

推广的介子云口袋模型和核力

郑栢方 毕品镇 苏汝铿

(复旦大学现代物理研究所)

摘 要

利用介子云口袋模型, 本文计算了 π 场对核子-核子间相互作用势的贡献. 本文证明, 在核子之间距离较大的条件下由介子云口袋模型给出的结果与单 π 交换势相符. 此外, 为考虑矢量介子对核力的贡献, 我们推广了介子云口袋模型使包含矢量介子和夸克的相互作用. 利用这个推广的介子云口袋模型和两核子体系的 Breit-Fermi 方程, 通过 Foldy-Wouthuysen 变换, 在非相对论近似下, 本文计算的核子间相互作用势与通常核理论的结果相符, 但本文考虑了核子体积大小(形式因子)对核力的影响.

一、引 言

自 MIT 袋模型应用在核物理上取得成功^[1], 不少人企图在袋模型的基础上研究核力. Detar^[2] 提出: 在两个口袋的重叠区中存在六夸克态, 并通过绝热形变分成分别相应于核子 N 或 P 的左右两个集团, 由此出发计算了两核子之间的能量. 但在 Detar 模型中, 由于未引入 π 场和 NN π 作用, 因而在大距离中未给出单 π 交换势(OPEP). 另一方面, 为使袋模型具有手征不变性, Brown^[3] 等人建议, 在保持手征不变的条件下引入 π 场, 使口袋内部的夸克流变为口袋外部的 π 流, 成功地解释了 OPEP^[4,5]. 但由于 π 场仅出现在口袋外, 口袋半径又较小, 因而也出现了一些诸如微扰级数收敛性, g_A 的理论值偏大等困难. 在这个基础上, Théberge^[6] 等人建议, 可允许 π 场进入口袋内, 由此建立起来的介子云口袋模型 (Cloudy Bag Model 简称 CBM), 可较好地解释 g_A 、核子磁矩等问题.

由此自然提出, 能否用 CBM 解释核力, 在大距离中导出 OPEP? 在短距离中, 能否推广这一模型, 以解释除交换 π 介子外, 交换其它介力, 比方矢量介子对核力的贡献? 本文将在 CBM 模型的基础上, 在 Born-Oppenheimer 近似下回答上述问题.

二、单 π 交换势 (OPEP)

两核子系统 CBM 的 Lagrangian 密度为^[6]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CBM}} = & \left(\frac{i}{\partial} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} \vec{\partial} q_{a_1} - B \right) \theta_{v_1} + \left(\frac{i}{\partial} \sum_{a_2} \bar{q}_{a_2} \vec{\partial} q_{a_2} - B \right) \theta_{v_2} \\ & - \frac{1}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} e^{i\mathbf{r}_1 \cdot \boldsymbol{\pi} / f} q_{a_1} \Delta s_1 - \frac{1}{2} \sum_{a_2} \bar{q}_{a_2} e^{i\mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\pi} / f} q_{a_2} \Delta s_2 \\ & + \frac{1}{2} (\mathcal{D}_\mu \boldsymbol{\pi})^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2 \boldsymbol{\pi}^2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中脚标 1、2 分别表示第 1 和第 2 个口袋, 每个口袋都有 3 个夸克, \sum_a 表示对三个不同夸克态求和, $\mathbf{r}, \boldsymbol{\pi}$ 是同位旋空间的向量, $\mathcal{D}_\mu \boldsymbol{\pi}$ 满足

$$\mathcal{D}_\mu \boldsymbol{\pi} = \partial_\mu \boldsymbol{\pi} - [i_0(\boldsymbol{\pi}/f)] \hat{x} \times (\partial_\mu \boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\pi}), \quad (2.2)$$

$\theta_{r_1}, \theta_{r_2}$ 满足

$$\theta_{r_1} = \begin{cases} 1 & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}; \quad \theta_{r_2} = \begin{cases} 1 & |\mathbf{r} - \mathbf{R}| \leq r_0 \\ 0 & |\mathbf{r} - \mathbf{R}| > r_0 \end{cases}, \quad (2.3)$$

$\Delta s_1, \Delta s_2$ 是在口袋表面 Σ_1 和 Σ_2 上的面 δ 函数(图 1).

