

推转壳模型波函数的 Seniority 结构和 K 结构* (II) 奇 A 核

林辛未 廖伯琴 唐向宏

(西南师范大学物理系, 重庆)

吴崇试 曾谨言

(北京大学物理系)

摘 要

分析了奇数粒子体系 CSM 波函数的 Seniority 结构和 K 结构随转动角频率 ω 的变化。在通常实验分析的 ω 范围中 ($\hbar\omega \lesssim 0.5\text{MeV}$), Seniority $\nu = 1, 3, 5$ 的组态成份都相当重要, 但 $\nu \geq 7$ 的成份极微。轴对称体系在推转下将逐步偏离轴对称, K 结构变得很复杂。在 ω 不太大时, 堵塞效应对低激发态性质有很重要的影响。

一、前 言

在前文^[1]中, 已对偶数粒子体系的 CSM 波函数的 Seniority 结构和 K 结构进行了分析。本文将继续这一工作, 对奇数粒子体系进行分析。

原子核低激发性质的奇偶差现象是很早就为人熟知的, 例如质量、低激发谱型^[2]、转动惯量^[3]及带交叉频率^[4]等的奇偶差。所有这些奇偶差都是相干对关联的表现。一方面, 由于相干对关联, 偶偶核的低内部激发谱存在能隙, 而奇 A 核则否; 另一方面, 奇 A 核中不配对粒子的堵塞效应, 在一般情况下将削弱对关联, 从而造成奇偶差异。这种堵塞效应, 特别是靠近费密面附近的单粒子能级的堵塞; 对于低激发态性质有极为重要的影响^[5]。但在准粒子理论中, 极难处理堵塞效应^[6]。

由于低激发谱的奇偶差, 可以期望奇 A 核与偶偶核对于高速旋转的响应会有较大的差异。前文^[1]已提到, 偶偶核晕带的 Seniority 结构和 K 结构随 ω 增大而变化, 但相对说来, 变化是较为光滑和缓慢的。在奇 A 核中, 由于低激发带较为密集, 在 Coriolis 作用下, 它们的 Seniority 结构和 K 结构可能急剧变化。此外, 偶偶核中, Signature $\alpha \cong 0$ 的激发带处于能隙之上, 目前研究得较多的是 $\alpha = 0$ 的带。在奇 A 核中, $\alpha = \pm 1/2$ 的低激发带交织在一起, 因此, Signature 分裂是人们感兴趣的一个课题, 其中包括能级、顺

* 教委博士点基金和中国科学院科学基金资助的课题。
本文 1987 年 3 月 12 日收到。

排角动量和能隙等的 Signature 分裂.

二、理论简述

奇 A 核的低激发组态可按 (π, α) 分别属于 4 个子空间^[7,8]. 在单 j 模型^[9]中, 宇称已确定, 只需研究 $\alpha = \pm 1/2$ 两个子空间. 下面以 $\alpha = 1/2$ 为例来讨论 ($\alpha = -1/2$ 与此类似).

设体系具有 $N = 2n + 1$ 个粒子 ($n = 0, 1, 2, \dots$), 则 $\alpha = 1/2$ 的组态有下列各种形式:

(1) 有一个拆散粒子 ($\nu = 1$) 的组态

$$|\nu_1 \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_n \bar{\rho}_n\rangle, \pi = \pi_{\nu_1}, |K| = Q_{\nu_1} \quad (1)$$

(2) 有三个拆散粒子 ($\nu = 3$) 的组态

$$|\nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle, \pi = \pi_{\nu_1} \pi_{\nu_2} \pi_{\nu_3},$$

$$K = \pm Q_{\nu_1} + |Q_{\nu_2} - Q_{\nu_3}|, \pm Q_{\nu_1} + (Q_{\nu_2} + Q_{\nu_3}),$$

$$\pm |Q_{\nu_1} - |Q_{\nu_2} - Q_{\nu_3}||, \pm |Q_{\nu_1} - (Q_{\nu_2} + Q_{\nu_3})| \quad (2)$$

