IBM-II 振动极限中的 $M1$ 跃迁

狄 尧 民
(徐州师范学院物理系，221009)

摘 要

本文在 IBM-II 的框架下，以振动极限为例，讨论了 $M1$ 跃迁的两种机制：F 旋破缺引起的跃迁和跃迁算符两体部分引起的跃迁. 这为分析实际情形中究竟哪一种机制起主要作用提供了依据.

一、引 言

相互作用玻色子模型（IBM）在处理大量核数据方面取得了很大的成功. 电磁跃迁是原子核的重要特性之一. 电磁跃迁几率对原子核的波函数很敏感，因此它对核模型的检验和评价有重要意义. 在 IBM 中，跃迁算符通常是一体算符. 但在 IBM-I 中，如用一体算符来构筑 $M1$ 跃迁算符，则该算符与角动量算符成正比. 它仅对各态的磁矩有贡献，而对不同态之间的跃迁无贡献，故这时 $M1$ 跃迁算符中需要包含两体项. 在 IBM-II 中，$M1$ 跃迁算符可以是一体算符. 本文的主要目的是讨论 IBM-II 中的 $M1$ 跃迁机制.

IBM-II 的基本群结构为

$$U_\nu(6)\otimes U_\pi(6), \tag{1}$$

其中下标 ν、π 分别代表中子和质子. 如果系统具有 F 旋对称性，则群结构可以化为

$$U_\nu(6)\otimes U_\pi(6)\supset U_{\nu+\pi}(6), \tag{2}$$

这时系统的态可以按 $U_{\nu+\pi}(6)$ 的不可约表示 $[N-f,f]$ 来分类. 其中 $N=N_\nu+N_\pi$，N_ν、N_π 和 N 分别为中子玻色子数、质子玻色子数和总玻色子数. 其中

$$f=0,1,\cdots\cdots,\min(N_\nu,N_\pi), \tag{3}$$

全对称表示$[N]$中的态与 IBM-I 中的态一一对应. 通常情形下，对称破缺总是存在的，但我们可把那种全对称表示为主的态称为 IBM-I 态. IBM-II 中一体的 $M1$ 跃迁算符可以写成如下形式

$$T(M1)=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\,(g_\nu L_\nu+g_\pi L_\pi), \tag{4}$$

这里 L_ν、L_π 分别为中子玻色子和质子玻色子的角动量算符，总角动量算符 $L=L_\pi+$

本文1991年4月8日收到.
* 江苏省教委自然科学基金资助项目.

L_ν. 但这时有

$$
\begin{aligned}
& N\langle [N]\alpha I \| L_\nu \| [N]\alpha' I'\rangle / N\nu \\
= & N\langle [N]\alpha I \| L_\pi \| [N]\alpha' I'\rangle / N\pi \\
= & \langle [N]\alpha I \| L \| [N]\alpha' I'\rangle = \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{II'}\sqrt{I(I+1)(2I+1)},
\end{aligned} \tag{5}
$$

也就是说，一体 $M1$ 跃迁算符对全对称态之间的跃迁没有贡献。因此，选取一体算符，IBM-I 态之间的 $M1$ 跃迁是与 F 旋的破缺紧密地联系在一起的。另一方面，如我们仿照 IBM-I，使 $M1$ 跃迁算符中包含两体算符。则即使系统具有完好的 F 旋对称性，IBM-I 态之间仍可有 $M1$ 跃迁。也就是说，在 IBM-II 的框架中 $M1$ 跃迁有两种不同的机制：F 旋破缺引起的跃迁和跃迁算符的二体部分引起的跃迁。现有的 IBM-II 计算中大都采用一体算符，但这仅是为了计算方便起见。我们并没有先验的理由认为 $M1$ 跃迁与 F 旋的破缺有必然的联系。因此，在实际情形中究竟是哪一种机制起主要作用或两者同时起作用这是值得探讨的问题。本文以振动极限为例对两种机制分别做了讨论，为这一问题的探讨提供了依据。在讨论 F 旋破缺引起的 $M1$ 跃迁时我们采用了微扰论，这不仅由于实际问题中微扰论完全适用，而且还在于我们可以由此得到跃迁几率和 $E2$、$M1$ 混合比的解析式子。

