

## s. d. g IBM 对偶钛核的应用

廖 继 志

(四川大学物理系)

### 摘 要

在本文中, s. d. g IBM 被用于计算  $^{44,46}\text{Ti}$  核的能谱, 并与纯组态壳模型能谱和实验能谱作了比较。

为了解释偶偶核低激发能谱中  $1^+$  态和较高自旋态的出现, 人们将 Arima 和 Iachello 提出的 s. d. IBM (相互作用玻色子模型)<sup>[1]</sup> 推广到也包含 g 玻色子的情形, 这就是 s. d. g IBM<sup>[2,3]</sup>。这些作者认为, 集体能谱中  $1^+$  态的出现是由于 d 玻色子与 g 玻色子之间的相互作用<sup>[3]</sup>。为了进一步审查这个模型, 我们试图在  $1f_{7/2}$  核中寻找 g 玻色子存在的证据。

含有 s、d 和 g 玻色子的体系, 可以用  $U(15)$  群来描述。因而 s. d. g IBM 中有很多个子群链。如果假定, 在一个特定的极限情形下, 体系的相互作用哈密顿量可以表示为对应链中各子群的 Casimir 算子的线性组合, 就可以得到该极限下的能谱公式。自然, 这里存在一个问题, 就是怎样选出或多或少具有物理意义的子群链? 无论如何, 为了保证原子核中角动量守恒, 我们必须在那些包含  $O(3)$  群的子群链中挑选。根据文献[3], 我们考虑  $SU(15)$  的  $SU(5)$  极限和  $SU(14)$  极限, 即下列两个子群链:

$$SU(15) \supset SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3),$$

$$SU(15) \supset SU(14) \supset SO(5) \supset SO(3),$$

这两种极限情形下的能谱表示式分别为

$$E_{SU(5)} = \epsilon_2 [f_1(f_1 - 1) + f_2(f_2 - 3) + f_3(f_3 - 5) + f_4(f_4 - 7)] \\ + \epsilon_3 \frac{1}{2} [\omega_1(\omega_1 + 3) + \omega_2(\omega_2 + 1)] \\ + \epsilon_4 \frac{1}{2} L(L + 1) ,$$

和

$$E_{SU(14)} = \alpha_1 n_1 + \alpha_2 n_1(n_1 - 1) + \alpha_3 \frac{1}{2} [\omega_1(\omega_1 + 3) + \omega_2(\omega_2 + 1)] \\ + \alpha_4 \frac{1}{2} L(L + 1) .$$

这里常数项已被略去, 划分  $[f_1 f_2 f_3 f_4]$  为  $SU(5)$  群的表示,  $(\omega_1, \omega_2)$  是  $SO(5)$  群的表示,  $n_1 = n_d + n_g$  代表  $SU(14)$  群的表示,  $L$  则是态的角动量,  $n_d$  和  $n_g$  分别是 d 玻色

表 1 *SU(15)* 到 *SU(5)* 到 *SO(5)* 和 *SU(15)* 到 *SU(14)* 到 *SO(5)* 的约化

<i>SU(15)</i> <i>N</i>	<i>SU(5)</i> [ <i>f<sub>1</sub>f<sub>2</sub>f<sub>3</sub>f<sub>4</sub></i> ]	<i>SO(5)</i> ( $\omega_1\omega_2$ )	<i>SU(15)</i> <i>N</i>	<i>SU(14)</i> $n_1$	<i>SO(5)</i> ( $\omega_1\omega_2$ )
2	[4000]	(00)(20)(40)	2	2	(00)(20)(22)(40)
	[2200]	(00)(20)(22)		1	(20)
3	[6000]	(00)(20)(40)(60)	3	3	(00)(20) <sup>2</sup> (22)(40)(31)(42)(60)
	[4200]	(00)(20) <sup>2</sup> (22)(40)(42)(31)		2	(00)(20)(22)(40)
	[2220]	(00)(20)(22)		1	(20)
				0	(00)
4	[8000]	(00)(20)(40)(60)(80)	4	4	(00) <sup>2</sup> (20) <sup>3</sup> (22) <sup>2</sup> (40) <sup>3</sup> (31)(32)
	[6200]	(00)(20) <sup>2</sup> (22)(31)(40) <sup>2</sup> (51)(42)(60)(62)		3	(00)(20) <sup>2</sup> (22)(40)(31)(42)(60)
	[4400]	(00)(20)(22)(40)(42)(44)		2	(00)(20)(22)(40)
	[4220]	(00)(20) <sup>2</sup> (22) <sup>2</sup> (31)(40)(32)(42)		1	(20)
	[2222]	(00)(20)		0	(00)

