

快报

S - D 混合与 $\psi(3770)$ 的电偶极跃迁*

秦旦华^{1,2} 丁亦兵^{2,3,4} 赵光达^{1,2,4}

1. (北京大学物理系, 北京 100871)

2. (中国科学院理论物理所, 北京 100080)

3. (中国科学院研究生院物理部, 北京 100039)

4. (中国高等科学技术中心(世界实验室))

摘 要

本文在粲偶素势模型的框架内, 讨论了 $\psi(3770)$ 与 $\psi(3686)$ 之间的 2^3S_1 - 1^3D_1 混合对 $\psi(3770)$ 与 $\psi(3686)$ 电偶极跃迁的影响. 结论是混合角 $\theta = 30^\circ$ 应予排除, 而 $\theta = -10^\circ$ 虽然可以对 $\psi(3770) \rightarrow \chi_0\gamma$ 和 $\psi(3686) \rightarrow \chi_0\gamma$ 给出改善的结果, 但仍不能解决 $\psi(3770) \rightarrow \chi_1\gamma$ 与实验的矛盾.

最近^[1], 我们就 Mark III 实验组关于 $\psi(3770)$ 电偶极 ($E1$) 跃迁 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_J$ ($J = 0, 1, 2$) 的实验结果^[2]进行了讨论. 发现, 在考虑了相对论效应的粲偶素势模型的框架内, 理论给出的跃迁宽度比实验值小 2 倍以上. 对于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_0, \gamma\chi_1, \gamma\chi_2$ 跃迁, 理论值^[1]分别为 312(183) 95(70), 3.6(3.0) keV(其中, 不带括号的为非相对论计算结果, 带括号的是经过相对论修正后的宽度); 而实验值^[2]分别为 500 ± 200 , 430 ± 180 , ≤ 500 keV. 与此同时, 对于另外两种 $E1$ 跃迁过程, $\psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_J$ 和 $\chi_J \rightarrow \gamma J/\psi$ ($J = 0, 1, 2$), 同一理论模型却给出与实验几乎相符的结果^[1].

如何解释理论模型计算与 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_J$ 实验结果的偏离是一个令人困惑的问题. 文 [1] 讨论了改善理论结果的各种可能性, 但似乎都不是很有希望的. 比如, 适当减小粲夸克的质量值, 有可能使 $\psi(3770) \rightarrow \gamma\chi_J$ 的跃迁宽度增大一些, 但同时却将导致 $\psi(3686) \rightarrow \gamma\chi_J$ 跃迁宽度增大, 使其偏离实验值. 文 [1] 指出, 还有一种改善理论的可能性, 即认真考虑 $c\bar{c}$ 态的 2^3S_1 - 1^3D_1 混合的效应, 这正是本文所要集中讨论的问题.

$\psi(3770)$ 基本上属于 $c\bar{c}$ 的 1^3D_1 态, 但由于它有一个不算太小的轻子衰变宽度 ($\Gamma_{e^+e^-} = (0.26 \pm 0.05)\text{keV}$ ^[3]), 表明它一定含有某些 3S_1 态的成分. 又由于 $\psi(3770)$ 与 $\psi(3686)$ 在质量上相当接近, 有理由相信 S - D 混合主要在这两个态之间发生. 我们假定

$$|\phi'\rangle = |2^3S_1\rangle \cos\theta + |1^3D_1\rangle \sin\theta \quad (1)$$

$$|\phi''\rangle = -|2^3S_1\rangle \sin\theta + |1^3D_1\rangle \cos\theta \quad (2)$$

本文 1990 年 10 月 9 日收到.

* 国家自然科学基金资助课题.