二、IBM-II 振动极限的波函数

P. Van Isacker 等在文献[1]中已经讨论了具有 F 旋对称性的 IBM-II 振动极限的波函数。为了下面讨论方便起见，我们在这里作一简单回顾和进一步讨论。

在这一极限情形，系统具有如下群链的对称性。

$$
\begin{array}{ccccccccc}
U(6) & \supset & U(5) & \supset & O(5) & \supset & O(3) & \supset & O(2) \\
| & & | & & | & & | & & | \\
[N-f,f] & & \{n_1,n_2\} & & (\nu_1,\nu_2) & & \alpha L & & M
\end{array}
$$

我们已在该群链中每一个群下面注出了表征该群不可约表示的量子数。群链的约化已由孙洪洲等[2]给出。为了简洁起见，各群的下标 $\nu+\pi$ 均已略去。这时系统的哈密尔顿可以写成如下形式

$$
H = A_1C_1(U(5)) + A_2C_2(U(5)) + BC_2(O(5)) + CC_2(O(3)) + aM, \tag{6}
$$

这里 $C_1(G)$ 和 $C_2(G)$ 分别表示群 G 的一次和二次 Casimir 算符。M 为 Majorana 项，它与 $U(6)$ 的二次 Casimir 算符有如下的关系

$$
M = \frac{1}{2}[N(N+5) - C_2(U(6))], \tag{7}
$$

系统的波函数可以标记如下

$$
|[N-f,f]\{n_1,n_2\}(\nu_1,\nu_2)\alpha LM\rangle, \tag{8}
$$

系统的波函数还可以进一步分解为

$$
\begin{aligned}
& |[N-f,f]\{n_1,n_2\}(\nu_1,\nu_2)\alpha LM\rangle \\
= & \sum_{\{\nu\},\{\pi\}} \left\langle \begin{matrix} [N_\nu] & [N_\pi] \\ \{n_\nu\} & \{n_\pi\} \end{matrix} \right| \begin{matrix} [N-f,f] \\ \{n_1,n_2\} \end{matrix} \Bigg\rangle \Bigg\langle \begin{matrix} \{n_\nu\} & \{n_\pi\} \\ (\nu_\nu) & (\nu_\pi) \end{matrix} \left| \begin{matrix} \{n_1,n_2\} \\ (\nu_1,\nu_2) \end{matrix} \right\rangle
\end{aligned}
$$

表 1　一些 IBM-II 振动极限态的简略标记和展开形式

$$|2_1^+\rangle = |[N]\{1\}(1)2\rangle$$
$$= N^{-1/2}[\sqrt{N_\nu}\,|d_\nu;2\rangle + \sqrt{N_\pi}\,|d_\pi;2\rangle]$$

$$|2_2^+\rangle = |[N]\{2\}(2)2\rangle$$
$$= (N(N-1))^{1/2}[\sqrt{N_\nu(N_\nu-1)}\,|d_\nu^2;2\rangle + \sqrt{2N_\nu N_\pi}|d_\nu d_\pi;2\rangle$$
$$+ \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)}\,|d_\pi^2;2\rangle]$$

$$|2_M^+\rangle = |[N-1,1]\{1\}(1)2\rangle$$
$$= N^{-1/2}[\sqrt{N_\pi}\,|d_\nu;2\rangle - \sqrt{N_\nu}\,|d_\pi;2\rangle]$$

$$|2_M^{+\prime}\rangle = |[N-1,1]\{2\}(2)2\rangle$$
$$= (N(N-2))^{-1/2}[\sqrt{2N_\pi(N_\nu-1)}|d_\nu^2;2\rangle + (N_\pi - N_\nu)|d_\nu d_\pi;2\rangle$$
$$- \sqrt{2N_\nu(N_\pi-1)}|d_\pi^2;2\rangle]$$

$$|3_1^+\rangle = |[N]\{3\}(3)3\rangle$$
$$= (N(N-1)(N-2))^{-1/2}[\sqrt{N_\nu(N_\nu-1)(N_\nu-2)}|d_\nu^3;3\rangle$$
$$+ \sqrt{3N_\nu(N_\nu-1)N_\pi}(\sqrt{5/7}\,|d_\nu^2(2)d_\pi;3\rangle - \sqrt{2/7}\,|d_\pi^2(4)d_\nu;3\rangle)$$
$$+ \sqrt{3N_\pi(N_\pi-1)N_\nu}(\sqrt{5/7}\,|d_\pi^2(2)d_\nu;3\rangle - \sqrt{2/7}\,|d_\pi^2(4)d_\nu;3\rangle)$$
$$+ \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)}|d_\pi^3;3\rangle]$$

