第16卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 1
1992 年 1 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1992

代与额外 Z^0 玻色子数的关系

李 铁 忠*)
(中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

摘 要

三代标准模型的费米子不可能与一个额外的 Z^0 玻色子在一个大统一模型中. 包括三代费米的最小的大统一模型将包括两个额外 Z^0 玻色子 Georgi 的关于重 Dirac 费米子的议论得到一个实现方式，这些就是新增加的费米子(不是 bizarre 的). Frampton 的 $SU(9)$ 与 $SU(7)$ 模型在现有标度下的费米子是相同的. 在这个破缺方式下质子衰变的困难可解决.

一、引 言

近年来人们探讨额外 Z^0 玻色子(标准模型以外的 Z^0 玻色子)的兴趣与日俱增. 理论上的动机本来自与前几年流行的超弦相联系的 E_6 模型，现在包括额外 Z^0 玻色子的模型已有很多. 实验家也在努力的寻找额外 Z^0，尤其随着更高能量加速器不断投人运转，使得探讨额外 Z^0 的实验更加有利，各种模型与实验的比较越来越细，除给出了质量的下限(大约≥200 GeV) 以外，许多的模型算出了更具体的物理量，如额外 Z^0 玻色子到费米子的衰变比，极化的前后不对称等，以期与实验比较或选择出额外 Z^0 玻色子的理论来源[1]. 由此可见额外 Z^0 玻色子已不是多年前的纯理论的逻辑上的探讨，而是与实验的发展相联系有希望存在的物理的粒子. 因此需要认真对待，并考虑它与其它物理量的联系，如与代的联系等.

代的问题由来已久. 众所周知标准模型与代无关[2](或只填充一代费米子). 为探讨代的问题人们在大统一理论中做过许多工作，取得了许多成绩，但还不能说已经解决了，其中有的还存在某些问题. 在探讨与代有关的大统一理论中，著名的是 Georgi[3] 的 $SU(11)$. 按照他构造大统一模型的原则包括三代费米子的最小的大统一是 $SU(11)$，其反常抵消的费米子维数的和是 561 维的. 由于它破坏渐近自由，Georgi 给出了一个议论：除三个家族的费米子 (45 个手征费米子)以外，其余的都是在 10^{15} GeV 标度上破缺的重的 Dirac 费米子，这些重费米子可以不计入在普通能标下跑动的耦合常数里去，所以不破坏渐近自由. 这是一个出色的议论，但还没实现，且还有许多事情没完成，只讨论到群表示为止. 如果 Georgi 的 $SU(11)$ 最终能完成，则包括三代费米的大统一理论只少要包括 6 个额外 Z^0 玻色子，似乎有点多.

本文 1991 年 2 月 6 日收到.

*) 中国高等科学技术中心理论物理分中心(世界实验室)，北京

许多人放宽了 Georgi 构造大统一理论的第三个条件：费米子表示可以重复多次，但不可重复同样的次数。在放宽之后的条件下，包括三代费米子的最小的大统一模型是 $SU(7)$[4]，不少的 $SU(7)$ 模存在某些问题。Baaklini[5] 的 $SU(7)$ 模型费米子总和才 49 个，但 (τ,ν_τ) 和 (t,b) 的弱流是右手的。Kim 和 Roiesnel[6] 的 $SU(7)$ 模型。费米子总和 63 个，但 τ 是 $SU(2)_L$ 的单态 b 夸克也不是二重态。到目前为止挑不出毛病的 $SU(7)$ 大统一模型是 Frampton 的[7]理论，其最小维数的费米子不可约表示的和是 133 维的，即

$$f_L = 2[7,2] + [7,3] + 8[7,6]. \tag{1}$$

这并不破坏渐近自由，但标准模型的三代费米子仅 45 个，多出的费米子与 Georgi 的 $SU(11)$ 类似"期望"成为重的狄拉克费米子。与 Georgi 的 $SU(11)$ 一样，是一个没完全做完的理论。若 Frampton 的 $SU(7)$ 能够完成，则包括三代费米子的大统一模型中包括两个额外的 Z^0 玻色子。

