第15卷 第10期　　高能物理与核物理　　Vol. 15, No. 10
1991年10月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Oct., 1991

报快

QED是否还有新参数?

吴丹迪*
(中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

布鲁斯·莫凯勒
(澳大利亚墨尔本大学物理系)

摘　要

量子电动力学(QED)可以允许宇称破坏的费米子质量项,并由此引进一个新参量.这时不存在守恒的空间反演算符,并有明显的宇称破坏效应-电偶极矩.在手征变换下,在纯规范部分出现宇称破坏项.这一项不是对时间的全微商,所以对规范场的运动方程有贡献.用一个双联(dual)转动可以把手征转动前后的电磁场联系起来.第二类电磁场方程变成非齐次,并破坏宇称守恒.

众所周知,量子电动力学(QED)是最漂亮的理论之一,它已被检验到很高的精度.它又是第一个定域规范理论,强和弱电规范理论都是 QED 的扩张.

现在我们要讨论 QED 的一种新情形,其中费米子的质量是复的,即把 $-m\bar{\psi}\psi$ 改为 $-\bar{\psi}\tilde{m}\psi$,这里

$$\tilde{m}=m(\cos\phi-i\gamma_5\sin\phi)=me^{-i\gamma_5\phi}$$
$$\equiv m_1-i\gamma_5 m_2, \tag{1}$$

而 ϕ 是一个新参量,ϕ 的周期是 2π. 由于该质量项有厄密性,因此理论的幺正性是保证的.因为强、电、弱标准模型包含有宇称破坏和时间反演破坏,考虑复的质量(1)是自然应当做的事.我们的基本拉氏量为

$$\mathscr{L}_1=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+\bar{\psi}i(\not{\partial}+ie\not{A})\psi-\bar{\psi}\tilde{m}\psi, \tag{2}$$

这里 $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ 是场强.(1)式中的 $i\gamma_5$ 项使 $\mathscr{L}_1$ 丧失宇称 P(及时间反演 T)的守恒性,除非 $\phi=0$ 或 π. 后面我们将要看到,复质量的费米子有电偶极矩,从而显示 P 和 T 破坏的效应.

一个与手征变换有关的问题随之而来.虽然,当 $m\neq 0$ 手征变换不是 $\mathscr{L}_1$ 的对称性,但是,手征变换仍然是可以讨论的.只要变换规则是正确的,变换后的拉氏量 $\mathscr{L}_2$ 应当与 $\mathscr{L}_1$ 描写同一个物理.类似的情况是,对有两个质量不同的费米子的系统,使质量矩阵对角或非对角化的变换不是该系统的对称性,然而对角化前后的拉氏量描写同样的物理.特

本文1991年4月27日收到.
* 现在地址: School of Physics, Melbourne University, Parkville, Vic 3056, Australia.

别是，两个费米子数分别守恒对两个拉氏量都存在[1]．手征变换后具有实费米子质量的拉氏量为

$$\mathscr{L}_2 = -\frac{1}{4}F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\theta F'_{\mu\nu}\tilde{F}'^{\mu\nu} + \bar{\psi}' i(\partial\!\!\!/ + ieA\!\!\!/')\psi' - \bar{\psi}' m\psi', \tag{3}$$

这里

$$\psi' = e^{-i\gamma_5\phi/2}, \tag{4}$$

$$\theta = \alpha\phi/2\pi.\ (\alpha = e^2/4\pi) \tag{5}$$

$\mathscr{L}_2$ 的动能项大于 0 的条件是 $|\theta| \leqslant 1$．然而实际上对我们有用的 θ 值都极小，$|\theta| \leqslant \alpha \ll 1$．$\theta$ 项的出现是由于三角反常．三角反常是可以严格计算的[2]．我们也在(3)式中给电磁场加上了撇，以显示它们可能在手征变换下改变．后文将讨论它们的具体改变方式．

在过去的文献中，θ 项立即被扔掉，理由为它是某一个流的全散度，$F'\tilde{F}' = \partial_\mu K^\mu$．但是这个理由有漏洞．扔掉这项引起一个明显的矛盾：$\mathscr{L}_1$ 破坏宇称而 $\mathscr{L}_2$ 宇称守恒；按照我们前面的讨论，它们应当描写同样的物理．仔细的观察显示[3]，$F'\tilde{F}'$ 项是全散度须有一个条件，$\partial_\mu\partial_\nu A'_\rho = \partial_\nu\partial_\mu A'_\rho$，即 A'_ρ 电磁势是解析的．后面我们将看到，虽然 A_ρ 是解析的，A'_ρ 却不是解析的，如果 $\phi \neq 0$．实际推导欧拉方程也发现 θ 项确实进入欧拉方程．