$$|3_M^+\rangle = |[N-1,1]\{1,1\}(1,1)3\rangle$$
$$= |d_\nu d_\pi;3\rangle$$

$$|4_1^+\rangle = |[N]\{2\}(2)4\rangle$$
$$= (N(N-1))^{1/2}[\sqrt{N_\nu(N_\nu-1)}\,|d_\nu^2;4\rangle + \sqrt{2N_\nu N_\pi}|d_\nu d_\pi;4\rangle$$
$$+ \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)}\,|d_\pi^2;4\rangle]$$

$$|4_2^+\rangle = |[N]\{3\}(3)4\rangle$$
$$= (N(N-1)(N-2))^{-1/2}[\sqrt{N_\nu(N_\nu-1)(N_\nu-2)}|d_\nu^3;4\rangle$$
$$+ \sqrt{3N_\nu(N_\nu-1)N_\pi}(\sqrt{11/21}\,|d_\nu^2(2)d_\pi;4\rangle + \sqrt{10/21}\,|d_\nu^2(4)d_\pi;4\rangle)$$
$$+ \sqrt{3N_\pi(N_\pi-1)N_\nu}(\sqrt{11/21}\,|d_\pi^2(2)d_\nu;4\rangle + \sqrt{10/21}\,|d_\pi^2(4)d_\nu;4\rangle)$$
$$+ \sqrt{N_\pi(N_\pi-1)(N_\pi-2)}|d_\pi^3;4\rangle]$$

$$|4_M^+\rangle = |[N-1,1]\{2\}(2)4\rangle$$
$$= (N(N-2))^{-1/2}[\sqrt{2N_\pi(N_\nu-1)}|d_\nu^2;4\rangle + (N_\pi - N_\nu)|d_\nu d_\pi;4\rangle$$
$$- \sqrt{2N_\nu(N_\pi-1)}|d_\pi^2;4\rangle]$$

$$|4_{M'}^+\rangle = |[N-1,1]\{2,1\}(2,1)4\rangle$$
$$= (N-2)^{-1/2}[\sqrt{(N_\nu-1)}(\sqrt{10/21}\,|d_\nu^2(2)d_\pi;4\rangle - \sqrt{11/21}\,|d_\nu^2(4)d_\pi;4\rangle)$$
$$+ \sqrt{(N_\pi-1)}(\sqrt{10/21}\,|d_\pi^2(2)d_\nu;4\rangle - \sqrt{11/21}\,|d_\pi^2(4)d_\nu;4\rangle)]$$

$$|4_{M''}^+\rangle = |[N-1,1]\{3\}(3)4\rangle$$
$$= (N(N-2)(N-3))^{-1/2}[\sqrt{3N_\pi(N_\nu-1)(N_\nu-2)}\,|d_\nu^3;4\rangle$$
$$- (N-3N_\pi)\sqrt{(N_\nu-1)}(\sqrt{11/21}\,|d_\nu^2(2)d_\pi;4\rangle + \sqrt{10/21}\,|d_\nu^2(4)d_\pi;4\rangle)$$
$$+ (N-3N_\nu)\sqrt{(N_\pi-1)}(\sqrt{11/21}\,|d_\pi^2(2)d_\nu;4\rangle + \sqrt{10/21}\,|d_\pi^2(4)d_\nu;4\rangle)$$
$$- \sqrt{3N_\nu(N_\pi-1)(N_\pi-2)}\,|d_\pi^3;4\rangle]$$

$$\times \left\langle \begin{matrix} (\nu_\nu) & (\nu_\pi) \\ \alpha_\nu L_\nu & \alpha_\pi L_\pi \end{matrix} \middle| \begin{matrix} (\nu_1,\nu_2) \\ \alpha L \end{matrix} \right\rangle \tag{9}$$
$$\times [\,|[N_\nu]\{n_\nu\}(\nu_\nu)\alpha_\nu L_\nu\rangle \otimes |[N_\pi]\{n_\pi\}(\nu_\pi)\alpha_\pi L_\pi\rangle]^L_M.$$

求和号下的 $\{\rho\}$ 表示集合 $\{n_\rho, \nu_\rho, \delta_\rho, L_\rho\}$，其中 $\rho = \nu、\pi$. 上式中出现的同位标量因子分别为 $U(6)\supset U(5)$、$U(5)\supset O(5)$、$O(5)\supset O(3)$ 约化的同位标量因子.