注意, 当不配对的三个粒子所占据的三条单粒子能级给定后, $r = -i$ 的组态有 4 个, 其中 $\alpha = 1/2$ 的有三个, $\alpha = -3/2$ 的有一个. 例如 $(\nu_1 \nu_2 \nu_3) = (1 \ 2 \ 3)$, 则 $\alpha = 1/2$ 的三个组态为

$$|12\bar{3}\cdots\rangle, |13\bar{2}\cdots\rangle \text{ 及 } |23\bar{1}\cdots\rangle \quad (3)$$

$\alpha = -3/2$ 的为

$$|\bar{1}\bar{2}\bar{3}\cdots\rangle \quad (4)$$

由于 $H_c = -\omega J_x$ 是单体算子, 只在 $\Delta\alpha = 0$ 的两组态之间矩阵元才可能不为 0, 即 Coriolis 作用不能引起 $\alpha = 1/2$ 与 $\alpha = -3/2$ 的组态相混.

(3) 有五个拆散粒子 ($\nu = 5$) 的组态

$$|\nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}_5 \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-2} \bar{\rho}_{n-2}\rangle \quad (5)$$

当不配对粒子占据的 5 条单粒子能级给定后, $r = -i$ 的组态有 16 个. 其中 $\alpha = 1/2$ 的有 10 个, $\alpha = 5/2$ 的 1 个, $\alpha = -3/2$ 的 5 个. 例如, $(\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4 \nu_5) = (12345)$, 则 $\alpha = 1/2$ 的组态为

$$|123\bar{4}\bar{5}\cdots\rangle, |124\bar{3}\bar{5}\cdots\rangle, |125\bar{3}\bar{4}\cdots\rangle,$$

$$|134\bar{2}\bar{5}\cdots\rangle, |135\bar{2}\bar{4}\cdots\rangle, |145\bar{2}\bar{3}\cdots\rangle,$$

$$|234\bar{1}\bar{5}\cdots\rangle, |235\bar{1}\bar{4}\cdots\rangle, |245\bar{1}\bar{3}\cdots\rangle,$$

$$|345\bar{1}\bar{2}\cdots\rangle \quad (6)$$

$\alpha = 5/2$ 的组态为

$$|12345\cdots\rangle \quad (7)$$

$\alpha = -3/2$ 的组态为

$$|1\bar{2}\bar{3}\bar{4}\bar{5}\cdots\rangle, |2\bar{1}\bar{3}\bar{4}\bar{5}\cdots\rangle, |3\bar{1}\bar{2}\bar{4}\bar{5}\cdots\rangle,$$

$$|4\bar{1}\bar{2}\bar{3}\bar{5}\cdots\rangle \text{ 和 } |5\bar{1}\bar{2}\bar{3}\bar{4}\cdots\rangle. \quad (8)$$

同样, $H_c = -\omega J_x$ 不能引起 α 不同的组态相混.

(4) $\nu \geq 7$ 的组态也可以类似地写出。但计算表明, 当 ω 不太大时 (例如, $\hbar\omega \lesssim 0.5\text{MeV}$), $\nu \geq 7$ 组态在低激发带中所占比例极微, 可以忽略。

下面给出 J_x 在这些组态间的非零矩阵元公式。为了书写简洁起见, 我们约定, 在这些公式中的“...”都表示初态和末态中共同的、不涉及跃迁的配对粒子组态部分。

(1) 对角元

$$\begin{aligned} \langle \cdots \nu_1 | J_x | \nu_1 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu_1 \nu_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu_1 \nu_1} + (j_x)_{\nu_2 \nu_2} - (j_x)_{\nu_3 \nu_3} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_5 \bar{\nu}_4 \nu_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}_5 \cdots \rangle \\ &= (j_x)_{\nu_1 \nu_1} + (j_x)_{\nu_2 \nu_2} + (j_x)_{\nu_3 \nu_3} - (j_x)_{\nu_4 \nu_4} - (j_x)_{\nu_5 \nu_5} \end{aligned}$$

其中,

$$(j_x)_{ij} \equiv \langle \varphi_{Q_i \alpha} | j_x | \varphi_{Q_j \alpha} \rangle$$