III

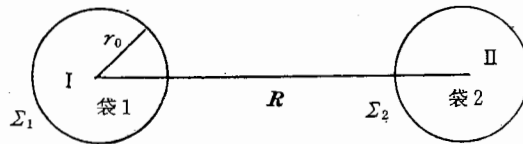


图 1

通常, 在 CBM 模型中, 常在 (2.1) 式的非线性 $\bar{q}q\boldsymbol{\pi}$ 耦合中作线性近似, 并只保留到 $1/f$ 级, 这时 (2.1) 式化为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CBM}} \cong & \left(\frac{i}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} \vec{\partial} q_{a_1} - B \right) \theta_{v_1} + \left(\frac{i}{2} \sum_{a_2} \bar{q}_{a_2} \vec{\partial} q_{a_2} - B \right) \theta_{v_2} \\ & - \frac{1}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} q_{a_1} \Delta s_1 - \frac{i}{2} \sum_{a_1} (\bar{q}_{a_1} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\gamma}_3 q_{a_1} / f) \Delta s_1 \\ & - \frac{1}{2} \sum_{a_2} \bar{q}_{a_2} q_{a_2} \Delta s_2 - \frac{i}{2} \sum_{a_2} (\bar{q}_{a_2} \boldsymbol{\tau}_2 \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\gamma}_3 q_{a_2} / f) \Delta s_2 \\ & - \frac{1}{2} \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \partial_\mu \boldsymbol{\pi} - \frac{1}{2} m_\pi^2 \boldsymbol{\pi}^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

满足 (2.4) 式的夸克波函数常取为 MIT 基态波函数:

$$q_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_0\left(\frac{\omega r}{r_0}\right) \\ i j_1\left(\frac{\omega r}{r_0}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}} \end{pmatrix} v_\alpha, \quad (2.5)$$

其中 v_α 是自旋一同位旋波函数, $\omega = 2.04$, N 为归一常数, 满足

$$N^2 = \frac{\omega^3}{2r_0^3(\omega - 1)\sin^2 \omega}. \quad (2.6)$$

利用变分原理, 不难由(2.4)式给出 π 场的运动方程和边界条件为

$$\partial_\mu^2 \pi - m_\pi^2 \pi = 0, \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} \hat{n}_1 \partial \pi |^\pm = -\frac{i}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} \tau_1 \gamma_5 q_{a_1} / f; & \pi |^\pm = 0 \text{ 在 } \Sigma_1 \text{ 上} \\ \hat{n}_2 \partial \pi |^\pm = -\frac{i}{2} \sum_{a_2} \bar{q}_{a_2} \tau_2 \gamma_5 q_{a_2} / f, & \pi |^\pm = 0 \text{ 在 } \Sigma_2 \text{ 上} \end{cases} \quad (2.8)$$

其中 \hat{n}_1, \hat{n}_2 分别为在 Σ_1, Σ_2 面上垂直表面向外的单位法向量, 记号 $|^\pm$ 表示边界面上里面的值与外面的值之差. 在 Born-Oppenheimer 近似下, 可将口袋视为相对地固定不动, 只考虑在稳定条件下 π 场的解. 于是(2.7)式化为

$$(\nabla^2 - k^2)\pi = 0 \quad (\text{其中 } k \equiv m_\pi). \quad (2.9)$$

为书写方便起见, 从(2.9)式起我们略去了 π 场的同位旋空间矢量记号. 在考虑了袋 1 和 2 的对称性后, 不难证明, 满足(2.9)式, 且在 $r \rightarrow 0$ 和 $r \rightarrow \infty$ 均收敛的解为:

I 区:

$$\pi = a_0 \left\{ \frac{e^{-kr}}{kr} \left(1 + \frac{1}{kr} \right) + \frac{e^{kr}}{kr} \left(1 - \frac{1}{kr} \right) \right\} + b_0 \frac{e^{-k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 + \frac{1}{k|r-R|} \right),$$

II 区:

$$\begin{aligned} \pi = a'_0 \left\{ \frac{e^{-k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 + \frac{1}{k|r-R|} \right) + \frac{e^{k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 - \frac{1}{k|r-R|} \right) \right\} \\ + b'_0 \frac{e^{-kr}}{kr} \left(1 + \frac{1}{kr} \right), \end{aligned}$$

III 区:

$$\pi = b'_0 \left\{ \frac{e^{-kr}}{kr} \left(1 + \frac{1}{kr} \right) \right\} + b_0 \frac{e^{-k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 + \frac{1}{k|r-R|} \right) \quad (2.10)$$

式中, a_0, b_0, a'_0, b'_0 是同位旋空间的向量, 它们可由边界条件(2.8)给出, 为:

$$\begin{cases} b'_0 = \frac{k r_0 + 1}{2k} e^{-k r_0} (1 + \beta_0) \left(-\frac{i}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} \tau_1 \gamma_5 q_{a_1} / f \right), \\ a_0 = \frac{k r_0 + 1}{2k} e^{-k r_0} \left(-\frac{i}{2} \sum_{a_1} \bar{q}_{a_1} \tau_1 \gamma_5 q_{a_1} / f \right), \\ b_0 = b'_0 (\text{袋 } 1 \rightarrow 2), \quad a'_0 = a_0 (\text{袋 } 1 \rightarrow 2), \\ \beta_0 = e^{2k r_0} \left(\frac{k r_0 - 1}{k r_0 + 1} \right). \end{cases} \quad (2.11)$$