文献[1]中给出了一些态按上式展开的具体形式，但不能完全满足我们下面的计算要求. 表 1 中列出了我们计算时要用到的一些态的简略标记及其展开形式.

三、F 旋破缺引起的 $M1$ 跃迁

为了讨论在振动核区 F 旋破缺与 $M1$ 跃迁的关系，我们采用如下形式的哈密尔顿

$$H = H_0 + H', \tag{10}$$

其中 H_0 的具体形式已由(6)式给出. H' 为 F 旋破缺项，其形式可由如下考虑确定. 在振动核区，我们最关心的是 $\Delta n = \pm 1$ 的态之间的 $M1$ 跃迁，这里 $n = n_\nu + n_\pi$ 为总的 d 玻色子数. 另外，虽然(4)式的 $T(M1)$ 能够给出 $[N-1,1]$ 态和 $[N]$ 态之间的跃迁，但具有选择定则 $\Delta(n_1 + n_2) = 0$，因此只有能使 $\Delta n = \pm 1$ 的组态发生混合的相互作用才会对我们关心的 $M1$ 跃迁有贡献. 为此我们选取如下形式的 H'

$$H' = x_1 H'_1 + x_2 H'_2, \tag{11}$$

其中

$$H'_1 = (s_\nu^+ \tilde{d}_\nu + d_\nu^+ \tilde{s}_\nu)^{(2)} \cdot (d_\pi^+ \tilde{d}_\pi)^{(2)} + (s_\pi^+ \tilde{d}_\pi + d_\pi^+ \tilde{s}_\pi)^{(2)} \cdot (d_\nu^+ \tilde{d}_\nu)^{(2)}, \tag{12}$$
$$H'_2 = (s_\nu^+ \tilde{d}_\nu + d_\nu^+ \tilde{s}_\nu)^{(2)} \cdot (d_\nu^+ \tilde{d}_\nu)^{(2)} + (s_\pi^+ \tilde{d}_\pi + d_\pi^+ \tilde{s}_\pi)^{(2)} \cdot (d_\pi^+ \tilde{d}_\pi)^{(2)}. \tag{13}$$

在 H'_1 中，$V_{\nu\pi} \neq 0$，$V_{\nu\nu} = V_{\pi\pi} = 0$；而 H'_2 中，$V_{\nu\pi} = 0$，$V_{\nu\nu} = V_{\pi\pi}$. 容易证明，当 $f \neq f'$ 时，我们有

$$\begin{aligned} &\langle [N-f,f]\alpha IM | H'_1 | [N-f',f']\alpha' IM \rangle \\ &= -\langle [N-f,f]\alpha IM | H'_2 | [N-f',f']\alpha' IM \rangle. \end{aligned} \tag{14}$$

从后面的讨论将可看出 H'_1 和 H'_2 单独作用时，对有关 IBM-I 态之间的 $M1$ 跃迁的贡献是相同的. 当 $x_1 = x_2$ 时，F 旋对称，H' 对有关跃迁没有贡献.

微扰后，IBM-I 态的波函数为

$$\begin{aligned} |[N]\alpha IM\rangle\rangle = &|[N]\alpha IM\rangle \\ &+ \sum_{\alpha'}{}' \frac{\langle [N]\alpha IM | H' | [N]\alpha' IM \rangle}{E_\alpha - E_{\alpha'}} |[N]\alpha' IM\rangle \\ &+ \sum_{\alpha''} \frac{\langle [N]\alpha IM | H' | [N-1,1]\alpha'' IM \rangle}{E_\alpha - E_{\alpha''}} |[N-1,1]\alpha'' IM\rangle. \end{aligned} \tag{15}$$