下文我们将首先显示具有复质量费米子的 QED 理论（$\mathscr{L}_1$）的自洽性，并找到费米子的电偶矩，然后显示 $\mathscr{L}_2$ 的电磁运动方程可以由 $\mathscr{L}_1$ 的方程经双联（dual）转动[4]而得到，并且是宇称破坏的．

具复质量的 Dirac 方程是 $(i\partial\!\!\!/ - \tilde{m})\psi = 0$．在动量空间，此方程可以写成

$$(p\!\!\!/ - \tilde{m})\psi = 0. \tag{6}$$

令 $\psi = \begin{pmatrix}\varphi \\ \chi\end{pmatrix}$ 我们有

$$\chi = \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p} + im_2}{E + m_1}\varphi. \tag{7}$$

如果让 $\psi^+\psi = E/m$，我们有

$$\varphi^+\varphi = \frac{E + m_1}{2m}\ \text{和}\ \chi^+\chi = \frac{E - m_1}{2m}. \tag{8}$$

注意 χ 在非相对论极限下不一定是小量．方程(6)不具有宇称守恒性，因此它的解(7)也不是宇称本征态．

复质量费米子的传播子是

$$\frac{i}{p\!\!\!/ - \tilde{m} + i\varepsilon} = i\,\frac{p\!\!\!/ + \tilde{m}^+}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \tag{9}$$

正、负能投影算子分别为

$$\sum_h u_h\bar{u}_h = \tilde{m} + \frac{p\!\!\!/ + \tilde{m}}{2m^3}\tilde{m}^+, \tag{10a}$$

$$\sum_{h} v_h \bar{v}_h = \tilde{m} + \frac{\not{p} + \tilde{m}}{2m^3} \tilde{m}^+. \tag{10b}$$

这是因为 $\bar{u}\tilde{m}v = \bar{v}\tilde{m}u = 0$ 和 $\bar{u}\tilde{m}u = -\bar{v}\tilde{m}v = m$.

现在我们来研究微扰 QED,假定电磁偶合常数 e 很小. 首先我们发现,所有的费米子圈都具有偶的宇称. 例如带有四个外光子线的费米子圈原则上可以有一个宇称不守恒的贡献 $aF^2F\tilde{F}$,但是实际的计算显示 $a = 0$. 有关的圈图部分是

$$\begin{aligned} & \mathrm{Tr}(\not{p}_1 + \tilde{m}^+)\gamma_\mu(\not{p}_2 + \tilde{m}^+)\gamma_\nu(\not{p}_3 + \tilde{m}^+)\gamma_\rho(\not{p}_4 + \tilde{m}^+)\gamma_\sigma \\ = & \mathrm{Tr}\not{p}_1\gamma_\mu\not{p}_2\gamma_\nu\not{p}_3\gamma_\rho\not{p}_4\gamma_\sigma + \mathrm{Tr}\not{p}_1\gamma_\mu\not{p}_2\gamma_\nu\tilde{m}^+\gamma_\rho\tilde{m}^+\gamma_\sigma \\ & + \cdots \\ = & \, even. \end{aligned}$$

第一项虽然发散,宇称是正的, 以后各项都是收敛的,所以可以利用 γ_μ 与 γ_5 的反对易关系证明对称性

$$\tilde{m}^+\gamma_\mu = \tilde{m}\gamma_\mu. \tag{11}$$

对只有两个外光子线的费米子圈图,至少在 Pauli-Villars 正规化下[5],(14)仍可以用,并导致不出现 $F\tilde{F}$ 项的结果.

