{1/2}} \quad (10)$$

$\omega^2 = \mathbf{k}_\pi^2 + \mu^2$ 是 π 介子的总能量.

H_2 有贡献的图除图 2, (a)(b)(c)(d) 外, 还有图 2(e)(f)(g)(h). 即 π^0 传播的贡献, 它们的总和为

$$M_2 = G_2(2\omega) [e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_1} \sigma_2 \cdot \nabla_1 + e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_2} \sigma_1 \cdot \nabla_2] f(r) \cdot (-i) [\tau_1 \times \tau_2]_+ \quad (11)$$

其中,

$$G_2 = -i \frac{4\pi\lambda_2 f}{\mu^2(2\omega)^{1/2}} \quad (12)$$

氘核的同位旋态是 $|T, T_z\rangle = |0, 0\rangle$, 两中子态的同位旋态为 $|1, -1\rangle$. 则(2)式中的 H 为:

$$H = \langle 0, 0 | (M_1 + M_2) | T = 1, -1 \rangle \quad (13)$$

由于

$$\begin{aligned} \langle 0, 0 | \tau_{2+} | 1, -1 \rangle &= -\langle 0, 0 | \tau_{1+} | 1, -1 \rangle = -1 \\ \langle 0, 0 | -i[\tau_1 \times \tau_2]_+ | 1, -1 \rangle &= -2 \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} \nabla_r \cdot f(r) &= \hat{r} \cdot B_1(r) \\ B_1(r) &= \mu \left(1 + \frac{1}{\mu r} \right) \frac{e^{-\mu r}}{4\pi r} \end{aligned} \quad (14)$$

整理后得

$$H = G(e^{i\mathbf{k}_z \cdot \mathbf{r}_1}(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{r}) + e^{i\mathbf{k}_z \cdot \mathbf{r}_2}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{r}))B_1(r) \quad (15a)$$

其中

$$G = i \frac{16\pi f}{\mu^2(2\omega)^{1/2}} \left(\lambda_1 - \lambda_2 \frac{\omega}{\mu} \right) \quad (15b)$$

这便是图2中各图下的(2)式或(3)式的相互作用 H . 下面进一步讨论 T -矩阵元的约化.

2) T_{fi} 矩阵元的进一步约化

已经导出了 H , 要算出(3)式中的 T_{fi} 矩阵元, 还要写出氘核的波函数, 它由内部波函数 $\phi_{1M_d}(\mathbf{r})$ 及质心运动波函数 $\Psi_{k_d}^{(-)}(\mathbf{R})$ 组成, 可表为

$$\phi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \phi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{R})\phi_{1M_d}^*(\mathbf{r}) \quad (16)$$

\mathbf{R}, \mathbf{r} 与 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 的关系是

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\phi_{k_d}^{*(-)}(\mathbf{R}) = e^{-i\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R}} \cdot e^{i\chi_-(\mathbf{R})}$$

$$\chi_-(\mathbf{R}) = -\frac{1}{v_d} \int_Z^\infty U_d(\mathbf{R}') dz' \quad (16.1)$$

它是氘核在光学势 $U_d(\mathbf{R})$ 扭曲下的散射波.

$$\phi_{1M_d}(\mathbf{r}) = \frac{u(r)}{r} \mathcal{Y}_{1(0)1M_d}(\hat{r}) + \frac{w(r)}{r} \mathcal{Y}_{1(0)1M_d}(\hat{r}) \quad (16.2)$$

其中

$$\mathcal{Y}_{J(LS)M}(\hat{r}) = \sum_{M_L M_S} C_{LM_L, SM_S}^{JM} \cdot Y_{LM_L}(\hat{r}) \chi_{SM_S}(1, 2) \quad (16.3)$$

$\chi_{SM}(1, 2)$ 为自旋为 S 的两核自旋波函数. $u(r), w(r)$ 分别是氘核内部态的 S -波和 D -波分量. 我们将分别考虑氘核 S -波, D -波对 T_{fi} 的贡献. 氘核的波函数是 \mathbf{R}, \mathbf{r} 的函

