

在半内含过程中用动力学破缺计算 π 介子的碎裂函数

吕晓夫 胡诗可
(四川大学, 成都)

摘 要

本文用 QCD 理论, 计算 π 介子的碎裂函数. 在高能时, 应用渐近自由的微扰论. 但在夸克飞行一段距离后, 由于囚禁的作用, 夸克碎裂成强子. 囚禁的影响是发生在大距离的低能现象, 此时 π 介子应该是 Goldstone 粒子, 此粒子是动力学自发破缺的结果. 因此本文用动力学自发破缺机制计算低能现象的 π 介子碎裂函数.

一、问题的提出和 π 介子半内含过程有关结果的回顾

通常在处理半内含过程时, 由于夸克要重新转变成强子, 一般这个转变机制只能定性地认为是由于囚禁引起的, 从而只能唯象地引进碎裂函数, 因此, 最低阶的碎裂函数是不能进行计算的. 通常根据最低阶的碎裂函数再加上演化方程, 计算出 QCD 的高阶辐射修正.

根据动力学破缺的理论, π 介子应该是 QCD 在低能现象的 Goldstone 粒子, 因此夸克与 π 介子的作用应当直接由 QCD 的动力学破缺得出. 囚禁的效应可以得到一定程度的解决. 由此应该能定量地处理 π 介子的碎裂函数. 这就是本文所要讨论的问题.

π 介子产生的半内含过程的 Feynman 图可以表示为图 1. 其相应的 S 矩阵元为:

$$\begin{aligned} & \langle n\pi^+ | S | e^-(p_1), e^+(p_2) \rangle \\ &= ie^2 \int d^4x d^4y \langle 0 | j_\mu(x) | e^- e^+ \rangle \times D_F(x-y) \langle \pi^+ n | J^\mu(y) | 0 \rangle \end{aligned} \quad (1.1)$$

在 (1.1) 式中 J^μ 代表强子的电磁流, j_μ 代表轻子的电磁流.

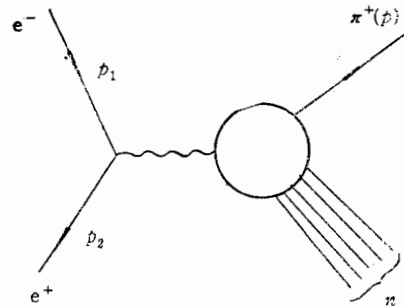


图 1

gy
ec-
m-
ial
ter
um

$$\begin{aligned} \langle 0 | j_\mu(x) | e^-(p_1) e^+(p_2) \rangle &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3(2\pi)^3 2E_1 2E_2}} \bar{v}(p_2 s_2) \gamma_\mu u(p_1, s_1) e^{-i(p_1+p_2)\cdot x}, \\ \langle \pi^+ n | s | e^- e^+ \rangle &= \frac{i e^2}{q^2} \frac{1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_1 2E_2}} \bar{v}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \langle n \pi^+ | J_\mu(0) | 0 \rangle \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p - p_n), \\ d\sigma &= \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \frac{1}{8E_1 E_2} d^3 p \bar{u}(p_1) \gamma^\mu v(p_2) \bar{v}(p_2) \gamma^\nu u(p_1) \sum_n (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p - p_n) \\ &\quad \times \langle 0 | J_\mu(0) | \pi^+ n \rangle \langle n \pi^+ | J_\nu(0) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (1.2)$$

这里旋量波函数归一化条件是:

$$\bar{u}u = 2m. \quad (1.3)$$

定义一个结构函数^[1]:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\mu\nu} &= \frac{4\pi^2 E}{M} \sum_n (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p - p_n) \langle 0 | J_\mu(0) | n \pi \rangle \langle \pi n | J_\nu(0) | 0 \rangle \\ &= - \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \bar{W}_1 + \frac{1}{M^2} \left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \bar{W}_2. \end{aligned} \quad (1.4)$$

在(1.4)式中 P 与 M 分别代表 π 介子的 4 维动量与静止质量. 为了看出这个结构函数与深度非弹的结构函数的不同. 我们可以用简化公式将 $\bar{W}_{\mu\nu}$ 写成格林函数的形式

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\mu\nu}(q, p) &= \frac{1}{4\pi M} \int d^4 x d^4 y d^4 z e^{iq \cdot x - ip \cdot (y-z)} \\ &\quad \times \langle 0 | \bar{T} J_\mu(x) \phi_H^*(y) T J_\nu(0) \phi_H(z) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (1.5)$$

其中 \bar{T} 代表反编时乘积, ϕ_H 代表 π 介子的场量. 在计算这个算符的真空期望值时, π 介子的外线是截断的.