其中 $\psi' \equiv \psi(3686)$, $\psi'' \equiv \psi(3770)$, θ 为 $2^3S_1-1^3D_1$ 混合角. 按照电偶极跃迁宽度的一般公式

$$\Gamma(i \rightarrow f + \gamma) = \frac{4}{3} \alpha e_Q^2 k^3 |\langle f | \mathbf{r} | i \rangle|^2 \quad (3)$$

经过一番推导, 得到在混合情形下, ψ' 和 ψ'' 跃迁到 χ_J (即 3P_J 态) ($J = 0, 1, 2$) 的宽度为

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi' \rightarrow \chi_0 \gamma) &= \frac{4}{27} \alpha e_Q^2 k^3 \{ \cos^2 \theta \langle 1^3P_0 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \\ &- 2\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_0 | r | 2^3S_1 \rangle \langle 1^3P_0 | r | 1^3D_1 \rangle \\ &+ 2 \sin^2 \theta \langle 1^3P_0 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \}, \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi' \rightarrow \chi_1 \gamma) &= \frac{4}{9} \alpha e_Q^2 k^3 \left\{ \cos^2 \theta \langle 1^3P_1 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \right. \\ &+ \sqrt{2} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_1 | r | 2^3S_1 \rangle \langle 1^3P_1 | r | 1^3D_1 \rangle \\ &\left. + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \langle 1^3P_1 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \right\}, \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi' \rightarrow \chi_2 \gamma) &= \frac{20}{27} \alpha e_Q^2 k^3 \left\{ \cos^2 \theta \langle 1^3P_2 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \right. \\ &- \frac{\sqrt{2}}{5} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_2 | r | 2^3S_1 \rangle \langle 1^3P_2 | r | 1^3D_1 \rangle \\ &\left. + \frac{1}{50} \sin^2 \theta \langle 1^3P_2 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi'' \rightarrow \chi_0 \gamma) &= \frac{4}{27} \alpha e_Q^2 k^3 \left\{ 2 \cos^2 \theta \langle 1^3P_0 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \right. \\ &+ 2\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_0 | r | 1^3D_1 \rangle \langle 1^3P_0 | r | 2^3S_1 \rangle \\ &\left. + \sin^2 \theta \langle 1^3P_0 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \right\}, \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi'' \rightarrow \chi_1 \gamma) &= \frac{4}{9} \alpha e_Q^2 k^3 \left\{ \frac{1}{2} \cos^2 \theta \langle 1^3P_1 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \right. \\ &- \sqrt{2} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_1 | r | 1^3D_1 \rangle \langle 1^3P_1 | r | 2^3S_1 \rangle \\ &\left. + \sin^2 \theta \langle 1^3P_1 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \right\}, \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\psi'' \rightarrow \chi_2 \gamma) &= \frac{20}{27} \alpha e_Q^2 k^3 \left\{ \frac{1}{50} \cos^2 \theta \langle 1^3P_2 | r | 1^3D_1 \rangle^2 \right. \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{5} \cos \theta \sin \theta \langle 1^3P_2 | r | 1^3D_1 \rangle \langle 1^3P_2 | r | 2^3S_1 \rangle \\ &\left. + \sin^2 \theta \langle 1^3P_2 | r | 2^3S_1 \rangle^2 \right\}. \end{aligned} \quad (5c)$$

其中 α 为电磁精细结构常数, $e_Q = \frac{2}{3}$ 为粲夸克电荷, k 为辐射光子的动量,

$$\langle f|r|i\rangle = \int_0^\infty dr r u_i(r) u_f(r), \quad (6)$$

$u_i(r)$ 和 $u_f(r)$ 分别为初态和末态的约化径向波函数.

从(4)式和(5)式不难看出, S - D 混合对于偶极跃迁的影响主要体现为 S 波和 D 波的干涉效应. 即含有因子 $\cos\theta \sin\theta$ 的项对于大部分跃迁宽度的改变起主要作用. 首先让我们考虑当混合角取正值时的情形. 注意到重迭积分 $\langle 1P|r|2S\rangle$ 取负值, $\langle 1P|r|1D\rangle$ 取正值, 因此这时 $\psi' \rightarrow \chi_0\gamma$ 增强, $\psi' \rightarrow \chi_1\gamma$ 减弱; 与此同时, $\psi'' \rightarrow \chi_0\gamma$ 减弱, $\psi'' \rightarrow \chi_1\gamma$ 增强. 然而, 文[1]的计算表明, 在考虑 S - D 混合之前, 无论是最低阶非相对论近似的结果还是考虑了一阶相对论效应, $\psi' \rightarrow \chi_j\gamma (j=0,1,2)$ 的跃迁宽度都比实验值来得大. 尤其是 $\psi' \rightarrow \chi_0\gamma$, 非相对论近似计算结果要比实验值大 2 倍. 如果考虑 S - D 混合后使 $\psi' \rightarrow \chi_0\gamma$ 进一步增强, 则更将加剧与实验的矛盾. 对于 $\psi'' \rightarrow \chi_j\gamma$ 跃迁, S - D 混合使其宽度减小, 也要加剧与实验的矛盾. 因此, θ 取正值时的 S - D 混合效应不能改善理论与实验的符合.