忽略了高阶小量，跃迁矩阵元为

$$\begin{aligned} &\langle\langle [N]\beta I_f \| T(M1) \| [N]\alpha I_i \rangle\rangle \\ &= \sum_{\alpha''} \frac{\langle [N]\alpha I_i M | H' | [N-1,1]\alpha'' I_i M \rangle}{E_\alpha - E_{\alpha''}} \langle [N]\beta I_f \| T(M1) \| [N-1,1]\alpha'' I_i \rangle \end{aligned}$$

$$+\sum_{\beta''}\frac{\langle[N-1,1]\beta''I_fM|H'|[N]\beta I_fM\rangle}{E_\beta-E_{\beta''}}\langle[N-1,1]\beta''I_f\|T(M1)\|[N]\alpha I_i\rangle. \tag{16}$$

$T(M1)$ 的选择定则可以使计算简化。

表 2　约化矩阵元 $\langle\alpha_f\|T(M1)\|\alpha_i\rangle$

$\alpha_i=I_i^\pi$	$\alpha_f=I_f^\pi$	$\langle\alpha_f\|T(M1)\|\alpha_i\rangle$
2_M^+	2_1^+	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\frac{\sqrt{30N_\nu N_\pi}}{N}$
2_2^+	$2_{M'}^+$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\frac{\sqrt{15N_\nu N_\pi(N-2)}}{N\sqrt{(N-1)}}$
4_M^+	4_1^+	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\frac{\sqrt{90N_\nu N_\pi(N-2)}}{N\sqrt{(N-1)}}$
4_2^+	$4_{M'}^+$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\sqrt{\frac{33N_\nu N_\pi}{2N(N-1)}}\left(\frac{N_\pi-N_\nu}{N-2}\right)$
4_2^+	$4_{M''}^+$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\frac{\sqrt{60N_\nu N_\pi(N-3)}}{N\sqrt{(N-1)}}$
3_M^+	4_1^+	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\sqrt{\frac{18N_\nu N_\pi}{N(N-1)}}$
3_1^+	$4_{M'}^+$	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu-g_\pi)\frac{9}{2}\sqrt{\frac{2N_\nu N_\pi}{N(N-1)}}$
3_1^+	$4_{M''}^+$	0

上式中右边的约化矩阵元 $\langle\alpha_f\|T(M1)\|\alpha_i\rangle$ 可以通过表 1 中波函数的具体展开形式来计算，表 2 中列出了有关计算结果。上式右边 H' 的矩阵元也可以通过波函数的展开形式，采用耦合张量算符的计算公式并采用 IBM-I 中类似的计算方法来计算。经过较冗繁的计算，我们可以得到如下的结果

$$B(M1\ \tilde{2}_2^+\to\tilde{2}_1^+)=\frac{3}{4\pi}\cdot 6(g_\nu-g_\pi)^2\cdot(x_1-x_2)^2\cdot\left(\frac{1}{E(2_2^+)-E(2_M^+)}+\frac{1}{E(2_1^+)-E(2_{M'}^+)}\right)^2\frac{(N_\pi-N_\nu)^2N_\nu^2N_\pi^2}{N^4(N-1)}, \tag{17}$$

$$B(M1\ \tilde{4}_2^+\to\tilde{4}_1^+)=\frac{3}{4\pi}\cdot\frac{220}{63}(g_\nu-g_\pi)^2\cdot(x_1-x_2)^2\cdot\left(\frac{3}{E(4_2^+)-E(4_M^+)}-\frac{1}{E(4_1^+)-E(4_{M'}^+)}+\frac{4}{E(4_1^+)-E(4_{M''}^+)}\right)^2\cdot\frac{(N_\pi-N_\nu)^2N_\nu^2N_\pi^2}{N^2(N-1)^2(N-2)}, \tag{18}$$

$$B(M1\ \tilde{3}_1^+\to\tilde{4}_1^+)=\frac{3}{4\pi}\cdot\frac{540}{343}(g_\nu-g_\pi)^2(x_1-x_2)^2\cdot\left(\frac{1}{E(3_1^+)-E(4_M^+)}+\frac{1}{E(4_1^+)-E(4_{M'}^+)}\right)^2\frac{(N-2)N_\nu^2N_\pi^2}{N^2(N-1)^2}. \tag{19}$$

考虑到 $E(4^+_{M''}) \approx E(4^+_{M'})$，$B(M1\ \tilde{4}^+_2 \to \tilde{4}^+_1)$ 的表达式还可简化为

$$B(M1\ \tilde{4}^+_2 \to \tilde{4}^+_1) = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{220}{7}(g_\nu - g_\pi)^2 \cdot (x_1 - x_2)^2 \cdot \left(\frac{1}{E(4^+_2) - E(4^+_M)} + \frac{1}{E(4^+_1) - E(4^+_{M'})}\right)^2 \cdot \frac{(N_\pi - N_\nu)^2 N_\nu^2 N_\pi^2}{N^2(N-1)^2(N-2)}, \quad (20)$$

上面数式中 $\tilde{I}^\pi_i$ 表示与 I^π_i 相应的并包含了 F 旋破缺的态.