数,因此要约化 T_{ji} 矩阵,也必须把 H , $\phi_{(j_1 j_2)JM}(1, 2)$ 变为 \mathbf{r} , \mathbf{R} 的函数,为此作如下变换:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \\ \sigma &= \sigma_1 - \sigma_2 \\ e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_1} &= e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}} \cdot e^{i\frac{1}{2}\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}} \\ e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}_2} &= e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}} \cdot e^{-i\frac{1}{2}\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (18)$$

代入(15)式后整理得:

$$H = G e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}} \cdot \left\{ 2 \cos\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{r}}) - 2i \sin\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\sigma \cdot \hat{\mathbf{r}}) \right\} B_1(\mathbf{r}) \quad (19)$$

两个中子的波函数作如下变换:

$$\phi_{(j_1 j_2)JM}(1, 2) = \sum_{LS} \hat{L} \cdot \hat{S} \cdot \hat{j}_1 \hat{j}_2 U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{pmatrix} (\phi_L(l_1 l_2) \chi_S(12))_{JM} \quad (20.1)$$

$$\phi_{LM}(l_1 l_2) = \sum_{n\lambda NL'} \langle n\lambda NL'; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle (\phi_{n\lambda}(\mathbf{r}) \phi_{NL'}(\mathbf{R}))_{LM} \quad (20.2)$$

其中 $\hat{L} \equiv \sqrt{2l+1}$, $U \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ 是 9-j 系数. $\langle n\lambda NL'; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle$ 是泰尔米变换

系数. 把(19), (20)式代入(3)式整理后 T_{ji} 矩阵元为

$$\begin{aligned} T_{ji} &= \sum_{\substack{ij_1 j_2 J \\ LS \\ n\lambda NL'}} B(j_1 j_2 J) \hat{L} \cdot \hat{S} \cdot \hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{pmatrix} \langle n\lambda NL'; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle \\ &\cdot C_{j_1 j_2 J M}^{j_1 M_1 j_2 M_2} \cdot G \cdot \int d\mathbf{R} d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R} + i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}'} \phi_{1M_d}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}'} \\ &\cdot \left\{ 2 \cos\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{r}}) - 2i \sin\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\sigma \cdot \hat{\mathbf{r}}) \right\} B_1(\mathbf{r}) \\ &\cdot [(\phi_{n\lambda}(\mathbf{r}) \phi_{NL'}(\mathbf{R}))_L \chi_S(1, 2)]_{JM} \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\mathbf{R}' = M_B/M_C \cdot \mathbf{R}^{[2]}$. 至此,已经把积分变量 \mathbf{r} , \mathbf{R} 分开. 进一步约化 T_{ji} 时取 \mathbf{k}_π 为 z 轴. 则有

$$i \sin\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\sigma \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \sum_{\substack{l(\neq 0) l'(\neq 0) \\ \mu=0, \pm 1}} i^l \sqrt{4\pi} j_l \left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) \frac{j_l^2}{j_l'} C_{101\mu}^{l' \mu} C_{1010}^{l' 0} \sigma_\mu Y_{l'\mu}^*(\hat{\mathbf{r}}) \quad (22.1)$$

$$\cos\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) (\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \sum_{\substack{l(\neq 0) l'(\neq 0) \\ \mu=0, \pm 1}} i^l \sqrt{4\pi} j_l \left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right) \frac{j_l^2}{j_l'} C_{101\mu}^{l' \mu} C_{1010}^{l' 0} S_\mu Y_{l'\mu}^*(\hat{\mathbf{r}}) \quad (22.2)$$

自旋算符作用于 $\chi_{SM}(1, 2)$, 不为零的只有如下两类:

$$\langle \chi_{1M_j} | \sigma_\mu | \chi_{SM_S} \rangle = \langle 1 || \sigma || 0 \rangle C_{1\mu SM_S}^{1M_j} \delta_{S,0} = 2\delta_{\mu, M_j} \delta_{S,0} \quad (23.1)$$

$$\langle \chi_{1M_f} | S_\mu | \chi_{SM_S} \rangle = \langle 1 || S || 1 \rangle C_{1M_S M_S}^{1M_f} \delta_{S,1} = -\sqrt{2} C_{1M_S M_S}^{1M_f} \delta_{S,1} \quad (23.2)$$