其次, 让我们考虑混合角取负值时的情形, 这时 $\psi' \rightarrow \chi_0\gamma$ 减弱, $\psi' \rightarrow \chi_1\gamma$ 增强. 如前所述, 前者是值得欢迎的, 但不幸的是, 对于 ψ' 到 χ_1 的跃迁的增强又是不受欢迎的. 至于 ψ'' 到 $\chi_j (j=0,1,2)$ 的跃迁, 这时受欢迎的是 $\psi'' \rightarrow \chi_0\gamma$ 的增加, 但与此同时, $\psi'' \rightarrow \chi_1\gamma$ 的压低却又是看不受欢迎的. 因此当 θ 取负值时的 S - D 混合效应也不能给出满意的结果.

事实上, 对于 ψ' 和 ψ'' 的 S - D 混合角的符号和大小还只有一些初步的讨论. 由单胶子交换张量力所引起的 S - D 混合是很小的. 耦合道模型的计算^[4,5]和 ψ' 与 ψ'' 轻子衰变宽度的比值^[6]都倾向于 $\theta \approx -10^\circ$. 轻子衰变宽度还允许另外一个解 $\theta \approx 30^\circ$ ^[6]. 我们利用文[1]中采用的势模型^[7]计算方法, 利用本文给出的电偶极跃迁公式(4)和(5), 分别取 $\theta = -10^\circ$ 和 30° , 计算了 $\psi' = \psi(3686)$ 和 $\psi'' = \psi(3770)$ 到 $\chi_j\gamma (j=0,1,2)$ 的跃迁宽度, 结果为表 1 所示.

表 1 S - D 混合角取不同值时, $\psi(3686)$ 和 $\psi(3770)$ 的电偶极跃迁宽度.

过程	$k(\text{MeV})$	$\Gamma(\text{keV}) \theta = 0$	$\Gamma(\text{keV}) \theta = -10^\circ$	$\Gamma(\text{keV}) \theta = 30^\circ$	实验值 (keV)
$\psi' \rightarrow \chi_0\gamma$	261	42(25)	19	135	23 ± 4
$\psi' \rightarrow \chi_1\gamma$	172	36(28)	47	6.0	21 ± 4
$\psi' \rightarrow \chi_2\gamma$	128	25(22)	22	23	19 ± 4
$\psi'' \rightarrow \chi_0\gamma$	338	312(183)	363	110	500 ± 200
$\psi'' \rightarrow \chi_1\gamma$	250	95(70)	60	188	430 ± 180
$\psi'' \rightarrow \chi_2\gamma$	208	3.6(3.0)	13	12	≤ 500

表中 $\psi' = \psi(3686)$, $\psi'' = \psi(3770)$. 不带括号的宽度值由零阶非相对论近似的波函数计算得到, 带括号的宽度值由一阶相对论修正后的波函数计算得到. 实验值取自文[2]和[3].