上面给出了在两核子条件下 π 场的解. 现在我们在经典意义下计算 π 场对核子间相互作用能的贡献. 注意到

$$\begin{aligned} V_\pi &= E(R) - E(\infty) \\ &= \frac{1}{2} \iint_{\Sigma_1} \frac{i}{2} \sum_{a_1} (\bar{q}_{a_1} \tau_1 \gamma_5 q_{a_1} / f) b_0 \frac{e^{-k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 + \frac{1}{k|r-R|} \right) ds \\ &\quad + \frac{1}{2} \iint_{\Sigma_2} \frac{i}{2} \sum_{a_2} (\bar{q}_{a_2} \tau_2 \gamma_5 q_{a_2} / f) b'_0 \frac{e^{-kr}}{kr} \left(1 + \frac{1}{kr} \right) ds. \end{aligned} \quad (2.12)$$

将(2.5)、(2.6)、(2.11)代入(2.12), 经过一些计算后得

$$V_{\pi} = - \left(\frac{kr_0 + 1}{2k} \right) e^{-kr_0} (1 + \beta_0) \left(\frac{N^2 j_0 j_1}{4\pi f} \right)^2 \sum_{\alpha_1 \alpha_2} v_{\alpha_1}^+ v_{\alpha_2}^+ \sigma_{\alpha_1} \sigma_{\alpha_2} : \left(\oint \frac{e^{-kz}}{kz^2 r_0} \left(1 + \frac{1}{kz} \right) \mathbf{r}(\mathbf{r} - \bar{\mathbf{R}}) \right) ds v_{\alpha_1} v_{\alpha_2} : \quad (2.13)$$

其中 $z \equiv |\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|$, 记号: 表示张量积. 不难证明

$$\sigma_{\alpha_1} \sigma_{\alpha_2} : \oint \frac{e^{-kz}}{kz^2 r_0} \left(1 + \frac{1}{kz} \right) \mathbf{r}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) ds = \frac{2\pi}{3k^2} u(kr_0) \left\{ S_{12} \left(1 + \frac{3}{kR} + \frac{3}{k^2 R^2} \right) + \sigma_{\alpha_1} \sigma_{\alpha_2} \right\} \times \frac{e^{-kR}}{kR} \quad (2.14)$$

其中

$$u(kr_0) = (e^{kr_0} - e^{-kr_0}) - kr_0(e^{kr_0} + e^{-kr_0})$$

$$S_{12} = 3 \frac{\sigma_{\alpha_1} \cdot \mathbf{R} \sigma_{\alpha_2} \cdot \mathbf{R}}{R^2} - \sigma_{\alpha_1} \cdot \sigma_{\alpha_2} \quad (2.15)$$

将(2.6)、(2.14)代入(2.13)后, 我们最后得到

$$V_{\pi} = \frac{1}{3} \frac{k^3 \pi}{f^2} \left(\frac{\omega}{8|\omega - 1|\pi} \right)^2 g(kr_0) \sum_{\alpha_1 \alpha_2} v_{\alpha_1}^+ v_{\alpha_2}^+ \tau_{\alpha_1} \tau_{\alpha_2} \times \left\{ S_{12} \left(1 + \frac{3}{kR} + \frac{3}{k^2 R^2} \right) + \sigma_{\alpha_1} \sigma_{\alpha_2} \right\} \frac{e^{-kR}}{kR} v_{\alpha_1} v_{\alpha_2} \quad (2.16)$$

其中

$$g(kr_0) = \frac{1}{(kr_0)^6} [kr_0(e^{kr_0} + e^{-kr_0}) - (e^{kr_0} - e^{-kr_0})]^2 \quad (2.17)$$

(2.16) 表明, CBM 给出的 π 场对核力的贡献与 OPEP 相符. 当 $r_0 \rightarrow 0$ 时, 由 (2.17) 可得 $g(kr_0) \rightarrow \frac{4}{9}$ 将回到点模型的结果. 但由于袋模型中, 口袋半径 r_0 有一定大小, 因而(2.16) 给出了由于核子有一定大小(形式因子)对长程单 π 交换势的贡献.

当 $R < 2r_0$ 时, 口袋重叠. 如何用袋模型严格讨论口袋重叠区的贡献, 就我们所知, 目前仍有困难. 一种极端的作法是将两个口袋看成一个由六个夸克组成的大口袋, 用 $SU(6)$ 波函数讨论夸克组态对核力的贡献. 这在 Detar 的工作^[2]中已有所讨论. 但如 Wang^[7] 所指出, 它有一系列困难. 比方如果考虑质心运动修正时软斥力心将消失. 这里我们还要指出, 除此之外, 它还有一个严重的困难, 即 $V_{\pi} - R$ 的曲线在 $R = 2r_0$ 处不连续, 因为我们显然不能期望: 一个 $SU(6)$ 波函数会和两个 $SU(3)$ 波函数在 $R = 2r_0$ 处光滑连接. 在本文中, 我们将讨论另外一种极端情况, 即在两口袋重叠后, 我们假定, (2.4) 式给出的 \mathcal{L}_{CBM} 仍成立, 由于两口袋重叠空间形成如图 2 所示的四个区域. 另外如 Gross、Hunter^[8] 所指出, 在微扰意义下, 只有准确到二级, π 场对夸克组态才有贡献, 在最低级近似下, 我们先略去重叠区中夸克组态变化的影响, 而认为在重叠区中夸克波函数仍可由 (2.5) 式给出. 在这些假定的基础上, 不难证明, 图 2 中 I, II, III 区的 π 场仍由 (2.10) 式表示, 在第 IV 区中, 有