因此, T_{ii} 矩阵元分为四类, 它们分别属于氦核为 S -波, D -波, 中子对自旋态为 $S=0$, $S=1$. 我们用 $T_{JM, M_d}^i (i=1, 2, 3, 4)$ 表示它. 脚标号 JM 表示从 $J_i \rightarrow J_f$ 转移的中子对的角动量, M_d 为出射氦的角动量磁分量. 经过烦冗的运算最后得:

(i) 对于氦核的 S 波, 中子对的自旋态 $S=0$ 时

$$\begin{aligned} T_{JM, M_d}^{(1)} = & G \sum_{\substack{i_1 i_2 l(\pi) \\ n \lambda N L' M'}} B(i_1 i_2 J) \frac{\hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 \cdot \hat{P} \sqrt{2}}{\hat{\lambda}} i^l (-1)^{\frac{1}{2} + J - l_2 - i_1} \\ & \cdot W\left(l_2 j_2 l_1 j_1; \frac{1}{2} J\right) \langle n \lambda N L'; J | n_1 l_1 n_2 l_2; J \rangle C_{1010}^{10} \\ & \cdot C_{101M_d}^{\lambda M_d} C_{L'M' \lambda M_d}^{J M} R_0^{n \lambda l}(\mathbf{k}_\pi) \varepsilon_{N L' M'}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (24.1)$$

(ii) 对于氦核 D -波, 中子对的自旋态 $S=0$ 时

$$\begin{aligned} T_{JM, M_d}^{(2)} = & G \sum_{\substack{i_1 i_2 l(\pi) l'_1 \\ n \lambda N L' M'}} B(i_1 i_2 J) \frac{\hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 \cdot \hat{l}_1^2 \cdot \hat{2} \cdot \hat{1} \cdot \sqrt{2}}{\hat{\lambda}} i^l \\ & \cdot (-1)^{\frac{1}{2} + J - l_2 - i_1} \cdot W\left(l_2 j_2 l_1 j_1; \frac{1}{2} J\right) \langle n \lambda N L'; J | n_1 l_1 n_2 l_2; J \rangle \\ & \cdot W(12 l l'_1; 1 \lambda) C_{1010}^{l'_1 0} C_{20l'_0}^{10} C_{101M_d}^{1M_d} C_{L'M' \lambda M_d}^{J M} \\ & \cdot R_2^{n \lambda l}(\mathbf{k}_\pi) \varepsilon_{N L' M'}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (24.2)$$

(iii) 对于氦核 S 波, 中子对自旋态 $S=1$ 时

$$\begin{aligned} T_{JM, M_d}^{(3)} = & G \sum_{\substack{i_1 i_2 l(\pi) S \\ n \lambda N L' M'}} B(i_1 i_2 J) \hat{L} \cdot \hat{1} \cdot \hat{j}_1 \cdot \hat{j}_2 \cdot U \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ & & \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & 1 & J \end{pmatrix} \\ & \cdot \langle n \lambda N L'; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle i^l (-1)^{M_d + J - L' + 1} \\ & \cdot \frac{\sqrt{2} \hat{P} \hat{L} \hat{1} \hat{S} \hat{j}}{\hat{L}'} U \begin{pmatrix} 1 & l & \lambda \\ 1 & J & L \\ 1 & S & L' \end{pmatrix} \cdot C_{1010}^{10} C_{10J-M}^{S-M} \\ & \cdot C_{1M_d S-M}^{L'-M'} R_0^{n \lambda l}(\mathbf{k}_\pi) \varepsilon_{N L' M'}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (24.3)$$