是 j_x 的单粒子矩阵元, 详见^[10]。

(2) $\Delta\nu = 0$ 组态间的非零非对角矩阵元

$$\begin{aligned} \langle \cdots \nu'_1 | J_x | \nu_1 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu_1 \nu'_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_1 \nu_1 \nu'_1 | J_x | \nu_1 \nu'_1 \bar{\nu}_1 \cdots \rangle &= -(j_x)_{\nu_1 \nu'_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_3 \nu_2 \nu'_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu'_1 \nu_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu'_3 \nu_3} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_1 \nu_1 \bar{\nu}_2 \nu_2 \nu'_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \nu'_1 \bar{\nu}_1 \cdots \rangle &= -(j_x)_{\nu_1 \nu'_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_3 \nu_3 \bar{\nu}'_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_3 \nu'_3 \bar{\nu}'_3 \cdots \rangle &= -(j_x)_{\nu_3 \nu'_3} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_5 \bar{\nu}_4 \nu_3 \nu_2 \nu'_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}_5 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu'_1 \nu_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_5 \bar{\nu}'_4 \nu_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}_5 \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu'_4 \nu_4} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_1 \nu_1 \bar{\nu}_5 \bar{\nu}_4 \nu_3 \nu_2 \nu'_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}_5 \nu'_1 \bar{\nu}'_1 \cdots \rangle &= -(j_x)_{\nu_1 \nu'_1} \\ \langle \cdots \bar{\nu}_4 \nu_4 \bar{\nu}'_4 \nu_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \nu_3 \bar{\nu}_4 \bar{\nu}'_4 \bar{\nu}'_4 \cdots \rangle &= -(j_x)_{\nu_4 \nu'_4} \end{aligned}$$

(3) $\Delta\nu = 2$ 组态间的非零矩阵元

$$\begin{aligned} \langle \cdots \bar{\nu}_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \rho \bar{\nu} \cdots \rangle &= (j_x)_{\nu_2 \nu_3} (\delta_{\rho \nu_2} + \delta_{\rho \nu_3}) \\ \langle \cdots \bar{\nu}_5 \bar{\nu}_4 \nu_3 \nu_2 \nu_1 | J_x | \nu_1 \nu_2 \bar{\nu}_4 \rho \bar{\nu} \cdots \rangle \\ &= -(j_x)_{\nu_3 \nu_5} (\delta_{\rho \nu_3} + \delta_{\rho \nu_5}) \end{aligned}$$

三、计算结果及讨论

与前文^[4]相同, 在求解 CSM 哈密顿量的低激发带时, 组态截断能量取为 $E_c/\kappa = 3.5$ ($\kappa \approx 2.5\text{MeV}$), 相应的对力强度 $G/\kappa = 0.15$ 。对粒子数 $N = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13$ 的各体系都进行了计算。下面以 $N = 7$ 体系为代表进行讨论。其它体系相对说来比较简单。

图 1 给出 $N = 7$ 体系的低激发谱随 ω 的变化。参照系取为 $N = 6$ 和 $N = 8$ 体系晕带

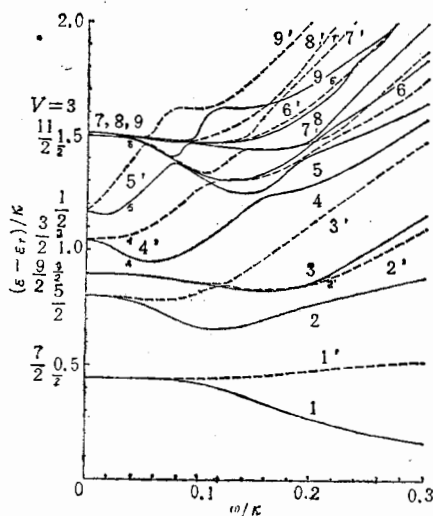


图 1 7 粒子体系的低激发带能量。参照系取为粒子数 $N=6$ 和 $N=8$ 体系的晕带能量的平均。实线表示 $\alpha = +1/2$ 带(分别编号 1, 2, 3, ...)；虚线表示 $\alpha = -1/2$ 带(分别编号 1', 2', 3', ...)