表 2 *SO(5)* 到 *SO(3)* 表示的约化

<i>SO(5)</i> ( $\omega_1\omega_2$ )	<i>SO(3)</i> <i>L</i>	<i>SO(5)</i> ( $\omega_1\omega_2$ )	<i>SO(3)</i> <i>L</i>
(00)	0	(42)	0, 1, 2 <sup>2</sup> , 3 <sup>2</sup> , 4 <sup>3</sup> , 5 <sup>2</sup> , 6 <sup>3</sup> , 7 <sup>2</sup> , 8 <sup>2</sup> , 9, 10
(20)	2, 4	(60)	0, 3, 4, 6 <sup>2</sup> , 7, 8, 9, 10, 12
(22)	0, 2, 3, 4, 6	(62)	1, 2 <sup>3</sup> , 3 <sup>2</sup> , 4 <sup>4</sup> , 5 <sup>4</sup> , 6 <sup>4</sup> , 7 <sup>4</sup> , 8 <sup>2</sup> , 9 <sup>3</sup> , 10 <sup>4</sup> , 11 <sup>3</sup> , .....
(40)	2, 4, 5, 6, 8	(80)	2, 4, 5, 6, 7, 8 <sup>2</sup> , 9, 10 <sup>2</sup> , 11, 12, .....
(31)	1, 2, 3 <sup>2</sup> , 4, 5 <sup>2</sup> , 6, 7	(44)	0, 2, 3, 4 <sup>2</sup> , 5, 6 <sup>2</sup> , 7, 8, 9, 10, 12
(51)	1, 2, 3 <sup>2</sup> , 4 <sup>2</sup> , 5 <sup>3</sup> , 6 <sup>2</sup> , 7 <sup>3</sup> , 8 <sup>2</sup> , 9 <sup>2</sup> , 10, 11	(32)	1, 2 <sup>2</sup> , 3, 4 <sup>2</sup> , 5 <sup>2</sup> , 6, 7, 8

子和 *g* 玻色子的数目。上述两个子群链中各表示的约化列在表 1 和表 2 中。

现在将上述结果应用于 <sup>44,46,48</sup>Ti 核的能谱。偶钛核的能谱在低能区显示集体振动特性。IBM 的能谱计算结果示于图 1、2、3 中。实验能谱 (Exp.) 和 (1*f*<sub>7/2</sub>)<sup>n</sup> 纯组态壳模型计算谱 (SM)<sup>[4]</sup> 也一并画在图上,以供比较。

从图 1 看出,对 <sup>44</sup>Ti 核,在大约 3MeV 以下的低能区,IBM 计算谱与实验谱<sup>[5]</sup> 的符合情况比壳模型好一些。但是,IBM 谱中没有 10<sup>+</sup>、12<sup>+</sup> 和 1<sup>+</sup> 态,而在壳模型谱和实验谱中都出现这些态。同时,在较高的能区,*SU(5)* 和 *SU(14)* 极限能谱中的态的数目也比实验能级数目少。而壳模型谱在 4MeV 以下只包含三个激发态,与实验谱严重矛盾,虽然这三个态与对应实验能级在能量上符合较好。所以,从整体看,无论 IBM 或者壳模型都不能完满地解释 <sup>44</sup>Ti 的能谱。

图 2 表明,<sup>46</sup>Ti 核的实验谱中未观测到角动量为奇数的态<sup>[6]</sup>,但在 IBM 和 SM 计算谱中都包含一些奇角动量态。不过,对 *N* = 3 玻色子体系, *L* = 11 的态不可能出现(见表 1 和表 2),而壳模型谱中有 11<sup>+</sup> 态。SM 与 IBM 的另一差别是前者的第一 0<sup>+</sup> 激发态的激发能高达 4.58MeV,约比后者的预言值(也比实验值)大一倍。从图 2 还可看出,在低能区,IBM 谱,特别是 *SU(14)* 极限能谱,所包含的态的数目太多,既比实验谱多,也比 SM 谱多。从总体看,SM 和 *SU(5)* 极限与实验的符合比 *SU(14)* 要好一些。