从表 1 列出的计算结果可以看出, 我们前面的定性分析是正确的, 特别是, $\theta = 30^\circ$ 将导致 $\psi(3686) \rightarrow \chi_0\gamma$ 的理论值与实验的尖锐冲突. 因此关于 S - D 混合角的这个解

肯定应予排除. 至于 $\theta = -10^\circ$, 情况略好一些. 在这种情形下, 对 $\psi(3686) \rightarrow \chi_0 \gamma$ 过程, 尽管混合角的绝对值很小, 但正比于 $\cos\theta \sin\theta$ 的干涉项的系数很大, 其抵消作用使它的衰变宽度压低一倍以上. 由 S - D 混合引起的这一压低效应同相对论修正带来的压低效应是一致的. 因此实验上观察到的 $\psi(3686) \rightarrow \chi_0 \gamma$ 的压低很可能是相对论修正和 S - D 混合共同影响的结果. 但 S - D 的混合在这种情形下使 $\psi(3686) \rightarrow \chi_1 \gamma$ 增强, 却是与实验不符的. 如果接受 S - D 混合角为 $\theta = -10^\circ$ 的结果, 则必须对实验上 $\psi(3686) \rightarrow \chi_1 \gamma$ 的压低做出进一步的解释. 此外, $\theta = -10^\circ$ 的混合对于 $\psi(3770) \rightarrow \chi_0 \gamma$ 给出的增强也是令人鼓舞的, 然而对于 $\psi(3770) \rightarrow \chi_1 \gamma$ 的压低却又是令人失望的. 因此, S - D 混合角 $\theta = -10^\circ$ 的情形尽管存在令人鼓舞的一面, 但仍然不能解决关于 $\psi(3770)$ 电偶极跃迁理论与实验的矛盾.

为简明计, 表 1 中关于 S - D 混合只给出了用零阶非相对论波函数计算重迭积分及跃迁宽度所得到的结果, 如果同时考虑 S - D 混合, 并用相对论修正后的波函数计算重迭积分和跃迁宽度, 并不影响上面得到的定性结论.

最后, 我们可以得到如下结论: 即便考虑 S - D 混合的影响, 也不可能解决 $\psi(3770) \rightarrow \chi_j \gamma$ 理论与实验的矛盾. 也就是说, 在目前粲偶素势模型的框架内, 考虑到相对论修正和 S - D 混合等各种因素, 都不能解释 Mark III 实验组关于 $\psi(3770) \rightarrow \gamma \chi_j$ 的实验结果. 因此, 我们建议, 在进一步深入研究理论模型的同时, 在北京正负电子对撞机上对 $\psi(3770)$ 的辐射跃迁做更精确的测量.

参 考 文 献

- [1] 秦旦华, 丁亦兵, 赵光达, 高能物理与核物理, **14**(1990), 380.
- [2] R. H. Schindler, SLAC-PUB-4694 (1988).
- [3] G. P. Yost et al., Particle Data Group, *Phys. Lett.*, **224B**(1988), 1.
- [4] E. Eichten et al., *Phys. Rev.*, **D17**(1978), 3090; **D21**(1980), 203.
- [5] K. Heikkila et al., *Phys. Rev.*, **D29**(1984), 110.
- [6] Y. P. Kuang and T. M. Yan, *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 155.
- [7] Y. B. Ding, J. He, S. C. Cai, D. H. Qin and K. T. Chao, in Proc. of the Int. Sym. On Particle and Nuclear Phys. Beijing, Sept 2—7, 1985. (World Scientific, Singapore) P. 88.

***S-D* Mixing and Electric Dipole Transition of $\psi(3770)$**

QIN DANHUA^{1,2} DING YIBING^{2,3,4} ZHAO GUANGDA^{1,2,4}

1. (*Department of Physics, Peking University 100871*)

2. (*Theoretical Physics Institute, Academia Sinica, Beijing 100080*)

3. (*Department of Physics, Graduate School, Academia Sinica, Beijing 100039*)

4. (*CCAST (World Laboratory)*)

ABSTRACT

In the framework of the potential model for charmonium, the effects of 2^3S_1 - 1^3D_1 mixing between $\psi(3770)$ and $\psi(3686)$ on the electric dipole transitions of both $\psi(3770)$ and $\psi(3686)$ are discussed. It is concluded that the possibility for the mixing angle $\theta=30^\circ$ should be ruled out. While the results for both $\psi(3770)\rightarrow\gamma\chi_0$ and $\psi(3686)\rightarrow\gamma\chi_0$ are improved with $\theta=-10^\circ$, the contradiction between the theoretical value and the experimental value for $\psi(3770)\rightarrow\gamma\chi_1$ still remains.