

# 核反应总截面参数化计算

冯 军 沈文庆 王 柄 诸永泰 冯恩普

(中国科学院近代物理研究所)

## 摘 要

给出了一个计算核反应总截面的参数化公式。用此公式计算了包括低能、中高能区大量系统的核反应总截面，且和实验数据进行了比较。讨论了反应总截面  $\sigma_R$  与中子过剩自由度 (N-Z) 的关系，以及相互作用半径  $R$  与轰击能量  $E_{cm}^{-1/3}$  的关系。

## 一、引 言

带电粒子和靶核相互作用的反应总截面  $\sigma_R$  是表征原子核反应和原子核特性的一个很重要的量。从实验测得的  $\sigma_R$  与入射粒子能量的变化曲线， $\sigma_R$  与 (N-Z) 的变化曲线等，可以得到有关原子核半径大小，过剩中子自由度对反应的影响等方面的知识。尤其是近年来，由于束流品质好，能量在中高区的加速器的运行，使得在核反应总截面的测量中，发现了许多新现象。如(1)同位素效应对核反应总截面  $\sigma_R$  的影响<sup>[1]</sup>；(2)在中、高能区，随着能量的增加， $\sigma_R$  反而下降，然后在很高能区达到饱和<sup>[2]</sup>等。前者将对中子皮的研究提供很好的依据，后者说明在中、高区核-核反应中存在穿透效应。在实验和理论上，人们对  $\sigma_R$  已作了许多工作<sup>[1-4]</sup>。为了指导实验，预言实验结果，并使计算简化，在原子核反应总截面的计算中常采用参数化计算。例如：Gupta<sup>[5]</sup> 和 Kox<sup>[6]</sup> 分别提出了不同的半经验参数化计算公式，解释了一些实验数据。但是，前者只适用在低能的一些情况，并且不包括轻系统；后者只能用在中、高系统。迄今，还没有一个包括从低能到中能拟合实验数据结果较好的参数化计算公式。本文在 Kox 计算的基础上，给出了一个对低能到中、高能区核反应总截面计算都适合的、参数取值固定的参数化计算公式，并对核反应从低能到中、高能区的过渡作了简单的物理分析。讨论了  $\sigma_R$  与 (N-Z) 的关系及相互作用半径  $R$  与轰击能量  $E_{cm}^{-1/3}$  的关系。计算了包括低能，中、高能区共 89 个系统的核反应总截面  $\sigma_R$ ，并和实验数据作了比较，平均拟合误差  $\chi^2 = 4.57$ ，好于 Gupta<sup>[5]</sup> 和 Kox<sup>[6]</sup> 的核反应总截面参数化公式对实验数据的平均拟合误差。

## 二、核反应总截面的参数化计算

核反应总截面的计算常采用如下形式：

$$\sigma_R = 10\pi R^2 \left(1 - \frac{B}{E_{cm}}\right) \text{mb.} \quad (1)$$

其中,  $R$ : 相互作用半径 (fm),  $B$ : 相互作用位垒 (MeV),  $E_{cm}$ : 入射粒子质心系能量 (MeV).

对于不同的理论和参数化计算模式,  $R$  和  $B$  的表达形式可能不同. 这样,  $\sigma_R$  的参数化计算就归结到相互作用半径  $R$  及相互作用位垒  $B$  的参数化计算.

在低能区域, Gupta<sup>[5]</sup> 提出如下的计算  $R$  和  $B$  的参数化公式:

$$R = Q_T + Q_P + fE_{cm}^{-1/3}(A_T^{1/3} + A_P^{1/3}), \quad (2)$$

$$\text{其中,} \quad Q_i^2 = Q_{i0}^2 - \left(\frac{5}{3}\right)r_p^2, \quad (3)$$

$$Q_{i0} = 1.15A_i^{1/3}(1 + 1.565A_i^{-2/3} - 1.04A_i^{-4/3}), \quad (i = T, P \text{ 分别表示靶核、弹核})$$

$$r_p^2 = 0.76\text{fm}^2, \quad f = 1.169 \pm 0.012$$

$$\text{相互作用位垒 } B = \frac{1.44Z_T Z_P}{R}. \quad (4)$$

用 Gupta 的这套计算公式, 对低能下的一些系统, 尤其是偶-偶核系统, 符合较好. 在这个框架内计算的  $\sigma_R$  随轰击能增加将趋于  $\pi R^2$ , 即几何截面极限. 对于  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  反应, 如图 1 中虚线所示. 但实验数据表明进入中能区后反应截面随轰击能增加反而下降, 到  $200\text{MeV}/A$  达到恒定, 于系统无关. 这是 Gupta 计算模式无法解释的.