实际上凡是讨论关于代的大统一模型都包括额外的 Z^0 玻色子，亦即都存在着代的数目与额外 Z^0 玻色子数目的关系，不过他们没明确这个问题，且大都仅讨论到群表示的填充粒子为止，许多重要的事情还没做。如具体的 Higgs 表示及其真空期望值的选取，从大统一群到标准模型的破缺链条，具体的费米子表示式及其量子数的任命，Yukawa 耦合等等。在一定的模型中，所有这些是否可以自协地一致的实现，并不是每个大统一模型不证自明的。若不能自洽地实现上述要求则该大统一模型是不能成立的。在目前由于额外 Z^0 玻色子的探讨与实验相联系，当做一个真的可能存在的物理粒子去研究，因此有必要将这些包括额外 Z^0 玻色子和三代费米子的大统一模型未完成的工作做完。

综上，至今未找出毛病的包括三代费米子的大统一模型是 Georgi 的 $SU(11)$ 和 Frampton 的 $SU(7)$，我们从中任选一个 $SU(7)$ 为例，完成未尽事宜。

二、Frampton 的 $SU(7)$ 模型的继续实现

$SU(7)$ 至标准模型的破缺方式会有许多种，我们拟采取如下的一种简单地破缺方式为例

$$\begin{aligned} SU(7) &\xrightarrow{\text{adj}.H_3} SU(6)\times U(1) \\ &\xrightarrow{\text{adj}.H_2} SU(5)\times U(1)\times U(1) \\ &\xrightarrow{\text{adj}.H_1} SU(3)_c\times SU(2)_L\times U(1)\times U(1)\times U(1) \\ &\xrightarrow{\text{vet}.h_3} SU(3)_c\times SU(2)_L\times U(1)\times U(1) \\ &\xrightarrow{\text{vet}.h_2} SU(3)_c\times SU(2)_L\times U(1)_Y \\ &\xrightarrow{\text{vet}.h_1} SU(3)_c\times U(1)_{em}. \end{aligned} \tag{2}$$

如果我们采用如下 3 个 Higgs 的伴随表示 H_i 和 3 个 Higgs 矢量表示 $h_i\,(i=1,2,3)$ 并采用如下的真空平均值则可实现 (2) 的破缺方式

$$\langle 0|H_3|0\rangle = v_7\text{diag.}(1,1,1,1,1,1,-6),$$

$$
\begin{aligned}
&\langle 0|H_2|0\rangle = v_6 \mathrm{diag.}(1,1,1,1,1,1,-6,1),\\
&\langle 0|H_1|0\rangle = v_5 \mathrm{diag.}\left(1,1,1,\frac{-5}{2},\frac{-5}{2},1,1\right),\\
&\langle 0|h_3^+|0\rangle = u_2(0000001),\\
&\langle 0|h_2^+|0\rangle = u_1(0000010),\\
&\langle 0|h_1^+|0\rangle = u(0000100).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

其中 $v_7 > v_6 > v_5 \gg u_2 > u_1 > u$, $u \sim 250\mathrm{GeV}$; u_2 是第二个额外 Z^0 玻色子 Z_2^0 质量标度，u_1 是第一个额外 Z^0 玻色子 Z_1^0 的质量标度，u 是标准模型 Z^0 玻色子的质量标度。

让我们写下方程 (1) 的费米子表示的明显表示式。将 35 维的费米子不可约表示(三阶反对称张量)写成 15 维的和 20 维的 ($SU(6)$ 的二阶和三阶反对称张量)是方便的，再将 20 维的写成 $SU(5)$ 的二阶反对称张量 10 维的及其共轭表示 10* 维的

$$
(\psi^{abc})_{\mathrm{L}} = (\psi^{AB})_{\mathrm{L}} + (\psi^{DE})_{\mathrm{L}} + (\psi_{DE})_{\mathrm{L}} \quad \begin{matrix} A,B = 1,2,\cdots,6. \\ D,E = 1,2,\cdots,5. \end{matrix}
\tag{4}
$$

$$
(\psi^{AB})_{\mathrm{L}}: \psi_{\mathrm{L}}^{\alpha\beta} = \varepsilon^{\alpha\beta\beta'} t_{\beta'}^{c}, \qquad \alpha,\beta,\beta' = 1,2,3.
$$

$\psi_{\mathrm{L}}^{r\alpha} = \varepsilon^{rs} q_{\mathrm{L}.s}^{\alpha}$ (相同指标不求和) $q_{\mathrm{L}}^{\alpha} = (t^{\alpha}, b^{\alpha})_{\mathrm{L}}^{T}$, $(r, s = 4, 5)$.