反编时的存在表示此结构函数是与深度非弹的结构函数是不同的. 因而只能用如下的图形表示(图 2)

其中虚线的切断表示中间态的粒子都是质量壳层上的真实粒子.

如果我们唯象的处理这个问题, 就是引进一个碎

裂函数^[2]:

$$\sigma^\pi(z, Q) = \sum_{j=1}^{N_f} \int_z^1 \frac{dy}{y} [D_{0q_j}^\pi(z/y) + D_{0\bar{q}_j}^\pi(z/y)] \frac{d\sigma_j}{dy}, \quad (1.6)$$

其中 $D_{q_j}^\pi$ 是由 q_j 碎裂成 π 介子的碎裂函数.

在 Bjorken 极限下 $q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$, 而 $z = \frac{2M\nu}{q^2}$ 有限. 这里 $p \cdot q = M\nu$. 如果

考虑微分截面, 上式即为^[3]:

$$\frac{d^2\sigma^\pi}{dz dQ} = \frac{\alpha^2}{4q^2} (1 + \cos^2\theta) \sum_j [D_{q_j}^\pi(z) + D_{\bar{q}_j}^\pi(z)]. \quad (1.7)$$

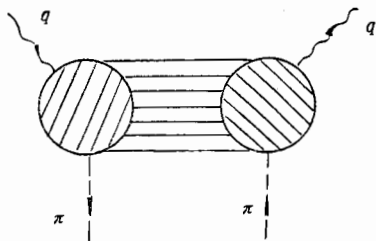


图 2

二、用结构函数来计算碎裂函数

根据截断顶角和碎裂函数的思想, 可以这样认为, 在 高能现象中虚光子变成一对夸克, 当这一对夸克飞行一个距离后, 就会受到一个低能大距离的囚禁效应. 从而引起作为 Goldstone 粒子的 π 介子的激发. 因此夸克应该是联系高能现象和囚禁现象的桥梁. 这个胶子也能碎裂成 π 介子. 利用这个过程就能计算出胶子的碎裂函数. 当然在 Bjorken 极限的最低阶近似下, π 介子的产生应当是由夸克碎裂的. 所以这里只计算夸克的碎裂函数. 由此我们可以将 $\bar{W}_{\mu\nu}$ 作如下的分解^[4]:

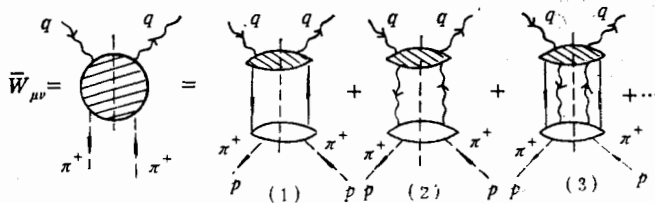


图 3

这里 $\hat{k} = (k_+ = 0, k_-, 0, 0)$ 在 Bjorken 极限下 k_- 有限. 所以由 \hat{k} 代表的夸克应该是低能现象. 在 \hat{k} 的上面部分代表大动量流过的部分, 图形的物理是在图形的上半部分进行了各种大动量交换后产生出一对低能夸克, 这对夸克碎裂成强子. 所以第一个图表示由夸克碎裂成 π 介子. 同样的理由, 第二图是由胶子碎裂成 π 介子. 其它复杂的图形也有类似的解释. 由于处理的是最低阶的近似, 故只考虑第一个图形的贡献.