$$\pi = a_0 \left\{ \frac{e^{kr}}{kr} \left(1 + \frac{1}{kr} \right) + \frac{e^{-kr}}{kr} \left(1 - \frac{1}{kr} \right) \right\}$$

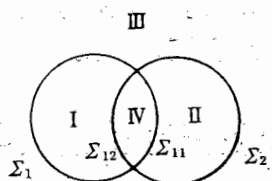


图 2

$$+ a_0' \left\{ \frac{e^{-k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 + \frac{1}{k|r-R|} \right) + \frac{e^{k|r-R|}}{k|r-R|} \left(1 - \frac{1}{k|r-R|} \right) \right\} \quad (2.18)$$

重复上述计算, 但注意到 IV 区边界面 Σ_{11} , Σ_{12} 上 π 场要由 (2.18) 式表示, 不难证明, 重叠区的 V_π 为:

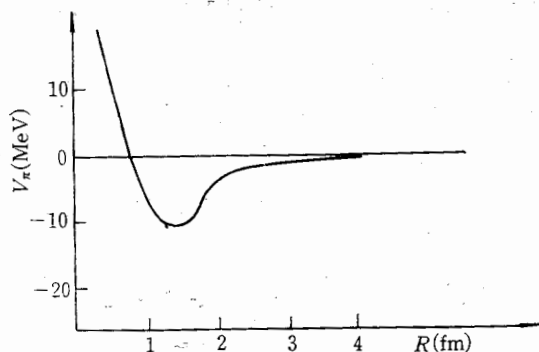
$$V_\pi = \frac{1}{3} \frac{\pi k^3}{f^2} \left(\frac{\omega}{8(\omega-1)\pi} \right)^2 \sum_{\alpha_1 \alpha_2} v_{\alpha_1}^+ v_{\alpha_2}^+ \tau_{\alpha_1} \tau_{\alpha_2} \{ S_{12} (F_1 g_1 + F_2 g_2 + F_3 g_3) + \sigma_{\alpha_1} \cdot \sigma_{\alpha_2} (F_4 g_1 + F_5 g_2 + F_6 g_3) \} v_{\alpha_1} v_{\alpha_2} \quad (2.19)$$

其中:

$$\begin{cases} F_1(x) = \frac{24}{x^3} (e^x - e^{-x}) - \frac{24}{x^2} (e^x + e^{-x}) + \frac{8}{x} (e^x - e^{-x}), & x \equiv kR, \\ F_2(x) = \frac{24}{x^3} (e^{-x} - 1) + \frac{24}{x^2} e^{-x} + \frac{4}{x} (2e^{-x} + 1), \\ F_3(x) = x, & F_4(x) = \frac{8}{x} (e^x - e^{-x}), \\ F_5(x) = \frac{8}{x} (e^x - 1), & F_6(x) = 4x, \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\begin{cases} g_1(kr_0) = \frac{-(1+kr_0)^2}{8(kr_0)^6} e^{-2kr_0}, \\ g_2(kr_0) = \frac{(kr_0)^2 - 1}{4(kr_0)^6}, & g_3(kr_0) = \frac{1}{4(kr_0)^6}. \end{cases} \quad (2.21)$$

易从 (2.16)、(2.21) 证明, 当 $R = 2r_0$ 时, $V_\pi - R$ 曲线连续, 且当 $R = 0$ 时, $V_\pi \rightarrow \text{const}$, 存在软斥力心。另外, 利用能量对 r_0 的极值条件, 通过数字计算可表明, 口袋半径 r_0 为

图 3 $V_\pi - R$ 曲线图 ($I = 0$, $S = 1$, $f = 93 \text{ MeV}$, $r_0 = 0.8 \text{ fm}$)

3)

4)

5)

5)

7)

得

5)

1,

用

如

里

连

光

4)

is、

级

由

式

0.8 fm, 这个数值当 R 由 0.1 fm \rightarrow 4fm 时基本不变, 与文[5]用 Chiral Bag Model 给出的结果相符. 一根典型的 $V_\pi - R$ 曲线如图 3 所示.