(iv) 对于氦核 D 波, 中子对的自旋态 $S=1$ 时

$$\begin{aligned} T_{ii}^{(4)} = & G \sum_{\substack{i_1 i_2 l(\pi) l' \\ n \lambda N L' M' S}} B(i_1 i_2 J) \hat{L} \hat{1} j_1 j_2 \begin{pmatrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ & & \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & 1 & J \end{pmatrix} \\ & \cdot \langle n \lambda N L'; L | n_1 l_1 n_2 l_2; L \rangle i^l (-1)^{L+L'-L} \cdot \sqrt{2} \cdot \hat{1}^2 \cdot \hat{2} \\ & \cdot \hat{P} \cdot \hat{l}_1 \cdot \hat{S} \cdot \hat{L} U \begin{pmatrix} 1 & l & l' \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & S & \lambda \end{pmatrix} W(S1 L' L; \lambda J) C_{1010}^{l'_1 0} C_{20l'_0}^{10} \end{aligned}$$

其中

$$\cdot C_{101M_d}^{SM_d} C_{SM_d}^{JM} R_2^{n\lambda l}(k_\pi) \varepsilon_{NL'M'}(\mathbf{q}') \quad (24.4)$$

$$\varepsilon_{NL'M'}(\mathbf{q}) = \int e^{-i\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{R} - i\lambda_-(\mathbf{R})} e^{i\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{R}'} \phi_{NL'M'}(\mathbf{R}) d^3\mathbf{R} \quad (24.5)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_\pi - \mathbf{k}_d$$

$$R_i^{n\lambda l}(k_\pi) = \int r dr \varphi_i(r) j_l\left(\frac{k_\pi r}{2}\right) \phi_{n\lambda}(r) B_l(r)$$

$$\varphi_i(r) = \begin{cases} u(r) \\ w(r) \end{cases}, \quad i = \begin{cases} 1 & \text{氘核 S 波} \\ 2 & \text{氘核 D 波} \end{cases} \quad (24.6)$$

上面各个 $T_{JM, M_d}^{(i)}$ 都是其绝对值平方对核初、末态求和, 求平均后的结果。

3) 微分截面

在质心系中, (π^+ d) 反应的微分截面最后可以表示为:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_\pi \cdot E_d}{(2\pi\hbar^2 C^2)^2} \frac{k_d}{k_\pi} \sum_{JM, M_d} \left| \sum_{i=1}^4 T_{JM, M_d}^{(i)} \right|^2 \quad (25)$$

这便是两核子吸收模型下 S-波 πN 相互作用下的结果。T 矩阵中四类分别反映了中子对的空间结构是对称 ($S=0$) 和反对称 ($S=1$) 以及氘核的 S-波, D-波贡献。

如果忽略去光学势的扭曲作用, 得到平面波近似下的结果, 这时 $\varepsilon_{NL'M'}(\mathbf{q})$ 比例于谐振子波函数在动量空间的表示 $\phi_{NL'M'}(\mathbf{q})$ 即:

$$\varepsilon_{NL'M'}(\mathbf{q}) = (2\pi)^{3/2} \phi_{NL'M'}(\mathbf{q}) \quad (26)$$

我们将用平面波近似作一些定量的估算。

三、平面波近似下的计算及讨论

在平面波近似下, 由于 $S=0$ 和 $S=1$ 项对 l 求和的奇、偶性, (25) 式微分截面中 $S=0$ 和 $S=1$ 项不相干而有:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_\pi E_d}{(2\pi\hbar^2 C^2)^2} \frac{k_d}{k_\pi} \sum_{JM, M_d} \left\{ \left| \sum_{i=1}^2 T_{JM, M_d}^{(i)} \right|^2 + \left| \sum_{i=3}^4 T_{JM, M_d}^{(i)} \right|^2 \right\} \quad (27)$$

$T_{JM, M_d}^{(i)}$ 中 $\varepsilon_{NL'M'}(\mathbf{q})$ 取(26)式谐振子的波函数的动量表示。

目前, 唯一存在的实验材料是 $E_\pi = 49.3$ MeV 的 $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}$ 反应^[4]。对它, 我们用了上面讨论的 S 波 πN 相互作用下的二核子吸收模型的结果, 分别计算了到达 ^{10}C 基态 0^+ 和第一激发态 2^+ 的微分截面。对 ^{12}C 和 ^{10}C 的波函数, 取为壳模型下 ij 耦合的结果, 即

$$\begin{aligned} \phi(^{12}\text{C}) &= |(0S_{\frac{1}{2}})^2(1P_{\frac{1}{2}})^4\rangle \\ \phi(^{10}\text{C}) &= |(0S_{\frac{1}{2}})^2(1P_{\frac{1}{2}})^2_{j_1 j_2}\rangle \end{aligned} \quad (28)$$