lo  
g  
互  
多  
对  
里  
子  
考

表  
色

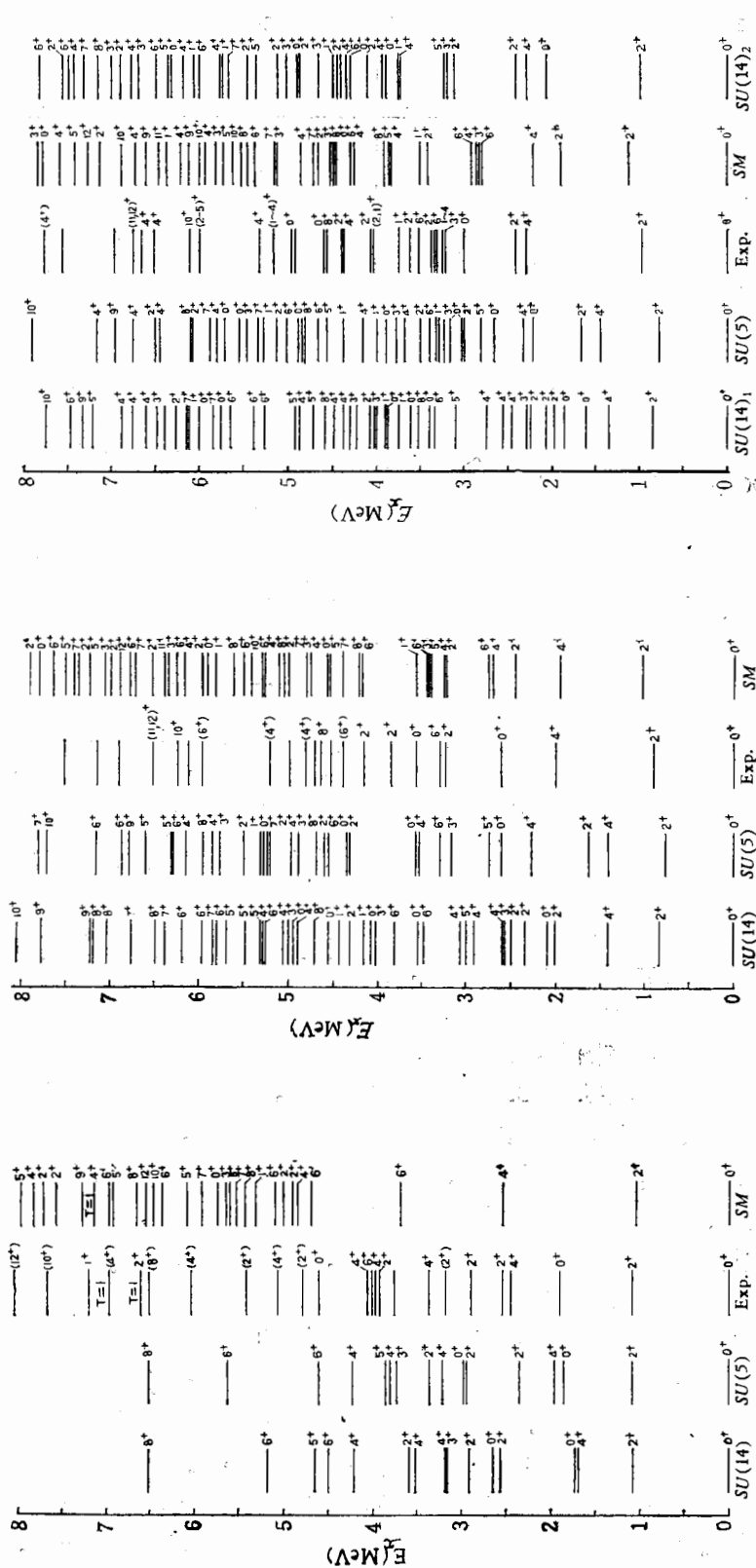


图 1  $^{44}\text{Ti}$  的能谱.  $SU(14)$ :  $\alpha_1 = 0.2748$ ,  $\alpha_2 = 0.6146$ ,  $\alpha_3 = 0.1139$ ,  $\alpha_4 = 0.0886$ ;  
 $SU(5)$ :  $\varepsilon_1 = -0.1545$ ,  $\varepsilon_2 = 0.1410$ ,  
 $\varepsilon_3 = 0.1259$ ,  
 $\varepsilon_4 = 0.1259$ .