根据截断顶角的思想^[5,6], $\bar{W}_{\mu\nu}$ 中的图 3(1) 可以写成两部分.

$$\bar{W}_{\mu\nu} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} M_{\mu\nu}(q^2, \hat{k} \cdot q, k^2 = 0) T(p \cdot k). \quad (2.1)$$

在 (2.1) 式中 $M_{\mu\nu}(q^2, \hat{k} \cdot q, k^2 = 0)$ 表示大动量流过的高能部分, $T(p \cdot k)$ 表示低能部分. 对 $M_{\mu\nu}$ 的罗仑兹指标进行简化可得:

$$M_{\mu\nu}(q^2, \hat{k} \cdot q, k^2 = 0) = \sum_i t_{\mu\nu}^i M_i(q^2, \hat{k} \cdot q, k^2 = 0) = t_{\mu\nu}^L M_L + t_{\mu\nu}^2 M_2,$$

$$t_{\mu\nu}^L = - \left(q_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \frac{q}{q^2},$$

$$t_{\mu\nu}^2 = \frac{1}{2} [2g_{\mu\nu} q \cdot \hat{k} + (\gamma_\mu \hat{k}_\nu + \gamma_\nu \hat{k}_\mu) q^2 - (\gamma_\mu q_\nu + \gamma_\nu q_\mu) \hat{k} \cdot q$$

$$- (\hat{k}_\mu q_\nu + \hat{k}_\nu q_\mu) q] \frac{1}{(q^2)^2}. \quad (2.2)$$

由 (1.4) 式取负负分量, 并在 q_- 与 P_μ 有限的坐标系来讨论, 则可得:

$$\bar{W}_{--}(p \cdot q) = \frac{q_-^2}{q^2} \bar{W}_L - \frac{q_-^2 p_-^2}{M^2 q^2} \bar{W}_2, \quad (2.3)$$

$$\bar{W}_L = \bar{W}_1 + \frac{(p \cdot q)^2}{M^2 q^2} \bar{W}_2.$$

由 (2.1) 式取负负分量可得:

$$\begin{aligned} W_{--}(p \cdot q) &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} M_{--}(q^2, \hat{k} \cdot q, k^2 = 0) T(p \cdot k) \\ &\approx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(p \cdot k) \left[\frac{q_-^2 q_+ \gamma_-}{(q^2)^2} M_L(q^2, \omega', 0) \right. \\ &\quad \left. - \frac{q_+^2}{(q^2)^2} \gamma_- k_- M_2(q^2, \omega', 0) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

在 (2.4) 式中 $\omega' = \frac{2\hat{k} \cdot q}{q^2}$.

比较 (2.3) 式与 (2.4) 式可以得到:

$$\begin{aligned} \bar{W}_2 &= \frac{M^2}{q^2 p_-^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(pk) \gamma_- k_- M_2(q^2, \omega', 0), \\ \bar{W}_L &= \frac{q^+}{q^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(p \cdot k) \gamma_- M_L(q^2, \omega', 0). \end{aligned} \quad (2.5)$$

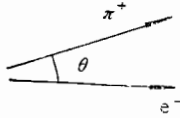


图 4

应该指出; W_1, W_2, W_L 都是标量, 在罗伦兹变换下不变. 但 (2.5) 式右方不具有明显的罗伦兹不变性. 因此 (2.5) 式只能在一定的坐标系中成立. 即在此坐标系中有 $q^2 \rightarrow \infty, q_+ \rightarrow \infty$, 而 q_- 与 p_μ 有限. 显然, 当 π 不为 0 时, 在 e^+, e^- 的质心系中并在 Bjorken 极限下, π 介子有很高的速度. 因此质心系不能满足上述条件. 必

须选择新的坐标系, 例如 π 介子静止的参考系.

下面通过对散射截面的计算, 可以得到 \bar{W}_2 与碎裂函数之间的关系. 在质心坐标系中, 由 (1.2) 式可得截面的表达式:

$$d\sigma = \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \frac{1}{2q^2} \frac{M d^3 p}{4\pi^2 E} \bar{u}(p_1) \gamma^\mu v(p_2) \cdot \bar{v}(p_2) \gamma^\nu u(p_1) \bar{W}_{\mu\nu}. \quad (2.6)$$

如果电子是非极化的, 则;

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \frac{1}{4} \sum_{s_1 s_2} \bar{u}(p_1) \gamma_\mu v(p_2) \bar{v}(p_2) \gamma_\nu u(p_1) \\ &= p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu} - (p_1 \cdot p_2) g_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