三、矢量介子交换势 (OVEP)

早在 60 年代, Breit^[9]、Sakurai^[10]、Nambu^[11] 等人就曾指出, 为解释核力中的强自旋-轨道耦合力, 需引入中性矢量介子交换. 最近, 为在手征口袋模型中讨论 $NN\rho$ 耦合, Oset^[12] 在 CBM 的拉氏量中加上 $\rho\pi\pi$ 顶角 $\mathcal{L}_I = f_\rho \rho^\mu (\phi \times \partial_\mu \phi)$, 以 π 场为媒介间接地引入 $NN\rho$. 在本文中, 我们将在推广 CBM 的基础上直接讨论这一问题, 因为显然, 通过 $q\bar{q}\pi$, $\rho\pi\pi$ 给出的 ρNN 只能是微扰的二级修正. 为直接讨论 ρNN , 我们必须在拉氏量中直接引入夸克和矢量介子的作用. 按照 CBM 的思路, 我们认为, 在整个空间中还有矢量介子场 A_μ , $q\bar{q}A_\mu$ 如同 $q\bar{q}\pi$ 一样, 直接在口袋的表面上耦合. 取 N-N 系统的拉氏量为

$$\begin{cases} \mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{CBM}} + \mathcal{L}_V \\ \mathcal{L}_V = -\frac{1}{4} F_{\mu L} F_{\mu L} - m_V^2 A_\mu A_\mu + ig_V \sum_{\alpha_1} \bar{q}_{\alpha_1} \gamma_\mu A_\mu q_{\alpha_1} \Delta s_1 \\ \quad + ig_V \sum_{\alpha_2} \bar{q}_{\alpha_2} \gamma_\mu A_\mu q_{\alpha_2} \Delta s_2 \end{cases} \quad (3.1)$$

仿照第二节的计算, 不难求得 A_μ 场的运动方程为

$$\nabla^2 \mathbf{A} - m_V^2 \mathbf{A} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla^2 A_0 - m_V^2 A_0 = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.4)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{A} |^\pm = 2g_V \frac{N^2}{4\pi} j_0^{\pm} v_{\alpha_1}^{\pm} \sigma_1 v_{\alpha_1} + \lambda_1 \hat{n}_1 & \text{在 } \Sigma_1 \text{ 面上} \\ \nabla \times \mathbf{A} |^\pm = 2g_V \frac{N^2}{4\pi} j_0^{\pm} v_{\alpha_2}^{\pm} \sigma_2 v_{\alpha_2} + \lambda_2 \hat{n}_2 & \text{在 } \Sigma_2 \text{ 面上} \\ \left. \frac{\partial A_0}{\partial n_1} \right|^\pm = \frac{N^2}{4\pi} g_V (j_0^{\pm} + j_1^{\pm}), \quad A_0 |^\pm = 0 & \text{在 } \Sigma_1 \text{ 面上} \\ \left. \frac{\partial A_0}{\partial n_2} \right|^\pm = \frac{N^2}{4\pi} g_V (j_0^{\pm} + j_1^{\pm}), \quad A_0 |^\pm = 0 & \text{在 } \Sigma_2 \text{ 面上} \end{cases} \quad (3.5)$$

λ_1, λ_2 是任意函数. 可以证明, (3.2)、(3.3) 式满足边界条件 (3.5) 的解为

$$\begin{cases} \text{I 区: } \mathbf{A} = c_1 \sigma_1 \times f_1(r) \mathbf{r} + c_2 \sigma_2 \times f_2(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) (|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) \\ \text{II 区: } \mathbf{A} = c_1 \sigma_2 \times f_1(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) (\mathbf{r} - \mathbf{R}) + c_2 \sigma_1 \times f_2(r) \mathbf{r} \\ \text{III 区: } \mathbf{A} = c_2 \sigma_1 \times f_2(r) \mathbf{r} + c_2 \sigma_2 \times f_2(|\mathbf{r} - \mathbf{R}|) (\mathbf{r} - \mathbf{R}) \end{cases} \quad (3.6)$$

其中:

$$\begin{cases} f_1(r) = \frac{e^{-ur}}{r^2} \left(1 + \frac{1}{ur}\right) + \frac{e^{ur}}{r^2} \left(1 - \frac{1}{ur}\right) \\ f_2(r) = \frac{e^{-ur}}{r^2} \left(1 + \frac{1}{ur}\right), \quad u \equiv m_V \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} c_1 = g_V \frac{(1+ur_0)}{u^2} e^{-ur_0} \frac{N^2}{4\pi} f_0 f_1, \\ c_2 = g_V \frac{(1+ur_0)}{u^2} e^{-ur_0} (1+\beta) \frac{N^2}{4\pi} f_0 f_1, \quad \beta = e^{2ur_0} \frac{ur_0 - 1}{ur_0 + 1} \end{cases} \quad (3.8)$$

A_0 的解为

$$\begin{cases} \text{I 区: } \begin{cases} A_0 = d_1 \frac{e^{ur} - e^{-ur}}{r} + d_2 \frac{e^{-u|r-R|}}{|r-R|} \\ A_0 = d_1 \frac{e^{u|r-R|} - e^{-u|r-R|}}{|r-R|} + d_2 \frac{e^{-ur}}{r} \end{cases} \\ \text{II 区: } \\ \text{III 区: } \begin{cases} A_0 = d_1 \frac{e^{-ur}}{r} + d_2 \frac{e^{-u|r-R|}}{|r-R|} \end{cases} \end{cases} \quad (3.9)$$