图 2  $^{46}\text{Ti}$  的能谱.  $SU(14)$ :  $\alpha_1 = 0.8550$ ,  
 $\alpha_2 = 0.4056$ ,  $\alpha_3 = -0.0541$ ,  $\alpha_4 = 0.0821$ ;  
 $SU(5)$ :  $\varepsilon_1 = -0.1785$ ,  $\varepsilon_2 = 0.0967$ ,  
 $\varepsilon_3 = 0.0927$ ,  
 $\varepsilon_4 = 0.0927$ .

图 3  $^{48}\text{Ti}$  的能谱.  $SU(14)$ : ①  $\alpha_1 = 0.4958$ ,  $\alpha_2 = 0.3146$ ,  $\alpha_3 = 0.0293$ ,  $\alpha_4 = 0.0704$ ; ②  $\alpha_1 = 2.9768$ ,  $\alpha_2 = -0.1381$ ,  $\alpha_3 = -0.2233$ ,  $\alpha_4 = 0.1869$ ;  
 $SU(5)$ :  $\varepsilon_1 = -0.0793$ ,  $\varepsilon_2 = 0.0985$ ,  $\varepsilon_3 = 0.0985$ ,  $\varepsilon_4 = 0.0953$ .

完全  
3). 与  
实能级  
yrast  
验证  
色子在  
色子大  
角子的  
色子

[1]  
[2]  
[3]  
[4]  
[5]  
[6]  
[7]

Sci  
Cor

在  $^{48}\text{Ti}$  核的能谱中,已观测到两个  $1^+$  态,一个在激发能为  $3.74\text{MeV}$  处<sup>[1]</sup>,另一个未完全肯定的  $1^+$  态在  $4.04\text{MeV}$  处;同时,还测到一个激发能为  $3.224\text{MeV}$  的  $3^+$  态(见图 3)。这些态在 IBM 的两个极限和 *SM* 中都能得到解释。可以看出, *SU(5)* 极限能谱与实验符合的情况比 *SU(14)* 谱好,但比 *SM* 谱差。问题仍然在于 IBM 谱在低能区的能级太多。当然,我们可以改变参量的值使低能区能级密度降低,但这将使  $6^+$ 、 $8^+$  等 *yrast* 态的能量大大高于实验值,图 3 中的 *SU(14)*<sub>2</sub> 就是一个例子。它的第一  $6^+$  态比实验高  $1\text{MeV}$  左右,第一  $8^+$  态的能量比实验值高  $2.5\text{MeV}$ 。

最后,我们可以得出结论: 在质量数为 48 附近的偶钛核中,存在着 *d* 玻色子和 *g* 玻色子相互作用的一些迹象;但是,能谱的特征不能被 *s. d. g* IBM 完全描述;与 *SM* 相比,在低能区,质量数较小时 IBM 优于 *SM*,质量数较大时 *SM* 更好一些。另外,为了在玻色子数 *N* 为定值的体系中得到更高自旋的态(如在  $^{48}\text{Ti}$  的情形下所需要的),需要引入更大角动量的玻色子,然而,这无论是在理论上还是在实验上都是不可取的。还有,*g* 玻色子的引入,虽然解决了  $1^+$  态的问题,但仍然缺少一些态,如三玻色子体系无  $11^+$  态,二玻色子体系无大于  $9^+$  的态和  $1^+$ 、 $7^+$  态等。

### 参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. of Phys.*, **99**(1976), 253; **111**(1978), 201; **123** (1979), 468.
- [2] 凌寅生, 高能物理与核物理, **6**(1982), 77.
- [3] 顾金南等, 高能物理与核物理, **6**(1982), 453.
- [4] 廖继志, 高能物理与核物理, **3**(1979), 734.
- [5] J. J. Kolata et al., *Phys. Rev.*, **C10**(1974), 1663.
- [6] W. Dehnhardt et al., *Phys. Rev.*, **C7** (1973), 1471.  
G. Fortuma et al., *Nuovo Cim.*, **34A** (1976), 321.
- [7] D. H. Kong-A-Siou et al., *Nucl. Phys.*, **A197** (1972), 568. G. Fortuma et al., *Nuovo Cim.*, **34A** (1976), 321.

## APPLICATIONS OF *s. d. g* IBM TO EVEN TITANIUM NUCLEI

LIAO JI-ZHI

(Sichuan University)

### ABSTRACT

In this paper the *s. d. g* IBM is used to calculate the energy spectra of the light nuclei  $^{44,46,48}\text{Ti}$ , and the results are compared with the calculations based on the pure configuration shell model, and with the experimental spectra.