代入 (2.7) 式与 (1.4) 式到 (2.6) 式可得:

$$d\sigma = \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \frac{1}{2q^2} \frac{M d^3 p}{4\pi^2 E} \left\{ 2p_1 \cdot p_2 \bar{W}_1 + \frac{1}{M^2} [2(p_1 \cdot p)(p_2 \cdot p) - M^2 p_1 \cdot p_2] \bar{W}_2 \right\}. \quad (2.8)$$

引进如图 4 所示的散射角, 并考虑到质心系中 π^+ 介子的动量较大, 因而忽略能量关系式中 π 介子的质量则有:

$$d\sigma = \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \frac{1}{2q^2} \frac{M d^3 p}{4\pi^2 E} \left\{ q^2 \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) + \frac{1}{2M^2} q^2 P^2 \sin^2 \theta \bar{W}_2 \right\}. \quad (2.8')$$

由此式可得微分散射截面;

则

Bjorken
图 1

M^0

由米
成 1

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{2\alpha}{q^6} M \int PdE \left\{ q^2 \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) + \frac{1}{2M^2} q^2 P^2 \sin^2 \theta \bar{W}_2 \right\}, \\ \frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} &= \frac{2\alpha^2}{q^6} M p \left\{ q^2 \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) + \frac{1}{2M^2} q^2 P^2 \sin^2 \theta \bar{W}_2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

在质心坐标系中使用 Bjorken 变数:

$$z = \frac{2(p \cdot q)}{q^2} = \frac{2Mv}{q^2} = \frac{2E}{q_0}, \quad (2.10)$$

则微分散射截面有如下的表式:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dzd\Omega} &= \frac{\sqrt{q^2}}{2} \frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} = \frac{\alpha^2}{q^4} M^2 v \left[1 - \frac{q^2}{v^2} \right]^{1/2} \\ &\times \left\{ \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) + \frac{1}{2} \frac{v^2}{q^2} \left(1 - \frac{q^2}{v^2} \right) \bar{W}_2 \sin^2 \theta \right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

本文只考虑最低阶近似, 故可以只考虑在 q^2 很大和 v 很大, 但 z 有限的情形.

$$\frac{d^2\sigma}{dzd\Omega} = \frac{\alpha^2}{2q^2} M z \left\{ \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) + \frac{z^2 q^2}{8M^2} \bar{W}_2 \sin^2 \theta \right\}. \quad (2.12)$$

将 (2.12) 式与用碎裂函数表示截面的 (1.7) 式相比较可得:

$$\begin{aligned} \left(\bar{W}_1 - \frac{1}{2} \bar{W}_2 \right) &= -\frac{z^2 q^2}{4M^2} \bar{W}_2, \\ \frac{d^2\sigma}{dzd\Omega} &= \frac{\alpha^2}{2q^2} z \left\{ -\frac{z^2 q^2}{8M} \bar{W}_2 (1 + \cos^2 \theta) \right\}, \\ D_{\delta_{\mu+}}^{\pi^+} &= D_{\delta_{\mu-}}^{\pi^-} = -\frac{z^3 q^2}{4M} \bar{W}_2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

显然, 只要计算出 \bar{W}_2 则可以算出碎裂函数.

三、 \bar{W}_2 的高能大动量部分的计算

在前面的讨论中已经提到, (2.5) 式中 $M_2(q^2, \omega', 0)$ 代表大动量流过的部分. 在 Bjorken 极限下, 由渐近自由的考虑, 只需要处理最低阶的树图近似, 对应于图 5 有:

$$\begin{aligned} M_{\omega}^{(0)} &\propto (2\pi)^4 \delta^4(q - \hat{k} - k') \\ &\times \bar{u}(\hat{k}) r_{\nu} v(k') \cdot \bar{v}(k') r_{\mu} u(\hat{k}). \end{aligned} \quad (3.1)$$

由于考虑到末态自旋求和:

$$M_{\omega}^{(0)} \propto \bar{u}(\hat{k}) r_{\mu} (q' - \hat{k}') r_{\nu} u(\hat{k}) \times 2\pi \delta[(q - \hat{k})^2] \theta(q_0 - \hat{k}_0). \quad (3.2)$$