其中

$$\begin{cases} d_1 = g_V \frac{r_0}{u} e^{-ur_0} \frac{N^2}{4\pi} f_0^2 \\ d_2 = g_V \frac{r_0}{u} (e^{ur_0} - e^{-ur_0}) \frac{N^2}{4\pi} f_0^2 \end{cases} \quad (3.10)$$

找出 A_μ 的严格解后, 我们推广的介子云口袋模型 (以下简称 ECBM) 的物理图象就简化为, 在整个空间中有一矢量介子场 A_μ 和两个核子 (口袋), 只要算出口袋和 A_μ 的相互作用, 就能给出矢量介子对核力的贡献. 这种情况和量子电动力学中把两个电子放在一个电磁场中, 计算电子由于交换光子而带来的 $ee\gamma$ 相互作用很类似, 不同仅在于: (i) 核子是口袋, 有结构, 不是几何点. (ii) $\bar{q}qA_\mu$ 按 ECBM 只发生在口袋边界即核子表面上. 注意到口袋半径 r_0 很小, 且在口袋表面附近 f_1, f_2 等函数变化相对地比较缓慢, 为简化计算, 我们近似地用 A_μ 在口袋上的平均值来代替核子空间的矢量介子场, 即取

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{A}}_1 = \frac{\oint_{\Sigma_1} \mathbf{A}_1(\mathbf{r}, \mathbf{R}) ds}{4\pi r_0^2} = c_2 u \frac{e^{ur_0} - e^{-ur_0}}{2r_0} (\mathbf{R} \times \boldsymbol{\sigma}_2) \frac{e^{-uR}}{uR} \left(\frac{1}{uR} + \frac{1}{u^2 R^2} \right) \\ \bar{\mathbf{A}}_2 = \frac{\oint_{\Sigma_2} \mathbf{A}_2(\mathbf{r}, \mathbf{R}) ds}{4\pi r_0^2} = c_2 u \frac{e^{ur_0} - e^{-ur_0}}{2r_0} (-\mathbf{R} \times \boldsymbol{\sigma}_1) \frac{e^{-uR}}{uR} \left(\frac{1}{uR} + \frac{1}{u^2 R^2} \right) \\ \bar{A}_{01} = \frac{\oint_{\Sigma_1} A_0(\mathbf{r}, \mathbf{R}) ds}{4\pi r_0^2} = \bar{A}_{02} = \frac{\oint_{\Sigma_2} A_0(\mathbf{r}, \mathbf{R}) ds}{4\pi r_0^2} = d_2 \frac{e^{ur_0} - e^{-ur_0}}{2r_0} \cdot \frac{e^{-uR}}{uR} \end{cases} \quad (3.11)$$

现在我们从 (3.11) 式给出的核子区平均场出发, 计算 OVEP. 二核子体系的 Breit-Fermi 方程为^[13]:

$$\begin{aligned} H = & [\boldsymbol{\alpha}_1(\mathbf{p}_1 - g_V \bar{\mathbf{A}}_1) + g_V \bar{A}_{01} + \beta_1 m_1] \otimes I_2 \\ & + I_1 \otimes [\boldsymbol{\alpha}_2(\mathbf{p}_2 - g_V \bar{\mathbf{A}}_2) + g_V \bar{A}_{02} + \beta_2 m_2] \end{aligned} \quad (3.12)$$

(3.12) 式中, I_1, I_2 是 4×4 单位矩阵. 为了能和通常核理论中给出的 OVEP 相比较, 我们需对 (3.12) 式作非相对论近似. 为此, 对 (3.12) 式作 Foldy-Wouthuysen^[14] 变换, 并引入相对坐标:

$$\bar{\mathbf{R}} = \hat{r}_2 - \hat{r}_1, \quad \hat{r} = \frac{m_1 \hat{r}_1 + m_2 \hat{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (3.12a)$$

准确到 $O\left(\frac{1}{c^4}\right)$, 有

$$\begin{aligned}
 H \cong & \beta_1 \left[m_1 + \frac{p^2}{2m_1} + \frac{g_V^2 \bar{A}_1^2}{2m_1} + \frac{g_V}{m_1} \bar{A}_1 \cdot \mathbf{p} + \frac{ig_V \vec{\sigma}_1 \cdot (\mathbf{p} \times \bar{A}_1)}{2m_1} \right] \\
 & + \frac{i\sigma_1 \cdot \mathbf{p} \varepsilon \times \mathbf{p}}{4m_1^2} - \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} \varepsilon}{8m_1^2} + \beta \left[m_2 + \frac{p^2}{2m_2} + \frac{g_V^2 \bar{A}_2^2}{2m_2} \right. \\
 & \left. - \frac{g_V \bar{A}_2 \cdot \mathbf{p}}{m_2} - \frac{ig_V \sigma_2 \cdot \mathbf{p} \times \bar{A}_2}{2m_2} \right] + \left[\frac{ig_V \sigma_2 \cdot (\mathbf{p} \times \bar{A}_2)}{2m_2} \right] \\
 & + \frac{i\sigma_2 \cdot \mathbf{p} \varepsilon \times \mathbf{p}}{4m_2^2} - \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} \varepsilon}{8m_2^2} + \varepsilon
 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon = g_V A_{01} + g_V A_{02} \quad (3.14)$$

