

# $\Lambda$ - $\alpha$ 有效相互作用与 超核 ${}^8_\Lambda\text{Be}$ 的结合能

袁竹书 陈炽庆 孙耀德 裘志洪  
(复旦大学)

## 摘 要

${}^8_\Lambda\text{Be}$  被看作  $\alpha + \Lambda + \alpha$  三体系统,  $\alpha$ - $\alpha$  的相对运动对  $\Lambda$  的影响作浸渐近似, 即用 Born-Oppenheimer 近似法, 先严格求解  $\Lambda$  相对于  $\alpha + \alpha$  运动的两中心问题, 再求解  $\alpha$ - $\alpha$  的相对运动方程. 假设  $\Lambda$ - $\alpha$  的相互作用为  $S$  波的可分离势外, 几乎没有任意参量. 计算出  ${}^8_\Lambda\text{Be}$  的结合能与实验值符合得很好.

## 一、引 言

要计算  $\alpha$ - $\Lambda$ - $\alpha$  的三体系统的结合能有两个突出的问题, 即三体问题的处理方法及  $\Lambda$ - $\alpha$  有效相互作用的选取.

对三体系统用 Faddeev 方程处理核物理及粒子物理中的短程力问题是有效的. 如三体系统中出现长程力, 例如  $\alpha$ - $\Lambda$ - $\alpha$  系统中有  $\alpha$ - $\alpha$  库伦势, Faddeev 方程就不适用. 大家知道用 Born-Oppenheimer 近似(以下简称 B. O. 近似)处理氢分子很成功, 这是由于质子与电子的质量比  $m = m_p/m_e \approx 2 \times 10^3$ . 对  ${}^8_\Lambda\text{Be}$  来说,  $m = 4$ , 初看起来 B. O. 近似似乎不适用. A. C. Fonseca<sup>[1]</sup> 的工作扩大了 B. O. 近似的适用范围, 他指出, 即使对小质量比  $m \geq 1$ , 只要轻重粒子之间相互作用是短程力, B. O. 近似还是适用的. 对  $\alpha$ - $\alpha$  作用势  $V_{\alpha\alpha} = 0$  的情况, A. C. Fonseca 用 Faddeev 方程严格解检验了 B. O. 近似解. 对  $m = 5$  的情况, 相差 9%, 显然对  $V_{\alpha\alpha}$  很强的情况误差可望更小.

$\Lambda$ - $\alpha$  相互作用在超核结构研究中是重要的, 可惜迄今有关  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用的信息只有一个实验数据即  ${}^8_\Lambda\text{He}$  超核的基态结合能. 多年来人们构造了各种唯象的  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用势, 用以研究超核结构. 希望这种研究反过来能向我们提供  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用的信息. 在这些尝试中, 非定域的可分型的  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用由于三体系统的 B. O. 近似方法<sup>[1]</sup> 的采用而显得十分方便. J. Revai 等人曾利用这种可分型  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用在 B. O. 近似的框架下计算了  ${}^8_\Lambda\text{He}$  超核的基态结合能<sup>[2]</sup>. 在 J. Revai 的工作中, 如果  $\Lambda$ - $\alpha$  可分势只取  $S$  分波的话, 计算得到的  ${}^8_\Lambda\text{He}$  基态结合能较实验值明显偏低, 作为补救, 他们加上  $P$  分波的  $\Lambda$ - $\alpha$  可分势. 但由于缺乏必要的  $\Lambda$ - $\alpha$  散射数据,  $P$  分波的强度参量只能作为可调

参数引入。

大家知道,一秩可分离势只能有一个束缚态。而  ${}^3\text{He}$  只有一个束缚态,所以  $\Lambda$ - $\alpha$  可分势取  $S$  波一项是合理的,问题是要适当修改势的形状因子。本文用修改后的势因子在 B. O. 近似框架下计算了  ${}^3\text{He}$  基态结合能,结果是令人满意的。

## 二、 $\Lambda$ - $\alpha$ 可分势

设在动量空间中可分型  $\Lambda$ - $\alpha$   $S$  波相互作用势为:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \lambda f(p)f(p') \quad (1)$$

文献 [2] 中 J. Revai 等取 Yamaguchi 型的  $f(p)$ <sup>[3]</sup>, 即:

$$f(p) = (p^2 + \beta^2)^{-1} \quad (2)$$

本文改取

$$f(p) = (p^2 + \beta^2)^{-3} \quad (3)$$

在 (1)–(3) 式中  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$  为末态与初态动量; 力程参量  $\beta$  由  $\Lambda$ - $N$  的  $2\pi$  交换定为  $1.8 \text{ fm}^{-1}$ ; 强度参量  $\lambda$  由  ${}^3\text{He}$  的基态结合能  $\epsilon_0 = (3/2)\text{MeV}$  通过下式确定:

$$\lambda^{-1} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{f^2(q)}{\epsilon_0 - q^2/\nu} \quad (4)$$

式中  $\nu$  为  $\Lambda$ - $\alpha$  约化质量。

## 三 B. O. 近似方法

${}^3\text{He}$  被看作  $\alpha + \alpha + \Lambda$  三体系统。在图 1 所示的坐标系中,  ${}^3\text{He}$  三体系统的 Schrödinger 方程为:

$$\left[ -\frac{\nabla_{\mathbf{R}}^2}{m_\alpha} - \frac{\nabla_{\mathbf{r}}^2}{2\mu} + V_{\Lambda\alpha}\left(\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{R}\right) + V_{\Lambda\alpha}\left(\mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{R}\right) + V_{\alpha\alpha}(\mathbf{R}) \right] \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = E\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \quad (5)$$