在中、高能区, 常采用 Kox<sup>[6]</sup> 的参数化计算方法. 他用  $r_c = 1.3\text{fm}$  处的库仑势来

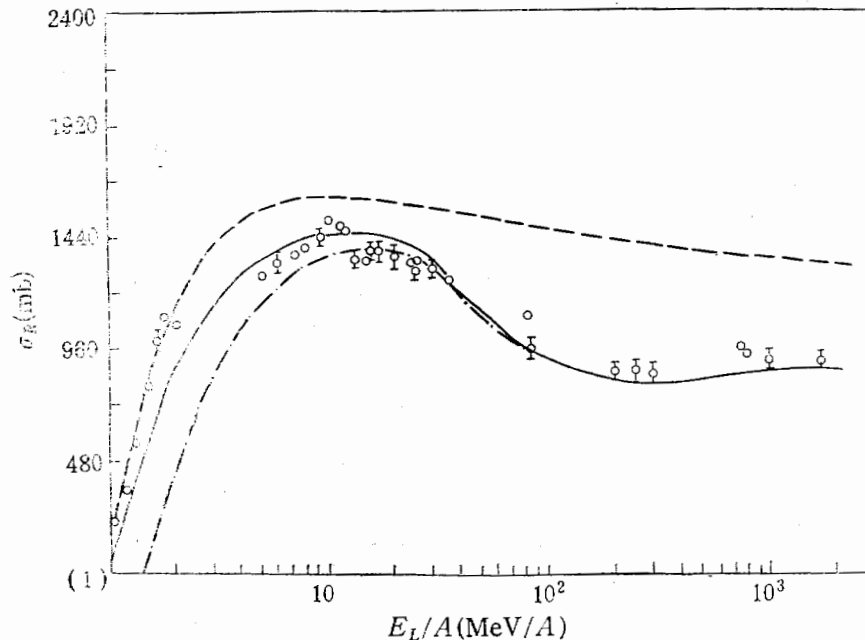


图1  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  反应激发函数

(---) Gupta, (-·-) Kox, (—) 本工作, (Φ) 实验点, (○) 弹散提取值.

代替两核碰撞的相互作用位垒:

$$B_c = \frac{Z_T Z_P e^2}{r_c (A_T^{1/3} + A_P^{1/3})}, \quad (5)$$

相互作用半径表示成如下两部分:

$$R = R_{vol} + R_{surf}, \quad (6)$$

$$\text{其中: } R_{vol} = r_0 (A_T^{1/3} + A_P^{1/3}), \quad (7)$$

$$R_{surf} = r_0 \left[ 1.85 \frac{A_T^{1/3} A_P^{1/3}}{A_T^{1/3} + A_P^{1/3}} - C(E) \right] + \frac{5(A_T - 2Z_T)Z_P}{A_T A_P}, \quad (8)$$

$$r_0 = 1.1 \text{ fm.}$$

(8)式中  $C(E)$  称作透明系数,它与入射炮弹轰击能量有关. Kox 计算中  $C(E)$  的取值如图 2 中实线所示. Kox 的理论对于现有中、高能的实验数据拟合较好. 但是,在低能时,用(5)式计算的相互作用势,将使得在入射粒子能量高于库仑位垒时,  $\sigma_R$  出现负值,这与实验结果不符. 另外, Kox 也没有给出低于  $30 \text{ MeV}/A$  时的  $C(E)$  值.

低能时的实验数据表明,由于库仑相互作用及泡利阻塞效应等因素,相互作用半径将与入射粒子能量有关,而且这种依赖关系与系统的非对称性有关. 低能时,反应总截面与弹核和靶核相互作用势的外部尾巴有很大关系,核势将使反应总截面  $\sigma_R$  增加. 为了计算低能,中、高能的反应总截面,我们用(9)、(10)式计算相互作用位垒和相互作用半径:

$$B = \frac{1.44 Z_T Z_P}{r} - b \frac{R_T R_P}{R_T + R_P} \text{ (MeV)}, \quad (9)$$