现在我们进而讨论 $E2$、$M1$ 的混合比[3]

$$\delta = \frac{\langle \tilde{I}_f \| E2 \| \tilde{I}_i \rangle}{\langle \tilde{I}_f \| M1 \| \tilde{I}_i \rangle} = 0.835 E_r(\mathrm{MeV}) \frac{\langle \tilde{I}_f \| T(E2) \| \tilde{I}_i \rangle}{\langle \tilde{I}_f \| T(M1) \| \tilde{I}_i \rangle}, \quad (21)$$

选取

$$T(E2) = e_\nu(s^+_\nu \tilde{d}_\nu + d^+_\nu \tilde{s}_\nu)^{(2)} + x_\nu(d^+_\nu \tilde{d}_\nu)^{(2)} + e_\pi(s^+_\pi \tilde{d}_\pi + d^+_\pi \tilde{s}_\pi)^{(2)} + x_\pi(d^+_\pi \tilde{d}_\pi)^{(2)}. \quad (22)$$

在 F 旋破缺较小的情况下，可采用 F 旋对称的波函数来计算 $T(E2)$ 的约化矩阵元. 这些矩阵元可通过如下关系式和一些 IBM-I 的计算结果[4]来得到.

$$\frac{\langle [N]\alpha \| T_\nu \| [N]\alpha' \rangle}{\langle [N]\alpha \| T_\pi \| [N]\alpha' \rangle} = \frac{N_\nu}{N_\pi}, \quad (23)$$

经进一步计算可以得如下结果：

$$\delta(\tilde{2}^+_2 \to \tilde{2}^+_1) = 0.835 E_\gamma(\mathrm{MeV}) \sqrt{\frac{4\pi}{9}} \frac{(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)}{(g_\nu - g_\pi)(x_1 - x_2)} \cdot \left(\frac{1}{E(2^+_2) - E(2^+_M)} + \frac{1}{E(2^+_1) - E(2^+_{M'})}\right)^{-1} \cdot \frac{N(N-1)}{(N_\pi - N_\nu) N_\nu N_\pi}, \quad (24)$$

$$\delta(\tilde{4}^+_2 \to \tilde{4}^+_1) = 0.835 E_\gamma(\mathrm{MeV}) \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)}{(g_\nu - g_\pi)(x_1 - x_2)} \cdot \left(\frac{1}{E(4^+_2) - E(4^+_M)} + \frac{1}{E(4^+_1) - E(4^+_{M'})}\right)^{-1} \frac{(N-1)(N-2)}{(N_\pi - N_\nu)(x_1 - x_2)}, \quad (25)$$

$$\delta(\widetilde{3}^+_1 \to \widetilde{4}^+_1) = 0.835 E_\gamma(\mathrm{MeV}) \sqrt{\frac{14\pi}{45}} \frac{e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi}{(g_\nu - g_\pi)(x_1 - x_2)} \cdot \left(\frac{1}{E(3^+_1) - E(4^+_M)} + \frac{1}{E(4^+_1) - E(4^+_{M'})}\right)^{-1} \cdot \frac{N-1}{N_\nu N_\pi}. \quad (26)$$

四、跃迁算符二体部分引起的跃迁

现在我们讨论跃迁算符二体部分引起的 $M1$ 跃迁. 我们取

$$H' = 0, \quad (27)$$

$$T(M1) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}(g_\nu L_\nu + g_\pi L_\pi) + g'_\nu[((s^+_\nu \tilde{d}_\nu + d^+_\nu \tilde{s}_\nu)^{(2)} + \lambda_\nu(d^+_\nu \tilde{d}_\nu)^{(2)}) \otimes L^{(1)}_\nu]^{(1)} + g^1_\pi[((s^+_\pi \tilde{d}_\pi + d^+_\pi \tilde{s}_\pi)^{(2)} + \lambda_\pi(d^+_\pi \tilde{d}_\pi)^{(2)}) \otimes L^{(1)}_\pi]^{(2)}. \quad (28)$$