同时我们注意到, 具有外费米子线的费曼图保有宇称不守恒的信号. 例如树图光子费米子偶合顶点有宇称为负的部分. 在讨论这个顶点时, 推广的 Gordon 恒等式可以帮助检验计算的正确性. 当费米子线都在质壳上时,我们有

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{p'}\not{A}\phi_p &= \frac{1}{2m^2}\bar{\phi}_{p'}2\tilde{m}\not{A}\tilde{m}\phi_p \\ &= \frac{1}{2m^2}\bar{\phi}_{p'}\{i\tilde{m}k_\nu A_\mu\sigma^{\mu\nu} + 2\tilde{m}A\cdot p\}\phi_p. \end{aligned} \tag{12}$$

这里 $p = \frac{1}{2}(p + p')$, $p(p')$ 是始(末)费米子的 ϕ 动量. $k = p' - p$. 将(7)代入(12)左边并只取 k 的最低项,(12)式左方变为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2E(E+m_1)}\varphi'^+ \Big\{ & 2(E+m_1)(E\varphi - \vec{P}\cdot\vec{A}) - \frac{E^2 + 2Em_1 + m^2}{2E}\vec{B}\cdot\vec{\sigma} \\ & - (\vec{E}\times\vec{P})\cdot\vec{\sigma} - \frac{1}{2E}\vec{P}\cdot\vec{B}\vec{P}\cdot\vec{\sigma} - m_2\vec{E}\cdot\vec{\sigma} \\ & - \frac{m_2}{2E}\vec{B}\times\vec{P}\cdot\vec{\sigma}\Big\}\varphi'. \end{aligned} \tag{13}$$

这里 φ' 是归一的二分量旋量,$\varphi' = \sqrt{\frac{2m}{E+m_1}}\varphi$. 由(13)看出, 如果夸克质量是复的,如文献[6]所假定的,那么 u 和 d 夸克就会有电偶极矩 ($\vec{E}\cdot\vec{\sigma}$ 项). 但是, 在文献[7]我们曾主张,真空取向方程不允许轻夸克质量有相位,如果某一个重夸克的动力学凝聚为零的话.

电偶极矩在顶角圈图中也存在. 顶角圈图有很多, 其中只有固有顶角圈图会带来不同于树图行为的宇称破坏,其行为是

$$-\frac{\alpha}{2\pi}\frac{\widetilde{m}}{2m^2}i\sigma_{\mu\nu}k^\mu A^\nu. \tag{14}$$

通常称此为反常的偶极作用．注意

$$\begin{aligned}&-\bar{\psi}\frac{\widetilde{m}}{2m^2}i\sigma_{\mu\nu}k^\mu A^\nu\psi\\ &=\frac{1}{4m^2E^2(E+m_1)}\varphi'^{+}\{-(E^2+m^2)(m^2+m_1E)\vec{B}\cdot\vec{\sigma}\\ &\quad-2E(m^2+m_1E)\vec{E}\times\vec{P}\cdot\vec{\sigma}-(m^2-m_1E)\vec{B}\cdot\vec{P}\cdot\vec{P}\sigma\cdot\vec{P}\\ &\quad+2m_2EP^2\vec{E}\cdot\vec{\sigma}-m_2(E^2+m^2)\vec{B}\times\vec{P}\cdot\vec{\sigma}-2m_2E\vec{E}\cdot\vec{P}\vec{\sigma}\cdot\vec{P}\}\psi'.\end{aligned} \tag{15}$$

实际的计算也显示，在 $\gamma^*\to f\bar{f}$ 过程中($E_{\gamma^*}>2m$)，费米子并不因为有复质量而显示宇称破坏效应(例如纵向极化)．因为在计算中要对末态求和，这相当于将末态费米子放在费米子圈里．这个结果与我们前面讨论费米子圈的结果相一致．

至此我们发现，具有复费米子质量的 QED 理论 $\mathscr{L}_1$ 没有明显的不自洽性，并且很容易处理．但是正如我们开始指出的，手征变换(4)将费米子质量转成实的，同时产生一个 θ 项，也就是说 $\mathscr{L}_1$ 变成 $\mathscr{L}_2$，$\mathscr{L}_1$ 的麦克斯韦方程是

$$\partial_\mu F^{\mu\nu}=J^\nu, \tag{16a}$$

$$\partial_\mu\tilde{F}^{\mu\nu}=0. \tag{16b}$$

这里 $J^\nu=e\bar{\psi}\gamma^\nu\psi$ 是电流．第二组麦克斯韦方程(16b)是由假定 A_ρ 解析，即

$$\partial_\mu\partial_\nu A_\rho=\partial_\nu\partial_\mu A_\rho$$

而得到的．但这个假定对 A'_μ 并不适用．实际上(3)式中的 $F'_{\mu\nu}$ 可以通过双联转动与 $F_{\mu\nu}$ 联起来．注意到 $\tilde{F}\tilde{F}=FF$ 和 $\tilde{\tilde{F}}=-F$，我们有

$$F=\frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2}}F'-\frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}\tilde{F}', \tag{17a}$$

$$\tilde{F}=\frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}F'+\frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2}}\tilde{F}', \tag{17b}$$