其中,  $r = R_T + R_P + 3.2 \text{ (fm)}$ ,  $b = 1 \text{ MeV, fm}^{-1}$

$$R_i = 1.12 A_i^{1/3} - 0.94 A_i^{-1/3}, \quad i = T, P.$$

$$R = r_0 \left[ A_T^{1/3} + A_P^{1/3} + 1.85 \frac{A_T^{1/3} A_P^{1/3}}{A_T^{1/3} + A_P^{1/3}} - C'(E) \right] + \alpha \frac{Z_P (A_T - 2Z_T)}{A_T A_P} + \beta E_{\text{cm}}^{-1/3} \frac{A_T^{1/3} A_P^{1/3}}{A_T^{1/3} + A_P^{1/3}}. \quad (10)$$

$$\alpha = 1 \text{ fm}, \quad r_0 = 1.1 \text{ fm.}$$

(10)式中  $C'(E)$  的取值如图 2 中实线和虚线所示. 虚线是根据中能区  $C(E)$  的变化趋势及物理意义,延伸到低能,和反应的系统无关. 从图 2 可见,随着轰击能的增加,在低能区域,  $C(E)$  的值很小,而且  $C(E)$  变化很慢,在中能区域曲线急剧上升,到  $200 \text{ MeV}/A$  达到最大值,然后略微下降,最后趋于饱和. 它表明,在低能时,靶核表面对弹核的透明性很小,核子-核子碰撞不是主要的相互作用方式,而平均场作用是主要的. 在中高能区域,单个核子-核子相互作用在核反应中占主导地位,随着能量的增加,核子-核子碰撞截面减小,从而使反应总截面减小,靶核表面透明性增加,  $C(E)$  值增大,随着能量

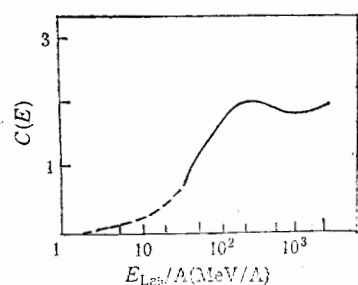


图 2 透明系数  $C(E)$  与入射能关系曲线

的继续增加,核子-核子碰撞截面趋于饱和,从而使  $C(E)$  也趋于饱和. 当从低能向中能过渡时 ( $10-30\text{MeV}/A$ ), 核反应中平均场作用和核子-核子相互作用相互竞争, 两种作用都存在. 而从中能向高能过渡时, 核反应由束缚核子-核子相互作用转变到自由核子-核子之间相互作用.

(10)式中的  $\beta$  是拟合参数. 我们拟合了炮弹从  $^1\text{H}$  到  $^{86}\text{Kr}$ , 靶核从  $^9\text{B}$  到  $^{238}\text{U}$  共 89 个系统, 270 个能量点,  $\beta$  的最佳拟合值为  $\beta = 0.176\text{MeV}^{1/3} \cdot \text{fm}$ .

### 三、计算结果及讨论

通过近四十多年的研究, 在高中能、中能、低能区域的反应总截面都积累了一些实验数据, 但对同一系统, 从低能到高能测得较多实验点的系统还不多, 我们只从文献上找到  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  和  $^{12}\text{C} + ^{27}\text{Al}$  两个系统, 对这两个系统计算的结果及实验值如图 1 和图 3 所示. 从图 1 可见, 本工作拟合曲线位于 Gupta 和 Kox 的曲线之间. 在  $10\text{MeV}/A$  时,  $\sigma_R$  达到最大值, 这和实验结果一致; 在  $5-10\text{MeV}/A$  时, 我们的计算值和实验值符合较好; 高能时, 比 Kox 的结果好, 而在低于  $5\text{MeV}/A$  时, 比 Gupta 的计算值差. 误差的来源可能是外推得到的  $C(E)$  不够精确所致, 在我们的计算及 Gupta、Kox 的计算中都没有考虑壳效应和基态形变的影响. 对其它一些系统的计算结果的某些例子如图 3 所示