(28) 式只是写出了中子的组态, 认为质子部分的初末态都填充在 $(0S_{\frac{1}{2}})(1P_{\frac{1}{2}})$, 且初末态归一。计算时谐振子参数取为 $\alpha = 0.6 \text{ fm}^{-1}$ 。(28) 式的结构很容易计算出 (4) 式中的核谱振幅, 它为:

$$B\left(\frac{3}{2} \frac{3}{2}; 0\right) = 1$$

$$B\left(\frac{3}{2} \frac{3}{2}; 2\right) = \sqrt{5}$$

πN 相互作用的耦合常数取 $f = 0.08$, $\lambda_1 = 0.0075$, $\lambda_2 = 0.053$ ^[5]. 氦核内部波函数取为 S -波, D -波的最一般的形式(16.2), 其中 S -波及 D -波径向波函数取^[6]:

$$u(r) = N \cdot \sum_{i=1}^5 S_i e^{-\alpha_i \mu r}$$

$$w(r) = 0.269N \cdot \sum_{i=1}^6 D_i e^{-\beta_i \mu r} \left[1 + \frac{3}{\beta_i \mu r} + \frac{3}{(\beta_i \mu r)^2} \right]$$

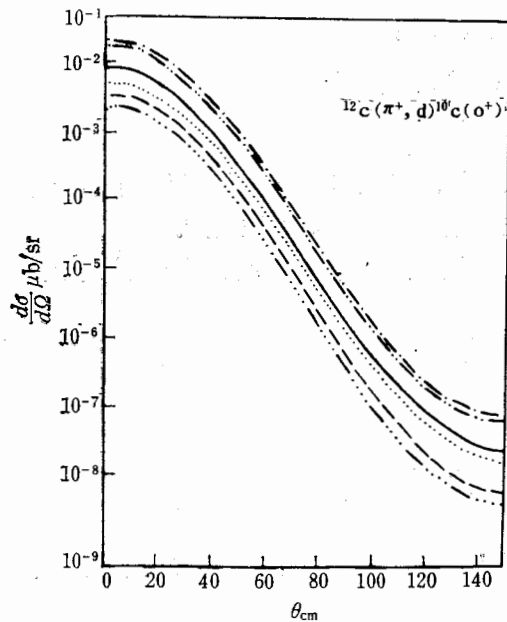


图3 $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}(0^+)$ 的理论结果。 $E_\pi = 49.3 \text{ MeV}$

- · — · — 氦核 S 波, 中子对自旋 $S = 0$;
- 氦核 S 波加 D 波, $S = 0$;
- · — · — 氦核 S 波, 中子对自旋 $S = 1$;
- 氦核 S 波加 D 波, $S = 1$;
- · — · — 氦核 S 波, 中子对自旋 $S = 0$ 和 $S = 1$ 总和;
- 氦核 S 波加 D 波, $S = 0$ 和 $S = 1$ 总和