这里 $\lambda=(1-\sqrt{1-\theta^2})/\theta\simeq\theta/2$ 是双联转动角的正切．F' 的麦氏方程因此是

$$\partial_\mu F'^{\mu\nu}=\sqrt{1+\lambda^2}\,J^\nu \tag{18a}$$

$$\partial_\mu\tilde{F}'^{\mu\nu}=\lambda\sqrt{1+\lambda^2}\,J^\nu \tag{18b}$$

现在第二组麦氏方程也是非齐次的，有一个从电流诱导出的“磁流”，因此破坏宇称守恒．此外(18)中的两套麦氏方程都是非齐次的，要求 A'_μ 在有源的点具有非解析的反常性质．至此我们定性地说明了 $\mathscr{L}_1$ 和 $\mathscr{L}_2$ 在具有宇称破坏方面是等价的．而这一点在 Schwinger 原来关于双联变换的讨论[4]中未有涉及． 定量讨论方程组(18)存在严重的数学困难，因而无法导出 $\mathscr{L}_2$ 的格林函数．

以上我们只讨论了具有一个费米子的 QED 的宇称破坏问题，具有多个费米子的情形很复杂，而且很难讨论．同样，如果允许带电费米子的质量为零，也会使以上讨论无效；幸好自然界似乎没有零质量带电粒子．

总结起来，同某些人的期待不一样，我们发现带电轻子的复质量引致电偶极矩．但是

电子的电偶极矩已被实验限制得很严[8]。手征变换显然能把轻子的质量变成实的，却又把问题移到了宇称不守恒的麦克斯韦方程那边。因此为什么轻子的质量必须象实验告诉我们的那样是实的，是一个严重的尚待解决的问题。

参 考 文 献

[1] G. Feinberg. P. Kabir and S. Weinberg, *Phys. Rev. Letts.*, **3**(1959), 527.

[2] J. Steinberg, *Phys. Rev.*, **76**(1949), 1180; S. Adler, *Phys. Rev.*, **177**(1969), 2426; J. Bell and R. Jackiw, *Nov. Cim.*, **60**(1969), 47; J. Wess and B. Zumina, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 2848.

[3] B. H. J. McKellar and D. D. Wu, Melbourne University Preprint, March 1991.

[4] J. Schwinger, *Phys. Rev.*, **D12**(1975), 3105.

[5] W. Pauli and T. Villars, *Rev. Mod. Phys.*, **21**(1949), 434.

[6] V. Baluni, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 2227; R. J. Crewther, P. Di Vecchia, G. Veneziano and E. Witten, *Phys. Lett.*, **38B**(1979), 123.

[7] Zheng Huang and Dan-di Wu, *Comm. Theo. Phys.*, **15**(1991), 119; High Energy Phys. and Nucl. Phys. to appear; Z. Huan, K. S. Viswanathan and D.-D. Wu, *Mod. Phys. Lett.*, **A6**(1991), 711.

[8] Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **239B**(1990), VI. 5.

Is There a New Parameter in QED

BRUCE H. J. MCKELLAR[1] WU DAN-DI[1,2]

1(*School of Physics, The University of Melbourne Parkville, Victoria* 3052, *Australia*)

2(*Institute of High Energy Physics Academia Sinica, Beijing* 100039)

ABSTRACT

The Fermion mass with a parity violating part in quantum electrodynamics (QED) is allowed in principle and hence introduces a new parameter. Explicit parity violating effect, the electric dipole moment is shown. A chiral rotation may turn the mass into real, however, produces a parity violating term in the pure gauge part. The latter is not the total derivative with respect to time and indeed appears in the equations of motion. The second set of Maxwell equation becomes inhamogineous, which violates parity.