$\psi_{\mathrm{L}}^{54} = -\psi_{\mathrm{L}}^{45} = -\tau^{+}$, $\psi_{\mathrm{L}}^{6\alpha} = -\psi_{\mathrm{L}}^{\alpha 6} = -B_{\mathrm{L}}^{\alpha}$, $\psi_{\mathrm{L}}^{64} = -\psi_{\mathrm{L}}^{46} = -\tau^{+}$, $\psi_{\mathrm{L}}^{65} = -\psi_{\mathrm{L}}^{56} = -\tau^{0c}$,

$(\psi^{DE})_{\mathrm{L}}: \psi_{\mathrm{L}}^{\alpha\beta} = \varepsilon^{\alpha\beta\beta'} T_{\beta'}^{c}$, $\psi_{\mathrm{L}}^{r\alpha} = \varepsilon^{rs} Q_{\mathrm{L}.s}^{\alpha}$, $Q_{\mathrm{L}}^{\alpha} = (T'^{\alpha} B'^{\alpha})_{\mathrm{L}}^{T}$, $\psi_{\mathrm{L}}^{45} = -\psi_{\mathrm{L}}^{54} = -\tau'^{+}$;

$(\psi_{DE})_{\mathrm{L}}$: $\psi_{\mathrm{L}.\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\beta'} T^{\beta'}$, $\psi_{\mathrm{L}.r\alpha} = \varepsilon_{rs}(Q_{\mathrm{L}.\alpha}^{c})^{s}$, $Q_{\mathrm{L},\alpha}^{c} = (T_{\alpha}'^{c} B_{\alpha}'^{c})_{\mathrm{L}}^{T}$, $\psi_{\mathrm{L}.54} = -\psi_{\mathrm{L}.45} = -\tau'^{-}$.

(4) 式填充的是第三代费米子。第一代和第二代填到两个 21 维不可约表示中去，是类似地，以第二代为例

$$
\left.
\begin{aligned}
&(\psi^{ab})_{\mathrm{L}}: \psi_{\mathrm{L}}^{\alpha\beta} = \varepsilon^{\alpha\beta\beta'} c_{\beta'}^{c}, \ \psi_{\mathrm{L}}^{r\alpha} = \varepsilon^{rs} q_{\mathrm{L}.s}^{\alpha}, \ q_{\mathrm{L}}^{\alpha} = (c^{\alpha} s^{\alpha})_{\mathrm{L}}^{T}, \ \psi_{\mathrm{L}}^{\delta\alpha} = \varepsilon^{\delta m} Q_{\mathrm{L}.m}^{\alpha},\\
&\quad Q_{\mathrm{L}.m} = (s'^{\alpha} s''^{\alpha})_{\mathrm{L}}^{T}, \ (\delta, m = 6、7), \ \psi_{\mathrm{L}}^{54} = -\psi_{\mathrm{L}}^{45} = -\mu_{\mathrm{L}}^{+}, \ \psi_{\mathrm{L}}^{64} = -\psi_{\mathrm{L}}^{46} = -M_{\mathrm{L}}^{+},\\
&\quad \psi_{\mathrm{L}}^{74} = -\psi_{\mathrm{L}}^{47} = -M_{\mathrm{L}}'^{+}, \ \psi_{\mathrm{L}}^{65} = -\psi_{\mathrm{L}}^{56} = -M_{\mathrm{L}}^{0c}, \ \psi_{\mathrm{L}}^{75} = -\psi_{\mathrm{L}}^{57} = -M_{\mathrm{L}}'^{0c},\\
&\quad \psi_{\mathrm{L}}^{76} = -\psi_{\mathrm{L}}^{67} = -N_{\mathrm{L}}^{c}.
\end{aligned}
\right\}
\tag{5}
$$

在 (1) 式中共有 8 个共轭 7 维表示 ψ_{L}^{i}。第一代和第二代费米子将分别需要 3 个 7* 维的与它自己的二阶反对称张量 ψ_{L}^{ab} 构成 Yukawa 耦合，并可获得不同标度下的自发破缺的费米子的质量，第三代仅需要两个 7* 维的表示的费米子，因为它们将与 35 维的表示构成 Yukawa 耦合。我们仅写出第二代和第三代的 7* 表示的显示式，因第一代与第二代类似。