将(3.11)、(3.14)代入(3.13), 注意到 $\mathbf{p} = -i\nabla_{\mathbf{R}}$, 经过一些计算后可得:

$$\begin{aligned}
 V_V = g_V^2 \left\{ \left[G_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{M^2}{u^2} \right) + \frac{1}{3} G_2 \sigma_1 \cdot \sigma_2 \right] Y(y) \right. \\
 \left. - \frac{1}{6} G_2 s_{12} Z(y) - (G_1 + G_2) X(y) \mathbf{s} \cdot \mathbf{L} \right\},
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

其中:

$$\begin{cases}
 G_1 = \frac{1}{2} \frac{u}{M^2} (e^{ur_0} - e^{-ur_0})^2 \frac{N^2}{4\pi} \tilde{f}_0^2, \\
 G_2 = \frac{1}{M} (ur_0 + 1)(1 + \beta) \frac{(1 - e^{-2ur_0})}{ur_0} \frac{N^2}{4\pi} \tilde{f}_0^2, \\
 Y(y) = \frac{e^{-y}}{y}, \quad y \equiv uR; \quad X(y) = \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} \right) Y(y), \\
 Z(y) = \left(1 + \frac{3}{y} + \frac{3}{y^2} \right) Y(y).
 \end{cases} \quad (3.16)$$

由(3.15)式可见, 利用 ECBM 给出的交换矢量介子的相互作用势 V_V , 除核子形式因子带来的修正外, 它给出的结果与通常用场论方法给出的结果相符. 它形式上也包含了库仑项, 磁自旋-自旋相互作用项, Darwin 项, Thomas 自旋-轨道耦合项及磁偶极-偶极相互作用的张量力项^[4]. 核子内部结构对势的贡献由 G_1, G_2 表示.

对于口袋重叠区, 可以仿照第二节的方法同样讨论, 经过冗长的计算后, 可以最后证明, 结果为

$$\begin{aligned}
 V_V = g_V^2 \left\{ G_1 \left(\frac{1}{2} \nabla^2 Y_0 + \frac{M^2}{u^2} Y_0 \right) + \frac{1}{3} G_2 Z_1 \sigma_1 \sigma_2 \right. \\
 \left. - \frac{1}{6} G_2 Z_2 s_{12} - (G_1 Y_3 + G_2 Z_0) \mathbf{s} \cdot \mathbf{L} \right\},
 \end{aligned} \quad (3.17)$$

其中

$$\begin{cases}
 Y_0 = \frac{1}{y} (h_1 + h_2) - \frac{e^{-y}}{y} h_4 - \frac{e^y}{y} h_3, \\
 Y_1 = \frac{d^2 Y_0}{dy^2} + \frac{2}{y} \frac{dY_0}{dy}, \quad Y_2 = \frac{d^2 Y_0}{dy^2} - \frac{1}{y} \frac{dY_0}{dy}, \\
 Y_3 = -\frac{1}{y} \frac{dY_0}{dy},
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 Z_0 = \frac{e^{-y}}{y} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} \right) h_1 + \frac{e^y}{y} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y^2} \right) h_2 + \left(\frac{2}{y^3} - \frac{1}{y} \right) h_3, \\
 Z_1 = -y \frac{dZ_0}{dy} - 3Z_0, \quad Z_2 = -y \frac{dZ_0}{dy}, \\
 h_1 = \frac{e^{-2ur_0}(ur_0 + 1) - 2}{e^{-2ur_0}(ur_0 + 1) - e^{2ur_0}(ur_0 - 1) - 2}, \\
 h_2 = \frac{e^{-2ur_0}(ur_0 + 1)}{e^{-2ur_0}(ur_0 + 1) - e^{2ur_0}(ur_0 - 1) - 2}, \\
 h_3 = \frac{1}{e^{-2ur_0}(ur_0 + 1) - e^{2ur_0}(ur_0 - 1) - 2}, \\
 h_4 = \frac{2 - e^{-2ur_0}}{(e^{ur_0} - e^{-ur_0})^2}.
 \end{cases} \quad (3.18)$$

可以证明, (3.17), (3.18) 式在短距离下给出了一个斥力心, 这与核理论的结果一致. 在本文中, 我们保留 g_V 作为一个可调参数处理. 当然如果承认 π , ρ 等介子之间的么正对称性, g_V 也可通过 f_π 给出.