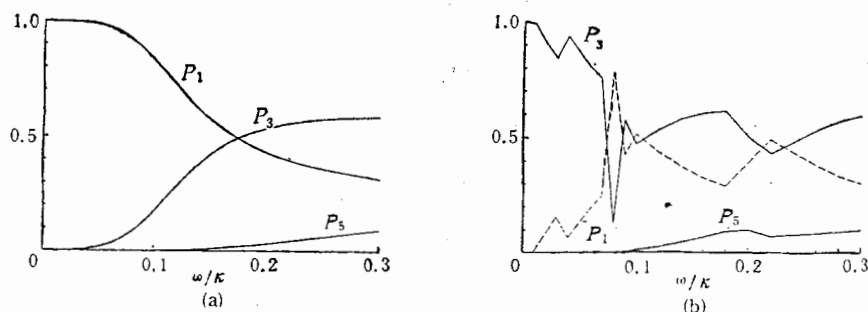


图 2 7 粒子体系低激发带的 Seniority 结构。 P_ν 代表有 ν 个拆散粒子的组态所占成分 ($\nu = 1, 3, 5, \dots$)

能量的平均。图 1 中实线与虚线分别表示 $\alpha = 1/2$ 与 $\alpha = -1/2$ 的带。当 $\omega = 0$ 时，晕带 $|K| = 7/2$ (不配对粒子处于单粒子能级 $Q = 7/2$)。几个较低的带 (no. 1—6, no. 1'—6') 都属于两重简并的单粒子激发 ($\nu = 1$)。最低三粒子 ($\nu = 3$) 激发带 (no. 7—9, no. 7'—9') 出现在 $\sim 1.5\kappa$ 附近。当 $\omega \neq 0$ 时，能级按 α 值分裂。由于 $|K| = 1/2$ 的单粒子激发带 (no. 5, no. 5') 位置较高，只有当 ω 较大时 ($\omega/\kappa \gtrsim 0.1$)，signature 分裂的影响才明显波及到晕带。与此不同，激发带 (no. 5, no. 6, no. 5', no. 6') 的 signature 分裂则在 ω 很小时就出现。下面分几个方面讨论这些低激发带的性质：

(1) Seniority 结构

图 2a 给出 $N=7$ 体系晕带的 Seniority 结构。可以看出，随 ω 增大， $\nu = 3$ 组态逐渐混入晕带。由于 $\nu = 3$ 组态的能量较高，所以 P_3 随 ω 的增加仍然较为光滑。但在 $\omega/\kappa \gtrsim 0.15$ 后，晕带中 $\nu = 3$ 成份已与 $\nu = 1$ 成份相近，很难再把它看成是具有单一的 Seniority

结构的带. 在通常感兴趣的范围内(例如, $\hbar\omega \lesssim 0.5\text{MeV}$), $\nu=5$ 的成份不太大($<10\%$), 而 $\nu \geq 7$ 的成份是微不足道的, 可以略去.

图 2b 给出了另一个激发带的 Seniority 结构. 当 $\omega=0$ 时, 它是最底的三粒子激发带(no.7). 由于它与 $|K|=1/2, 3/2$ 等单粒子激发带紧邻, 强的 Coriolis 作用使它们的 Seniority 结构急剧变化. 例如在 $\omega/\kappa \sim 0.08$ 附近, no.7 带主要是单粒子激发 ($\nu=1$ 占很大优势), 但在 $\omega/\kappa \geq 0.1$ 之后, $\nu=3$ 与 $\nu=1$ 两个成份都很重要, 此外, 还有少量 $\nu=5$ 成份 ($\leq 10\%$). 这说明, 随 ω 增加, no.7 不断与邻带交换其特性, 它并没有一个相对稳定的 Seniority 结构. 对于这种情况, 很难再说它构成一个“带”.