$$
\left.
\begin{aligned}
&(\psi^{1})_{2.\mathrm{L}} = (S_{\alpha}^{c}\ \varepsilon_{rs} l^{s}\ \nu_{\mathrm{M}^0}\ \nu_{N})_{\mathrm{L}}^{T}, \ l_{\mathrm{L}} = (\nu_{\mu}\ \mu^{-})_{\mathrm{L}}^{T}, \quad \begin{matrix} \alpha = 1,2,3. \\ r,s = 4,5. \end{matrix}\\
&(\psi^{2})_{2.\mathrm{L}} = (S_{\alpha}'^{c}\ \varepsilon_{rs} M^{s}\ \nu_{\mathrm{M}^-}\ \nu_{\mathrm{M}^0})_{\mathrm{L}}^{T}, \ M_{\mathrm{L}} = (M^{0} M^{-})_{\mathrm{L}}^{T},\\
&(\psi^{3})_{2.\mathrm{L}} = (S_{\alpha}''^{c}\ \varepsilon_{rs} M'^{s}\ N\ \nu_{\mathrm{M}'^-})_{\mathrm{L}}^{T}, \ M_{\mathrm{L}}' = (M'^{0} M'^{-})_{\mathrm{L}}^{T}.
\end{aligned}
\right\}
\tag{6}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&(\psi^{1})_{3.\mathrm{L}} = (b_{\alpha}^{c}\ \varepsilon_{rs} L^{s}\ \nu\ \nu')_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}, \ L_{\mathrm{L}} = (\nu_{\tau}\ \tau^{-})_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}.\\
&(\psi^{2})_{3.\mathrm{L}} = (B_{\alpha}^{c}\ \varepsilon_{rs} L'^{s}\ \nu_{\tau^-}\ \nu_{\tau^0})_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}, \ L_{\mathrm{L}}' = (\tau^{0}\ \tau^{-})_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}.
\end{aligned}
\right\}
\tag{7}
$$

这些不可约表示的费米子不可能与伴随表示 Higgs 构成 Yukawa 耦合(这是很幸运的，

否则将出现近期无法用实验检验的大统一标度的费米子)，但可与矢量表示 Higgs 构成如下的 Yukawa 耦合：

$$g_{nm}\varepsilon_{abcdefg}\phi^{Tabc}_{nL}c\phi^{def}_{mL}h^g_3. \tag{8}$$

$$g'_{nm}\phi^{iT}_{nLa}c\phi^{ab}_{mL}h^+_{ib}\begin{pmatrix}\text{对 } n,m=1,2,\ i=1,2,3. \\ \text{对 } n,m=3,\ i=1,2.\end{pmatrix} \tag{9}$$

若不考虑混合，则只同一代的费米子能获得质量．由(8)式的自发破缺获得

$$m_T=m_{B'}=m_{\tau'}\sim g_{33}u_2. \tag{10}$$

还剩下 15 重态，虽然它实质上是 $SU(6)$ 的二阶反对称张量，但形式上仍可写成 $SU(7)$ 二阶反对称张量 21 重态(即衔入到 $SU(7)$ 二阶反对称张量中去)，再与对应的 7^* 表示的费米子和矢量 Higgs $h^+_j(j=1,2)$ 构成与(9)式相同的 Yukawa 耦合，自发破缺后得到

$$m_B=m_\tau\sim g_{33}u_1. \tag{11}$$

$$m_b=m_\tau\sim g_{33}u. \tag{12}$$

(9) 式自发破缺后获得

$$\left.\begin{aligned} m_{S'}=m_{M'}\sim g_{22}u_2. \\ m_S=m_M\sim g_{22}u_1.\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$m_s=m_\mu\sim g_{22}u. \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} m_{D'}=m_{E'}\sim g_{11}u_2, \\ m_D=m_E\sim g_{11}u_1.\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$m_d=m_e\sim g_{11}u. \tag{16}$$

由(10)至(16)式知：①三代粒子的质量差由耦合常数 g_{ii} 区分；②除 $m_b=m_\tau\sim g_{33}u$, $m_s=m_\mu\sim g_{22}u$, $m_d=m_e\sim g_{11}u$ 是标准模型三代费米子以外，其它都是重费米子，可以说是 Georgi 议论的一个实现，不同处是这些重粒子远不像 Georgi 期望的那么重(大统一标度 10^{15} GeV)，是在额外 Z^0 玻色的标度上，在不远的将来实验有可能发现，如在 SSC 加速器上．

上面讨论了各代下夸克的 Yukawa 耦合和自发破缺，现在讨论上夸克的情况．对第一、二代上夸克均在二阶反对称张量之内，故只需引入三阶反对称张量 Higgs H^{abc} 即可构成 Yukawa 耦合

$$g_{nm}\varepsilon_{abcdefg}\phi^{Tab}_{nL}c\phi^{cd}_{mL}H^{efg}+\text{H.C.} \tag{17}$$