式中  $\mu$  为  $2\alpha$  与  $\Lambda$  超子的约化质量;  $m_\alpha$  为  $2\alpha$  的约化质量。  $\alpha$ - $\alpha$  相互作用势取包括 Coulomb 力的型式<sup>[4]</sup>:

$$V_{\alpha\alpha}(R) = -V_0 / \left[ 1 + \exp\left(\frac{R - R_0}{a}\right) \right] + V_c(R)$$

$$V_c(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_0} \left( 3 - \frac{R^2}{R_0^2} \right), & R < R_0 \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}, & R > R_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中  $V_0 = 125\text{MeV}$ ;  $R_0 = 1.78\text{fm}$ ;  $a = 0.66\text{fm}$ 。

在 B. O. 近似中,关键是三体系统的波函数  $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$  被看作两个波函数的乘积,即:

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})\phi(\mathbf{R}) \quad (7)$$

这样方程 (5) 可分解为二个方程,  $\phi(\mathbf{r}, \mathbf{R})$  是如下两中心问题的本征函数:

$$\left[ -\frac{\nabla_r^2}{2\mu} + V_{\Lambda\alpha}\left(\mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{R}\right) + V_{\Lambda\alpha}\left(\mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{R}\right) \right] \phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \varepsilon(R)\phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \quad (8)$$

该两中心问题通过 Fourier 变换可在动量空间中严格求解<sup>[1]</sup>, 得到  $\varepsilon(R)$ , 见图 2.

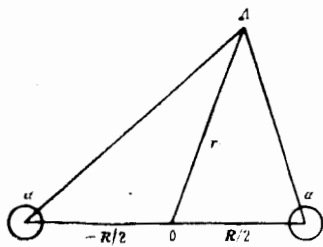


图 1

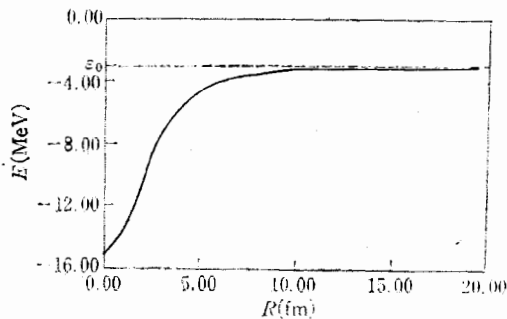


图 2

$\phi(\mathbf{R})$  是如下方程的本征函数:

$$\left[ -\frac{\nabla_R^2}{m_\alpha} + V_{\alpha\alpha}(R) + \varepsilon(R) \right] \phi(\mathbf{R}) = E\phi(\mathbf{R}) \quad (9)$$

该方程相应于  $\alpha$ - $\alpha$  之间由于  $\Lambda$  超子的存在而增加了一项等效势. 求解该方程即可得  ${}^8\text{Be}$  三体系统的基态结合能  $E$ .

#### 四、结果与讨论

在最近的另一项工作中, 我们从坐标空间中的定域四高斯势通过有效力程近似确定了非定域可分势中的参数  $\beta$ . (详见另文) 这样确定的  $\beta$  与从  $\Lambda$ -N 的  $2\pi$  交换确定的  $\beta$  很接近.

本工作中采用了这二种不同的  $\beta$  计算了  ${}^8\text{Be}$  的基态结合能. 结果见表 1.

从表 1 可见, 结果与实验值符合得很好. 这表明我们预期的想法是可行的. 即只要适当选取可分势的形状因子,  $\Lambda$ - $\alpha$  可分势只应选取  $S$  波一项就能算得  ${}^8\text{Be}$  基态结合能的较好结果.

求解三体系统的 Faddeev 方程是很复杂的. B. O. 近似要比之简单得多. 对于三体系统的基态结合能来讲, 如只取  $S$  波一项就能用 B. O. 近似求解的话那就更方便了, 我们希望能将本工作中的尝试推广到其它一些三体系统, 目前这项工作正在进行中, 进一步的工作还包括适当修改  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用, 计算  ${}^8\text{Be}$  的能谱.

表 1

参 数 $\beta$	${}^8\text{Be}$ 基态结合能
1.8 ( $2\pi$ 交换)	-6.77
1.97 (四高斯势)	-6.76
J. Revai $S$ 波 $\Lambda$ - $\alpha$ 相互作用	-5.20
	-6.71 (实验值)

## 参 考 文 献

- [1] A. C. Fonseca and P. E. Shanley, *Ann. Phys.*, **117** (1979), 268.  
[2] J. Revai and J. Zofka, *Phys. Letters*, **101B** (1981), 228.  
[3] Y. Yamaguchi, *Phys. Rev.*, **95** (1954), 1728.  
[4] V. G. Neudatchin et al., *Phys. Letters*, **34B** (1971), 581.

## $\Lambda$ - $\alpha$ EFFECTIVE INTERACTION AND THE BINDING ENERGY OF ${}^7_{\Lambda}\text{Be}$ GROUND STATE

YUAN ZHU-SHU, CHENG ZHI-QING, SUN YAO-DE, QIU ZHI-HONG  
(Fu Dan University)

### ABSTRACT

The  ${}^7_{\Lambda}\text{Be}$  hypernucleus is considered as a  $\alpha+\Lambda+\alpha$  three-body system. With a separable potential which includes only s-wave  $\Lambda$ - $\alpha$  interaction as the  $\Lambda$ - $\alpha$  effective interaction, the Schrödinger equation of the system is solved in the Born-Oppenheimer approximation. The two-center problem is solved exactly first, and then the binding energy of  ${}^7_{\Lambda}\text{Be}$  ground state is calculated. The calculated result is in good agreement with the experimental value.