(2) K 结构

图 3 给出晕带的 K 结构. $\omega=0$ 时晕带 $|K|=7/2$. 但在 $\omega/\kappa > 0.1$ 之后, $|K|=7/2, 5/2, 3/2, 1/2, 9/2$ 的组态都占有不小的比重. $\omega/\kappa > 0.2$ 后, $|K|=1/2-13/2$ 各组态成份都相当可观, 并没有哪一个 K 值占绝对优势. 所以, 一个轴对称体系在转动下将逐渐偏离轴对称.

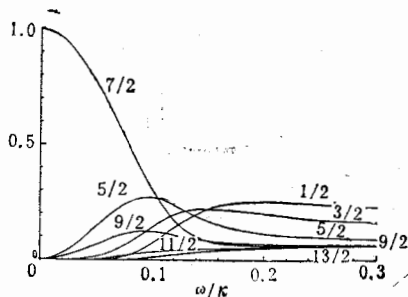


图 3 7 粒子体系晕带的 K 结构. 纵坐标表示各种 $|K|$ 值的组态所占成分. 各条曲线旁所注数字表示 $|K|$ 值

作为激发带的一个代表. 图 4 给出 no.7 带的 K 结构的变化. 为清楚起见, 图 4 分为两部分画出. 可以看出, 与 Seniority 结构的急剧变化相应, K 结构也不规则地急剧变化. 特别是在 $\omega/\kappa \sim 0.08-0.10$ 范围内, $|K|=3/2$ 和 $11/2$ 成份分别占了极大的优势, 它们主要属于单粒子激发 ($\nu=1$). 在一般情况下, 激发带的 K 结构是十分复杂的. 在 $\omega/\kappa \geq 0.1$ 之后, $|K|=1/2-13/2$ 都各占有相当可观的比重. K 不再是一个好量子数.

(3) 能隙 $\bar{\Delta}$ 的变化及奇偶差

图 5 给出 $N=7$ 体系晕带 ($\alpha=1/2$ 和 $-1/2$) 的 $\bar{\Delta}$ 随 ω 的变化. 为便于比较, $N=6$ 和 $N=8$ 体系晕带 $\bar{\Delta}$ 的平均也画在图中 (用 0 标记). $N=6$ 体系的最底的两个激发带的 $\bar{\Delta}$ (用 1, 2 标记) 也同时画在图中. 可以看出, 与偶 N 体系相似, 奇 N 体系的 $\bar{\Delta}$ 一般说来也随 N 增加而减小. 但由于相邻低激发带之间频繁交换性质, 在局部 ω 区域中, $\bar{\Delta}$ 也可能有小的起伏. 可以明显看出的是, 奇 N 体系晕带的 $\bar{\Delta}$ 明显小于偶 N 体系晕带的 $\bar{\Delta}$, 而偶 N 体系激发带的 $\bar{\Delta}$ 值又明显小于奇 N 体系晕带的 $\bar{\Delta}$. 这说明堵塞效应对 $\bar{\Delta}$ 有重要影响. 特别是在 ω 较小时, 其影响远远超过 Coriolis 反配对效应^[1]. 这个结论从表 1 看出, 表中 $F(N) = \bar{\Delta}_N(\omega/\kappa = 0.30) / \bar{\Delta}_N(\omega = 0)$. 这些结果表明, 奇 N 体系 $\bar{\Delta}$ 减弱程度