若取

$$\langle 0|H^{efg}|0\rangle=\nu(\delta^{e5}\delta^{f6}\delta^{g7}-\delta^{e7}\delta^{f6}\delta^{g5}-\delta^{e5}\delta^{f7}\delta^{g6}-\delta^{e6}\delta^{f5}\delta^{g7}). \tag{18}$$

则得

$$m_u\sim g_{11}\nu. \tag{19}$$

$$m_c\sim g_{22}\nu. \tag{20}$$

ν 与 u 同一量级．第三代上夸克在 $SU(6)$ 二阶反对称张量 15 中，若将它衔在 $SU(7)$ 的 21 维二阶反对称张量中，则如(17)、(18)式炮制可得

$$m_t\sim g_{33}\nu. \tag{21}$$

Higgs H^{abc} 与其它费米子不可约表示构成 Yukawa 耦合是不可能的．

三、Frampton $SU(7)$ 与 $SU(9)$ 模型的联系

Frampton 在另一篇文章中[8]，曾以同样构造大统一理论的条件，再加上渐近自由条件的作用，在最简单的无反常的不可约表示的联结

$$SU(N):[N,m]+A[N,m]\cdot[N,N-1] \tag{22}$$

的范围内找到唯一的一个解，即包括三代标准模型费米子的群是 $SU(9)$，其不可约表示是

$$[9,3]+9[9,8]. \tag{23}$$

该模型与 Frampton 的 $SU(7)$ 模型有某些内在联系。按第二节 $SU(7)$ 的做法，$SU(9)$ 规范对称破缺链条及其费米子表示的分解如下：

$$SU(9)\to SU(8)\times U(1)\to SU(7)\times U(1)\times U(1)\to SU(6)\times U(1)\times U(1)\times U(1)\to SU(5)\times U(1)\times\cdots\times U(1)\to$$

$$\begin{array}{llll}
84 & 56 & 35 & 20 \\
 & & & 15 \\
 & & 21 & 15 \\
 & 28 & & 6 \\
 & & 21 & 15 \\
 & & & 6 \\
 & & 7 & 6 \\
 & & & 1 \\
9\times9^* & 9\times8^* & 9\times7^* & 9\times6^* \\
 & & & 9\times1 \\
 & & 9\times1 & 9\times1 \\
 & 9\times1 & 9\times1 & 9\times1
\end{array} \tag{24}$$

(24) 式的破缺规范对称的链条只要引进如下的两个伴随表示 Higgs 和它们的真空期望值即可首先完成 $SU(9)$ 至 $SU(7)\times U(1)\times U(1)$ 的破缺

$$\langle 0|H_9|0\rangle=v_9\mathrm{diag.}(1,1,1,1,1,1,1,1,-8). \tag{25}$$

$$\langle 0|H_8|0\rangle=v_8\mathrm{diag.}(1,1,1,1,1,1,1,-8,1). \tag{26}$$

若最终将 (24) 式破缺至 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$，则需再引进两个矢量表示 Higgs 及如下的真空期望值并利用 (3) 式

$$\langle 0|h_5^+|0\rangle=u_4(000000001). \tag{27}$$

$$\langle 0|h_4^+|0\rangle=u_3(000000010). \tag{28}$$

其中 $v_9>v_8\gg u_4>u_3$，与 (3) 式联系起来为 $v_9>v_8>v_7>v_6>v_5\gg\ >u_4>u_3>u_2>u_1>u$。其中间步骤由 $SU(7)$ 至 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$ 的破缺步骤与所用的 Higgs 表示与 (2)、(3) 式实质相同，只需将它形式上衔入 $SU(9)$ 即可。

费米子与 Higgs 的 Yukawa 耦合及其自发破缺在这个破缺链条中仍可有多种形式，但若与本文 $SU(7)$ 模型相比较并利用其结果，其共同点（或实质）必须满足：

① 使 $SU(9)$ 的 84 维费米子在 $SU(6)$ 下的 20 维的手征费米子变成狄拉克重费米子；

② 使 $SU(9)$ 的 84 维费米子在 $SU(7)$ 下的 7 维费米子与 $SU(9)$ 的 9^* 维费米子在 $SU(7)$ 下的 7^* 维费米子变成狄克拉粒子并获得重的质量。只要利用本文 (8) 式则