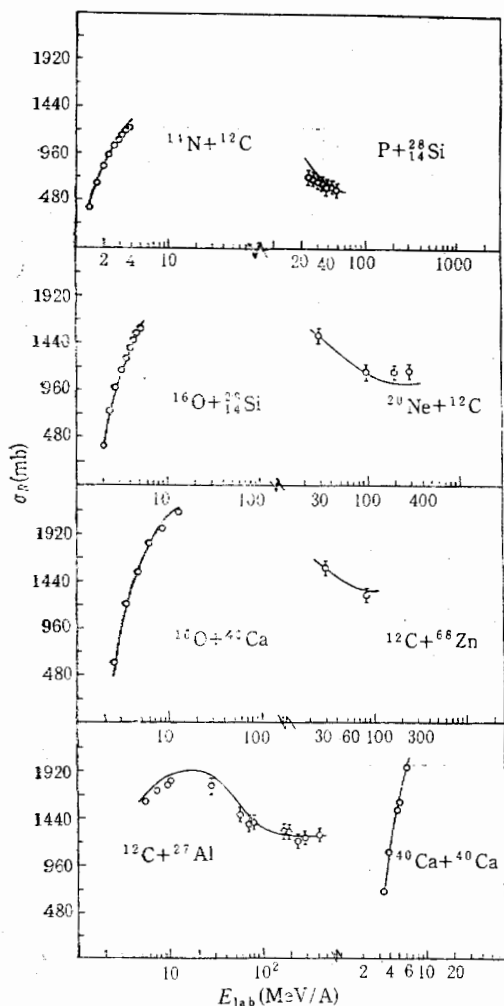


图 3 拟合的系统的激发函数

这样, 就可以用(11)来计算  $R$  随入射粒子质心系能量  $E_{\text{cm}}$  的依赖关系,  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  系统的相互作用半径  $R$  与能量  $E_{\text{cm}}^{-1/3}$  的关系曲线如图 4 所示. 从图上可见, 在低能时,  $R$  与

如果用相互作用位垒  $B = \frac{1.44 Z_T Z_P}{R}$  (MeV) 代替(1)式中的  $B$ , 并对(1)式略作变动, 得到:

$$R = \frac{\eta}{K} \left[ 1 + \left( \frac{K^2 \sigma_R}{\eta^2 10\pi} \right)^{1/2} \right] \text{fm}, \quad (11)$$

其中,

$$\eta = \frac{Z_T Z_P e^2}{\hbar v}, \quad K^2 = \frac{2\mu E_{\text{cm}}}{\hbar^2},$$

$$\frac{\eta}{K} = \frac{1.44 Z_T Z_P}{2E_{\text{cm}}}.$$

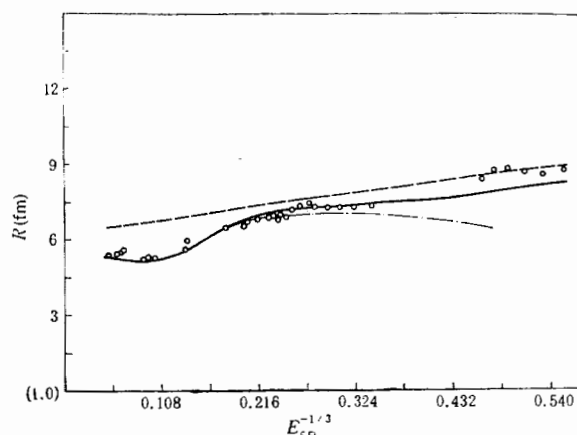


图 4 相互作用半径  $R$  和  $E_{cm}^{-1/3}$  关系曲线

(---) Gupta, (-.-) Kox, (-) 本工作, (O) 弹散拟合值和实验值.

能量的依赖关系较弱,  $R$  正比于  $E_{cm}^{-1/3}$ ; 而在中、高能时,  $R$  和能量有较强的依赖关系. 这  
和低能时, 平均场起主要作用, 中高能时, 核子-  
核子碰撞起主要作用的结论是一致的.

对于丰中子靶核系统, 作出  $\sigma_R$ -( $N-Z$ ) 曲线如图 5 所示. 图中实线是本工作的计算值. 虚线是由 Kox 的公式计算得到的. 从图上可见, 实验值随中子过剩自由度 ( $N-Z$ ) 的增加而增加, 我们的计算值及 Kox 的计算值都很好地反映了这一趋势. 但不能给出细致的描述.  $\sigma_R$  随 ( $N-Z$ ) 的增加究竟是来源于在核表面包裹着一层中子皮的影响, 还是由于中子-质子相互碰撞截面是中子-中子(质子-质子)碰撞截面的三倍或形变随 ( $N-Z$ ) 的变化造成的, 还是别的原因造成的, 这是参数化计算无法说明的, 在文献[7]中, 我们通过修正微观模型的分析, 认为  $\sigma_R$  随中子过剩自由度 ( $N-Z$ ) 的变化, 可能主要来自中子分布弥散的影响, 即中子分布弥散随 ( $N-Z$ ) 的增加而增加, 从而使反应总截面  $\sigma_R$  增加.