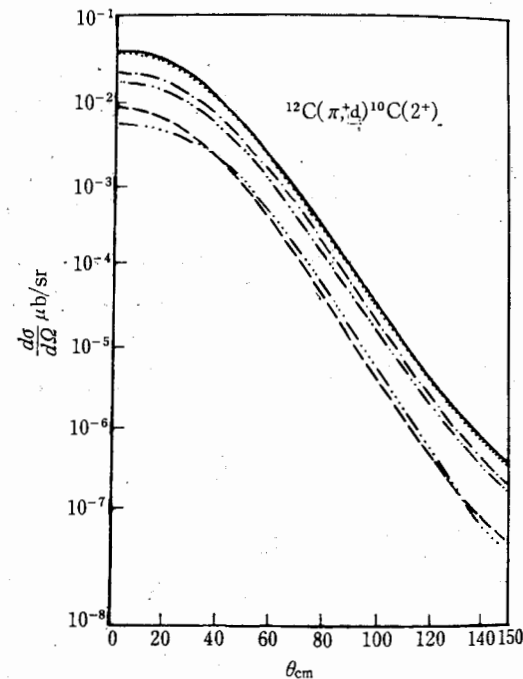


图4 $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}(2^+)$ 的理论结果。说明同图3

其中系数 (S_i, α_i) , (D_i, β_i) 取自 [6]。我们计算的结果分别画在图 3、4 中。图中分别给出了氦核 S -波、 D -波以及中子对自旋态为 $S = 0$ 和 $S = 1$ 的贡献。从以上初步的计算结果可以得到

1) 氦核 D -波的贡献是很重要的。虽然氦核 D -波只占总几率的 7%。但计算表明, 不论是到 0^+ 态, 或是到 2^+ 态, 对于 $S = 0$ 及 $S = 1$ 的自旋结构, 氦核 D -波的贡献都与 S -波是同一数量级的, 甚至是相近的。

2) $S = 1$ 的中子对的结构贡献虽然小于 $S = 0$ 的结构, 但不是处于可以忽略的情况. 这一点和单核子模型的结果极不相同, 那里 $S = 1$ 的贡献比 $S = 0$ 的贡献几乎小三个数量级. 因此可以略去不计. 而现在 $S = 1$ 与 $S = 0$ 的贡献几乎相同.

从(21)式可以看到, 中子对称的结构 ($S = 0$) 与反对称性相互作用 $\sin\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right)$ 的项相联系, 而中子反对称结构 ($S = 1$) 与对称的相互作用 $\cos\left(\frac{\mathbf{k}_\pi \cdot \mathbf{r}}{2}\right)$ 的项相联系. 这样 $T_{JM, M_d}^{(i)}$ 的空间对称性质相同, 因而贡献大小相近. 而单核子模型却是另一个极端. 从文献 [2] 中可以看出, 它是对称的相互作用与对称的中子对的结构相联系, 反对称的相互作用与反对称的中子对结构相联系, 因而大大加强了 $S = 0$ 的贡献, 减弱了 $S = 1$ 的贡献.

3) 在小角度处, 反应截面约在几十个 nb/Sr, 比起单核子模型平面波的计算要小得多. 但与实验值在 $\theta_L = 30^\circ$ 处测得到的 ^{12}C 到达各个可能末态截面的总和 (约 600 nb/Sr) 在量级上还是可比较的. 影响截面大小的因素可能是由于 S -波 πN 相互作用的耦合常数过弱的缘故. 另一方面, 也应注意到, 本文只讨论了 S -波 πN 相互作用下的两核子吸收机制, 自然 P 波 πN 相互作用的贡献也应考虑, 其相应的费曼图如图 1(c) 所示. 我们将在另一篇工作中研究它的效应.

参 考 文 献

- [1] 姜焕清, 李扬国, 高能物理与核物理, 6(82), 721.
- [2] 李扬国, 姜焕清, 高能物理与核物理, 3(79), 595.
- [3] O. V. Maxwell, W. Weise and M. Brack, *Nucl. Phys.*, A348 (1980), 388.
- [4] J. E. Amann et al., *Phys. Rev. Lett.*, 40(1978), 758.
- [5] E. Oset et al., *Phys. Reports*, 83(1982), 281.
- [6] Iam J. McGee, *Phys. Rev.*, 181 (1966), 772.

S-WAVE πN INTERACTION IN (π^+, d) REACTION

LI YANG-GUO MA WEI-XING

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Based on the two nucleon pion absorption mechanism, the reaction (π^+, d) is studied. The formula of the differential cross section for (π^+, d) reaction is obtained for S -wave πN interaction. A calculation is also performed for $^{12}\text{C}(\pi^+, d)^{10}\text{C}(0^+, 2^+)$ at the incident energy of 49.3 MeV by using the plane wave approximation. The results indicate that the effect of the D -wave component in the deuteron wave function is quite important. The antisymmetric space structure of the neutron pair participated in the process is as the important as symmetric one.