由于要求此式对 μ, ν 必须对称, 并且在每个电磁流的顶点流必须守恒. \hat{k} 近似于自由粒子, 所以可在上式中加一些对自由粒子为零的项, 使 \hat{k} 不在质量壳层上流守恒也应当成立. 则 (3.2) 式的右边的中间部分可写成:

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(r_{\mu} - \hat{k} \frac{q_{\mu}}{q^2} \right) (q - \hat{k}) \left(r_{\nu} - \hat{k} \frac{q_{\nu}}{q^2} \right) + \left(r_{\nu} - \hat{k} \frac{q_{\nu}}{q^2} \right) (q - \hat{k}) \left(r_{\mu} - \hat{k} \frac{q_{\mu}}{q^2} \right) \right\}. \quad (3.3)$$

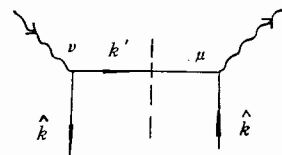


图 5

为了简化(3.3)式,需要如下几个式子:

$$\begin{aligned} \gamma_\mu(q - \hat{k})\gamma_\nu + \gamma_\nu(q - \hat{k})\gamma_\mu &= 2[(q - \hat{k})_\mu\gamma_\nu + (q - \hat{k})_\nu\gamma_\mu - (q - \hat{k})g_{\mu\nu}], \\ -\hat{k}\frac{q_\mu}{q^2}(q - \hat{k})\gamma_\nu - \hat{k}\frac{q_\nu}{q^2}(q - \hat{k}) - \gamma_\mu(q - \hat{k})\hat{k}\frac{q_\nu}{q^2} - \gamma_\nu(q - \hat{k})\hat{k}\frac{q_\mu}{q^2} \\ &= -2\frac{q_\mu}{q^2}[(q - \hat{k}) \cdot q\gamma_\nu + q_\nu\hat{k} - q\hat{k}_\nu] - 2\frac{q_\nu}{q^2}[(q - \hat{k}) \cdot q\gamma_\mu + q_\mu\hat{k} - q\hat{k}_\mu] \\ &\quad \cdot 2\hat{k}(q - \hat{k})\hat{k}\frac{q_\mu q_\nu}{q^4} = 4[(q - \hat{k}) \cdot \hat{k}\hat{k}]\frac{q_\mu q_\nu}{q^4}. \end{aligned}$$

考虑到 $(q - \hat{k})^2 = 0$, 可简化 (3.3) 式得到:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q^2}[-2q \cdot \hat{k}q'g_{\mu\nu} + (\gamma_\mu q_\nu + \gamma_\nu q_\mu)(\hat{k} \cdot q) - (\hat{k}_\mu\gamma_\nu + \hat{k}_\nu\gamma_\mu)q^2 \\ + (q_\mu\hat{k}_\nu + q_\nu\hat{k}_\mu)q' + (g_{\mu\nu}q^2 - q_\mu q_\nu)\hat{k}]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

比较 (3.4) 式与 (2.2) 式中 $M_{\mu\nu}$ 的张量表示可得:

$$M_2 = -\frac{4\pi^2 E}{M} 2\pi\delta[(q - \hat{k})^2]\theta(q_0 - \hat{k}_0)q^2. \quad (3.5)$$

将 (3.5) 式代入 (2.5) 式可得:

$$\bar{W}_2 = -\frac{ME(2\pi)^3}{P_-^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(p \cdot k)\gamma_k \delta[(q - \hat{k})^2]\theta(q_0 - \hat{k}_0), \quad (3.6)$$

将 (3.6) 式代入 (2.13) 式可得:

$$D_{\bar{u}u}^+ = D_{\bar{u}u}^- = \frac{Ez^3 q^2 (2\pi)^3}{4P_-^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(p \cdot k)\gamma_k \delta[(q - \hat{k})^2]\theta(q_0 - \hat{k}_0). \quad (3.7)$$

四、用动力学破缺计算低能部分

我们的出发点是 QCD 的动力学破缺机制即是把 π 介子作为动力学自发破缺产生的 Goldstone 玻色子. 如果原始的 QCD 拉氏量无质量项, 则作为 Goldstone 玻色子的 π 介子也无质量. 但由于 π 介子有一个小的质量. 故在欧氏空间中的原始拉氏量可写为:

$$S[\bar{q}, q, A] = \int d^4 x \left[\bar{q}(\not{\partial} + m)q - ig\bar{q}A^a \frac{\lambda^a}{2} q + \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \right], \quad (4.1)$$

这里 $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$.