对于拟合的 89 个系统, 低能和中、高能各占一半. 平均拟合误差  $\chi^2 = 4.57$ .  $\chi^2$  计算采用文献[5]的形式:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum \left( \frac{\sigma_R - \sigma_R^{calc}}{\sigma_R \times 0.05} \right)^2 \quad (12)$$

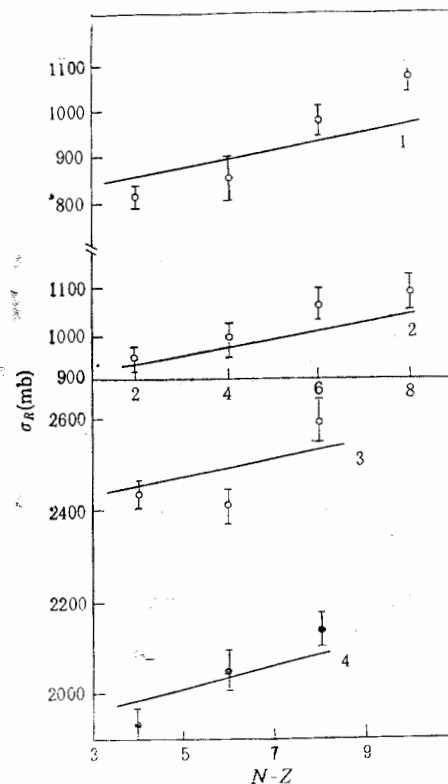


图 5  $\sigma_R$  和 ( $N-Z$ ) 关系曲线

1. 60.8 MeV/A  $p + Ni^{88,60,62,64}$ , 2. 40 MeV/A  $p + Ni^{88,60,62,64}$ , 3. 30 MeV/A  $^{12}C + Zn^{64,66,68}$ , 4. 83 MeV/A  $^{12}C + Zn^{64,66,68}$ , (-) 本工作, (-.-) Kox.

其中,  $N$ : 数据点的个数 (270);  $\sigma_R$ : 直接测量的实验值或用弹散提取的值, 考虑了  $\sigma_R$  有 5% 的误差;  $\sigma_R^{\text{cal}}$ : 计算值.

综上所述, 我们给出了一个拟合低能和中高能区域核反应总截面  $\sigma_R$  的计算公式. 计算的结果与我们收集的现有的实验符合较好; 克服了 Gupta 计算在中、高能区不适用和 Kox 计算在低能区不适用的局限性. 对拟合的所有系统, 所选用的参数的值也是固定的; 并对不同能区的核反应相互作用机制的竞争作了简单讨论. 给出了多个系统的  $\sigma_R-E_{\text{lab.}}/A$ 、 $\sigma_R-(N-Z)$  曲线及  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  反应相互作用半径  $R$  随能量  $E_{\text{cm}}^{-1/3}$  的变化曲线. 并对  $\sigma_R$  随  $(N-Z)$  增加的原因作了讨论. 但计算中没有考虑原子核结构效应如形变、壳效应或激发对反应总截面  $\sigma_R$  的影响. 对于弹核中也有丰中子的情形, 拟合结果偏小, 这是由于在中子皮厚度中没有考虑弹核存在丰中子的情况造成的.

### 参 考 文 献

- [1] J. J. H. Menet, E. E. Gross et al., *Phys. Rev.*, **C4**(1971), 114.
- [2] S. Kox et al., *Nucl. Phys.*, **A420**(1984), 162.
- [3] R. M. Devries, J. C. Peng et al., *Phys. Rev.*, **C13**(1976), 133.
- [4] M. Bvenerd et al., *Nucl. Phys.*, **A424**(1984), 313.
- [5] S. K. Gupta and S. Kailas, *Z. Phys.*, **A317**(1984), 75.
- [6] S. Kox, A. Gamp et al., *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1678.
- [7] 王柄, 沈文庆, 冯军等, “中能区丰中子核反应总截面与中子过剩  $(N-Z)$  的关系”, 高能物理与核物理, 待发表.

## PARAMETRIZED CALCULATION OF NUCLEAR TOTAL REACTION CROSS SECTION

FENG JUN SHEN WENQING WANG BIN ZHU YONGTAI FENG ENPU

(Institute of Modern Physics of Academia Sinica, Lanzhou, China)

### ABSTRACT

A unified parametrized formula of total reaction cross section  $\sigma_R$  from low energy to intermediate and high energy has been proposed. Most of the experiment results in whole energy range can be reproduced by this parametrization. The relation of  $\sigma_R$  with neutron excess degree of freedom  $(N-Z)$  and the relation of interaction radius  $R$  with incident energy  $E_{\text{cm}}^{-1/3}$  have also been discussed.