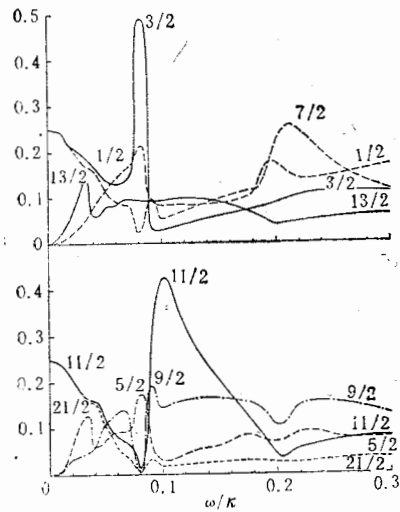


图4 7粒子体系 $\alpha=0.7$ 激发带的K结构。
为了看得清楚,分开画在两个图中。曲线
旁所注数字表示 $|K|$ 值

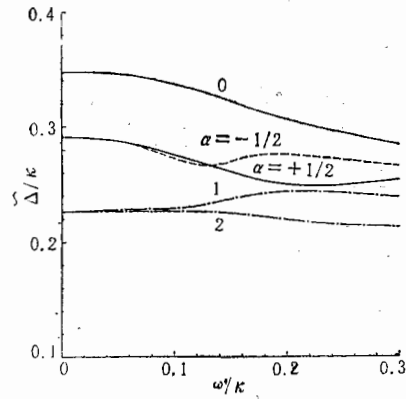


图5 7粒子体系晕带($\alpha=\pm 1/2$)能隙 Δ 随 ω 的
变化。为了比较, $N=6$ 和 $N=8$ 体系晕带 Δ 的平
均值(用0表示)及6粒子体系第一、二激发带的 Δ
(用1,2表示)也画在图中

小于偶 N 体系。其原因是在 $\omega=0$ 时奇 N 体系的堵塞效应十分重要,使得 $\Delta_N(\omega=0)$ 很大程度减弱,而在 ω 很大时,所有激发带(无论奇 N 或偶 N)中, $\nu \approx 0$ 成份都很重要,因此相对说来堵塞效应不那样重要。

表 1

N	3	5	7	9	11
晕带 $F(N)$	0.783	0.846	0.869	0.968	0.998
晕带 $\frac{1}{2} [F(N-1) + F(N+1)]$	0.610	0.709	0.813	0.909	0.969

参 考 文 献

- [1] 林纯镇,吴崇试,曾谨言,高能物理与核物理 12(1988).
- [2] A. Bohr, B. R. Mottelson and D. Pines, *Phys. Rev.*, 110(1958), 936.
- [3] J. Y. Zeng, 高能物理与核物理, 3(1979), 102.
- [4] J. D. Garrett et al., *Phys. Rev. Lett.*, 47(1981), 75.
- [5] J. Y. Zeng, T. S. Cheng, L. Cheng and C. S. Wu, *Nucl. Phys.*, A411(1983), 49.
J. Y. Zeng, T. S. Cheng, L. Cheng and C. S. Wu, *Nucl. Phys.*, A421(1984), 125.
- [6] D. J. Rowe, *Nuclear Collective Motion* (Methuen, London, 1970), p. 194.
- [7] R. Bengtsson and J. D. Garrett, *The Cranking Model-Theoretical and Experimental Basis*, Lund-Mph-84/18.
- [8] I. Hamamoto, *High Angular Momentum Phenomena, Treatise on High-Ion Science*, Vol. 3, ed. D. A. Bromley (Plenum, N. Y., 1985).
- [9] I. Hamamoto, *Nucl. Phys.*, A271(1976), 15.
- [10] T. S. Cheng, C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Chin. Phys. Lett.*, 3(1986), 149.
C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Chin. Phys. Lett.*, 3(1986), 149.
- [11] B. R. Mottelson and J. G. Valatin, *Phys. Rev. Lett.*, 5(1960), 511.

- [12] R. Bengtsson, S. Fraundorf and F. P. May, Quasiparticle Levels in Rotating Rare-Earth Nuclei: A Cranked Shell Model Dictionary (私人通信).

SENIORITY AND K-STRUCTURE OF THE CRANKED SHELL MODEL WAVE FUNCTION

(II) ODD-A NUCLEI

LIN XINWEI, LIAO BOQIN TANG XIANGHONG

(*South-western Normal University, Chongqing*)

WU CHONGSHI ZENG JINYAN

(*Peking University, Beijing*)

ABSTRACT

The seniority ν -structure and the K-structure of the CSM wave function for odd particle-number system are analysed. For not too high ω ($\hbar\omega \leq 0.5$ MeV) configurations with $\nu=1, 3, 5$ are dominant for the low-lying bands, while those with $\nu \leq 7$ are negligibly small. Also the K-structure of the low-lying bands become very complicated. Calculation shows that the blocking effect is very important for the low-lying bands in low- ω region.