可使84维中的在 $SU(7)$ 之下的35维中的 20 维的手征费米子变成狄拉克粒子并获得重的质量，只是在形式上应将(8)式衔入至 $SU(9)$ 中去. 至于84维中的7维的与 9^* 维中的 7^* 维的可用(28)式的矢量 Higgs h_4^+ 及其真空期望值构成与(9)式相同的 Yukawa 耦合，在自发破缺后获得狄拉克的重费米子. 即若将84维中在 $SU(8)$ 下的28维的左手费米子定义为 ϕ_L^{ab}, 9^* 维中在 $SU(8)$ 下的 8^* 定义为 ϕ_{La}, 则可与(28)式的矢量 Higgs h_4^+ 构成与(9)式相同的 Yukawa 耦合

$$\phi_{La}^T c \phi_L^{ab} h_{4b}^+ \tag{29}$$

在自发破缺后可使84维中7维的与 9^* 维中 7^* 维的形成狄拉克重费米子. 由此可知 Frampton 的 $SU(9)$ 模型与 $SU(7)$ 模型在下列意义下是相同的：在标准模型标度下都仅包括三代费米子，在更高的标度下存在狄拉克重费米子.

在 Frampton 的大统一模型中，包括三代标准模型费米子的大统一模型最小的是 $SU(7)$. 再大一秩的是 $SU(8)$ 模型[9]，这个模型虽然保持了费米子不可约表示不重复的条件，但又加进了标准模型费米子三代是水平规范群的矢量表示的条件.

四、小 结

1. 只有一个额外 Z^0 玻色子的大统一理论是不可能包括三代标准模型的费米子的. 在 Frampton 构造大统一理论的条件下包括三代费米子的最小的大统一理论是包括两个额外的 Z^0 玻色子. 在 Chakrabarti[9] 的条件下最少包括三个额外 Z^0 玻色子. 在 Georgi 的条件下包括六个额外的 Z^0.

2. 对 Georgi 的狄拉克重费米子的议论给出了一个实现方式.

3. 本文的破缺方式同样可得文献[10]的结果. 即完全保留 $SU(5)$ 大统一模型成功结果；解决了 $SU(5)$ 的质子衰变的困难[11]；从标准模型色和味的角度看新增加的费米子都不是 bizarre 的；将额外 Z^0 玻色子与标准模型的 Z^0 的破缺标度不放在一起，一旦额外 Z^0 质量远离下限容易解释些.

参 考 文 献

[1] L. S. Durkin and Paul Langacker, *Phys. Lett.*, **166B**(1986), 436; John Ellis, Paula J. Franzini, *Phys. Lett.*, **202**(1988), 417; F. Boudjema et al., Nucl. Phys **B314**(1989), 301, *Phys. Lett.*, **B214**(1988), 151, CERN-TH-5476/89.

[2] H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 438.

[3] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B156**(1979), 123.

[4] Zhong-qi Ma, Tungsheng Tu, Peiyou Xue, Xianjian Zhou, *Scientia Sinica*, **4**(1981), 415; **5**(1981), 550.

[5] N. S. Baaklini, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 1932.

[6] C. W. Kim and C. Roiesnel, *Phys. Lett.*, **93B**(1980), 343.

[7] P. H. Frampton, Phys. Lett. **88B**(1979), 299; *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 1460.

[8] P. H. Frampton, *Phys. Lett.*, **89B**(1980), 352.

[9] J. Chakrabarti, M. Popovic and R. N. Mohapatra, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 3212.

[10] Tie-Zhong Li, *Mod. Phys. Lett.*, **A3**(1988), 1183, *Inter. Journ. of Theore. Phys.*, **28**(1989), 169; *High Energy Physics and Nuclear Physics*, **12**(1988), 484.

[11] W. J. Marciano, in: Prov. Fourth Workshop on Grand Unification (University of Pennsyivania) ed. A. Weldon (Birkhauser, Basel, 1983) to be published.

The Relation of Family and Extra Z^0 Boson Number

LI TIEZHONG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)

ABSTRACT

The three family fermions can not be accommolated the Grand Unified Theories (GUTs) if only one extra Z^0 boson exists. The minimal GUT_s with three families should include two extra Z^0 bosons which belong to the different broken scales. Georg's argument on heavy Dirac fermions has been realized. These Dirac fermions should not be bizarre. Frampton's $SU(9)$ model should be essentially same as its $SU(7)$ model. The difficulty of the proton decay may be resolved.