四、总结和讨论

总结本文, 我们得出如下结论:

(1) 对于核力的研究说来, 推广的包含矢量介子如 ρ , ω , η 等相互作用的介子云口袋模型 (ECBM) 是行之有效的. 在 R 较大的条件下, ECBM 给出的核子间的相互作用势与单 π 交换势相符. 在短程中给出的矢量介子交换势也与 OVEP 一致. 但本文具体给出了核子体积大小 (形式因子) 对核力的影响.

(2) 近年来, 在夸克水平上, 从 Q. C. D 或从势模型^[12]、袋模型等出发讨论核力的问题一直为人所瞩目. 核力中是否存在斥力心? 短程区的核力如何处理? 这都是非常重要的问题. 若用袋模型讨论, 这些问题都涉及两口袋重叠区的处理. 这是迄今为止, 只能用各种近似讨论的问题. 在本文中, 我们提供了一种处理重叠区的方案. 值得指出, 严格说来, 这只是个“工作假说”. 由于未考虑重叠区中夸克组态的变化, 这种处理只能是最低级的近似. 更为合理的方案应介于 Detar 的大口袋和本文的仍保留两口袋, 这两种极端处理方案之间. 但是, 本文的结果表明, 本文的方案似仍不失为一行之有效的方案, 它能给出 OPEP, OVEP, 斥力心等良好的结果, 而且也容易推广到交换其它玻色子 (如标量介子).

(3) 值得指出, 在通常核理论中, OPEP 在当 $R \rightarrow 0$ 时, $V_\pi \rightarrow \infty$ 是发散的. 但在 CBM 中, 由于考虑了核子具有一定的体积, 当 $R \rightarrow 0$ 时, $V_\pi \rightarrow \text{const.}$, 不再发散. 这在物理上更合理.

本文是在 83 年美国西雅图华盛顿大学 E. M. Henley 教授访华时提出这个课题并开始工作的, 在工作过程中, 我们得到了 E. M. Henley, 杨福家、殷鹏程、吴式枢、倪光炯、徐湛等教授的许多有益的意见和帮助, 在此仅致谢忱.

参 考 文 献

- [1] A. W. Thomas, *Adv. Nucl. Phys.*, **13**(1983), 1.
- [2] C. Detar, *Phys. Rev.* **D17**(1978), 302, 323; *ibid.*, **D24**(1981), 752, 762.
- [3] G. E. Brown, et al., *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 177.
- [4] G. E. Brown, M. Rho and V. Vento, *Phys. Lett.*, **84B**(1979), 383.
- [5] 程檀生、钟毓树、徐湛, 高能物理与核物理, **8**(1984), 91.
- [6] S. Théberge, et al., *Phys. Rev.*, **D22**(1980), 2838; *ibid.*, **D24**(1981), 216; *Nucl. Phys.*, **A393**(1983), 252; *Canada. J. Phys.*, **60**(1982), 59.
- [7] C. W. Wang, Erice Italy, "5th Course: Quarks and the Nucleus" (1980).
- [8] F. Gross, and J. Hunter, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 2266.
- [9] G. Breit, *Phys. Rev.*, **120**(1960), 287.
- [10] J. J. Sakurai, *Nuovo. Cimen.*, **16**(1960), 388; *Phys. Rev.*, **119**(1960), 1784.
- [11] Y. Nambu, *Phys. Rev.*, **106**(1957), 1366.
- [12] E. Oset, Ref. TH. 3704—CERN (1983).
- [13] F. Gesztesy, H. Grosse, and B. Thaller, Ref. TH-3710-CERN (1983).
- [14] J. D. Bjorken, and S. D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics" Ch. 4 (McGraw-Hill, New York, 1965).
- [15] C. W. Wang, and K. F. Liu, "Lecture Notes in Phys. 144, Topics in Nucl. Phys." (Ed. T. T. S. Kuo, and S. S. M. Wong, Springer-Verlag 1981)

EXTENDED CLOUDY BAG MODEL AND NUCLEAR FORCE

ZHENG TING-FANG BI PIN-ZHEN SU RU-KENG

(Modern Physics Institute, Fudan University)

ABSTRACT

By means of the Cloudy Bag Model (CBM), the contributions of pion field to nucleon-nucleon potential are calculated. It is shown that the results given by CBM are in good agreement with One-Pion-Exchange-Potential (OPEP) at large distance. Furthermore, in order to take into account the contributions of vector meson to nuclear force, we extend the CBM to include the vector meson and quark-antiquark-vector meson interaction. Using the Extended Cloudy Bag Model (ECBM) and Breit-Fermi equation of two nucleon system, through Foldy-Wouthuysen transformation, we get the nucleon-nucleon interaction which is in good agreement with naive One-Vector-Meson-Exchange-Potential (OVEP) in nonrelativistic limit, but effects of nucleon structure to nuclear force (form factor) are given.