根据文献[7],在不考虑 m 时,可由 (4.1) 得到有效拉氏量为:

$$S[B^\theta] = -\text{Tr} \ln \left[\not{\partial} \delta(x - y) + \frac{M^\theta}{2} B^\theta(x, y) \right] + \int \frac{B^\theta(x, y) B^\theta(y, x)}{2g^2 D(x - y)}, \quad (4.2)$$

(4.2) 式中各符号的意义分别书写如下:

胶子传播子: $D_{\mu\nu}^{ab}(x) = \delta_{ab}g_{\mu\nu}D(x)$

$$\gamma_\mu \otimes \gamma_\mu = 1 \otimes 1 + i\gamma_5 \otimes i\gamma_5 + \frac{i}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \otimes \frac{i}{\sqrt{2}} \gamma_\mu + \frac{i}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \gamma_5 \otimes \frac{i}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \gamma_5 = K^a \otimes K^a$$

$$\lambda^a \otimes \lambda^a = \frac{4}{3} 1 \otimes \frac{4}{3} 1 + \frac{i}{\sqrt{3}} \lambda^a \otimes \frac{i}{\sqrt{3}} \lambda^a = c^b \otimes c^b,$$

文
并

为
到:

(4.1)
量,
 π

如
的,
(3.7)

准
 π

$$1 \otimes 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} 1 \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \tau \otimes \tau = F^c \otimes F^c,$$

$$M^\theta = K^a c^b F^c, \quad (4.3)$$

与文献 [7] 类似, 令:

$$B^\theta(x, y) = \phi^\theta \left[\frac{x+y}{2} \right] B(x-y). \quad (4.4)$$

由 (4.3) 式知 ϕ^θ 在内部空间的结构上应为一个八重态和一个单态. 但是, 由于本文讨论的是对 π^+ 介子碎裂函数的贡献, 因此在 θ 中只选取同位旋空间中的标量与矢量, 并将其分别用 σ 与 π 来表示, 则由 (4.2) 式, 将 m 项考虑进来, 则可得^[7]:

$$S[\sigma, \pi] = -\text{Tr} \ln \left\{ \not{\partial} A(x-y) + m \delta^4(x-y) + \left[\sigma \left(\frac{x+y}{2} \right) + i \gamma_5 \pi \left(\frac{x+y}{2} \right) \cdot \tau \right] B(x-y) \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} \int d^4 z [\sigma^2(z) + \pi^2(z)] \int d^4 \omega B(\omega) \text{Tr}[G(\omega)]. \quad (4.5)$$

为了简化计算, 同时考虑到需要的是低能的贡献, 可以取 $A(q^2) = 1, B(q^2) = \mu$. m 为流代数的质量, 由 π 介子质量的估计约为 10MeV ^[7], 故可以约去, 则由 (4.5) 式可以得到:

$$G^{-1}(x, y, [\sigma, \pi]) \simeq \{ \not{\partial} + \mu[\sigma(x) + i \pi \cdot \tau \gamma_5] \} \delta^4(x-y), \quad (4.6)$$

$$S[\sigma, \pi] - S[1, 0] = \int d^4 x \left[\frac{f_\sigma^2}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{f_\pi^2}{2} (\partial_\mu \pi)^2 + \dots \right]. \quad (4.7)$$

(4.8) 式表示夸克的传播子. (4.9) 式表示 σ 与 π 本身的作用量, 由于此式中 $(\partial_\mu \pi)^2$ 项前面的系数 f_π , 所以必须重新定义 π 介子场量. 由此可得由夸克传播子表示的相互作用为

$$g_\pi = \frac{\mu}{f_\pi}.$$

根据以上结果, 可以计算出低能部分的贡献, 此部分贡献如图 6 所示但与普通的 Feynman 图不同, 这里顶角是截断的, 因而并非真正的费米子圈图, 它的贡献是有限的, 根据 (3.7) 式, 此贡献为:

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} T(p, k) \gamma_- \hat{k}_- \delta[(q - \hat{k})^2] \theta(q_0 - k_0)$$

$$= 2g_\pi^2 \frac{1}{2(2\pi)^3 E} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}[\gamma_5 \hat{k} \gamma_- \hat{k} \gamma_5 (\hat{k} - p)]}{k^4}$$

$$\times 2\pi \delta[(q - \hat{k})^2] \delta[(k - p)^2 - m_D^2]. \quad (4.8)$$

在 (4.8) 式中 m_D 表示夸克由于动力学机制获得的质量, 对 m_D 的大小目前尚不能有准确的定论. 因为它十分敏感地依赖于 $B(x-y)$ 的性质. 在文献 [7] 中所得到的 m_D 与 π 介子的质量相差不大, 为计算方便可取 $m_D = m$. 简化得:

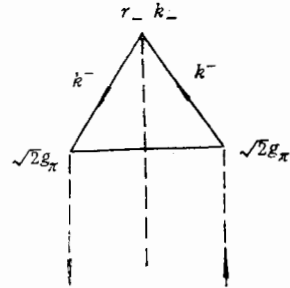


图 6

$$g_\pi^2 \frac{4}{(2\pi)^6 E} \int d^4k \frac{k^3 P_+}{k^4} \delta[q^2 - 2q_+ k_-] \delta[2(k_- - p_-)(k_+ - p_+ - k_1^2 - m^2)] = \frac{g_\pi^2 q_-^3 \pi}{q^2 (2\pi)^6 E P_-} [1 - z], \quad (4.9)$$

将(4.9)式代入(3.7)式,可得:

$$D_{\tilde{0}_\mu^+} = \frac{g_\pi^2 \pi}{4(2\pi)^3} (1 - z). \quad (4.10)$$

若取 $\mu \approx 1\text{GeV}$, $f_\pi \approx 100\text{MeV}$, 即可得到:

$$D_{\tilde{0}_\mu^+} \approx \frac{1}{3.2} (1 - z). \quad (4.11)$$

应当指出(4.11)式成立,要求 π 介子在质心系中有较大的速度. 因此在 P_μ 不大的情况下 q_- 也有限,即 Z 与 1 较靠近,因此(4.11)式与实验基本上符合^[8].

由上面的讨论可得,如将 π 介子看成由动力学自发破缺产生的 Goldstone 玻色子,并由此出发来计算 π^+ 介子的碎裂函数. 虽然所计算的是最低阶近似,但与实验定性的符合,因此提供了将 π 介子看成 Goldstone 玻色子的一个支持.

参 考 文 献

- [1] T. M. Yan: 粒子物理讲习班讲义 (1981).
- [2] Bing-Lin Young: Application of Perturbative QCD and Renormalization Group. (1980).
- [3] E. Reyd., *Phys. Rep.*, **69**(1981), 300.
- [4] R. Keith Ellis and ets., *Nucl. Phys.*, **B152**(1979), 285.
- [5] A. H. Mueller, *Phys. Rev.* **D18**(1978), 3705.
- [6] S. Gupta and A. H. Mueller. *Phys. Rev.*, **D20**(1979), 118.
- [7] R. T. Cahill and C. D. Roberts, *Phys. Rev.*, **D32**(1985), 2419.
- [8] E. Reya, *Phys. Rep.* **69**(1981), 302.

FRAGMENTATIONAL FUNCTION IN PION INCLUSIVE PROCESSES WITH DYNAMICAL SPONTANEOUS BREAKING

LÜ XIAOFU HU SHIKE

(Sichuan University, Chengdu)

ABSTRACT

The pion fragmentational function is calculated. In high energy region, the asymptotic freedom perturbation theory is used. After passing through a certain distance the quarks break into hadrons because of confinement, which plays a role in the low energy region and pions must be considered as Goldstone boson and must be a result of dynamical breaking. In this article the fragmentational function in the low energy region is calculated with dynamical breaking mechanism. The result obtained for the fragmentational function is in agreement with experiments.

Sch
时
BR
代
Rar
和
利
由
性
不
变