上式中 $T(M1)$ 的形式可以看作 IBM-I 中 $M1$ 跃迁算符的简单推广. 其约化矩阵元可用耦合张量算符的计算公式、关系式(23)和 IBM-1 中的一些计算方法来计算. 计算后可得 $M1$ 跃迁几率

$$B(M1\ 2_2^+ \to 2_1^+) = (g'_\nu N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2)^2 \frac{2(N-1)}{5N^4}, \tag{29}$$

$$B(M1\ 4_2^+ \to 4_1^+) = (g'_\nu N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2)^2 \frac{11(N-2)}{N^4}, \tag{30}$$

$$B(M1\ 3_1^+ \to 4_1^+) = (g'_\nu + N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2)^2 \frac{27(N-2)}{7N^4}. \tag{31}$$

$E2$、$M1$ 跃迁混合比为

$$\delta(2_2^+ \to 2_1^+) = -\sqrt{\frac{10}{21}} \frac{(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)\cdot N}{g'_\nu N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2}, \tag{32}$$

$$\delta(4_2^+ \to 4_1^+) = -\sqrt{\frac{10}{77}} \frac{(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)\cdot N}{g'_\nu N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2}, \tag{33}$$

$$\delta(3_1^+ \to 4_1^+) = -\sqrt{\frac{2}{9}} \frac{(e_\nu N_\nu + e_\pi N_\pi)\cdot N}{g'_\nu N_\nu^2 + g'_\pi N_\pi^2}. \tag{34}$$

五、结 束 语

我们已分别讨论了由 F 旋破缺引起的跃迁和跃迁算符二体部分引起的跃迁这两种 $M1$ 跃迁的机制. 得出了振动极限情形下这两种情况的跃迁几率和 $E2$、$M1$ 混合比的解析式子. 这些式子应该反映出两种机制的基本特性.

从两组式子来看，两种机制之间存在着较大的差异. 总的说来，跃迁算符二体部分引起的跃迁与 N_ν、N_π 和 N 之间的关系相对来说较为简单，$E2$、$M1$ 跃迁混合比 δ 均为负值；而 F 旋破缺引起的跃迁变化规律较为复杂，δ 的值可正可负. 单幻核 ($N_\nu = 0$ 或 $N_\pi = 0$)不可能有 F 旋破缺，因此也不存在由 F 旋破缺引起的跃迁. 在 $N_\nu = N_\pi$ 时，对于 $\tilde{2}_2^+ \to \tilde{2}_1^+$ 和 $\tilde{4}_2^+ \to \tilde{4}_1^+$，这种跃迁在一级近似内也是禁戒的. 这些特性将有助于我们对实际问题的分析.

振动核区 $M1$ 跃迁的数据[4]较少，但已有一些 $E2$、$M1$ 跃迁混合比的数据[5](主要是 $\delta(2_2^+ \to 2_1^+)$). 对这些数据的初步分析表明: 它们并不呈现(32)式所给出的较为简单的变化规律，而且其符号有正有负. 因此可以认为，在一般情况下，二体算符引起的跃迁不起主导作用，但并不排斥在单幻核和 $N_\pi = N_\nu$ 时这种跃迁可能起主导作用. 进一步的分析和讨论是有趣的.

作者感谢顾金南副研究员的有益讨论.

参 考 文 献

[1] Van Isacker et al., *Ann. Phys.* (N. Y.), 171(1986), 253.
[2] 陈学俊、张玫、孙洪洲、韩其智，中国科学(**A**)，(1982)，615.

[3] K. S. Krane, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **16**(1975), 384.
[4] P. M. Endt, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **26**(1981), 47.
[5] K. S. Krane, *Atomic Data and Nucl. Data Tables*, **20**(1977), 211.

M1 Transitions in the Vibrational Limit Case of IBM-II

DI YAOMIN
(*Xuzhou Teachers' College*, 221009)

ABSTRACT

Two kinds of mechanism of M1 transitions are discussed in the vibrational limit case of IBM-II. One is the transition caused by the breakage of F-spin, other caused by the two-body part of the transition operator. It is helpful to the investigation on the realistic M1 transitions of nuclei.