

三维裂变速率的量子角动量效应*

包景东

(北京气象学院基础科学系, 100081)

摘 要

本文真实地研究了用质心距, 颈部参数和不对称坐标所描述的三维裂变核系统基态和鞍点的动力学参数对其逃逸位垒速率的影响, 着重考虑了量子角动量效应, 澄清了对多维修正有争议的看法.

一、引言

在宏观唯象理论中, 将核变形过程看成布朗运动, 对其翻越多维势垒的扩散速率的计算, 在裂变物理中占有重要的地位. Weidenmuller 和张竞上^[1,2]在文献 [3, 4] 的基础上, 利用几率流守恒的方法将 Kramers 的早期结果推广到 N 维情形, 但他们没有做真实的数值研究. 胡济民等^[3]对复合核²³⁶U 的裂变用液滴模型进行了具体的计算, 由于以 Bohr-Wheeler 过渡态公式为单位, 得出二维速率比一维的略大的结果, 只能说明在鞍点附近, 裂变核系统容易通过维数高的势垒, 还给出二维和一维速率谁大谁小的结论. 吴锡真和卓益忠^[4]则对一系列重核进行了裂变速率随粘滞系数、核温度和惯性张量变化关系的研究, 观察到二维裂变速率比一维的小, 作者在文献 [5] 也得出相同的结论. 但这些计算仅考虑了基态和鞍点处形变势能的高斯曲率比对速率的贡献, 与文献 [1—3] 一样, 都未计及质量参数在这两处有显著差异的影响. 选用不同的核形状方程可能给出不同的多维修正, 但对同一核形态抽取不同的集体坐标组合, 计算所得到的裂变速率应该是一个坐标变换不变量. 以往的单位质量近似或对惯性张量的常数化处理均不满足这一事实.

本文以 $\{c, h, \alpha\}$ 模型^[6]为基础, 研究了过去未涉及的不对称自由度、角动量效应和量子涨落修正对准稳态裂变速率的影响, 并且与 Bohr-Wheeler 公式^[7]和推广的双参数卡西尼亚卵形线模型^[8](当然, 文献[8]存在着一些小的错误)所得结果进行了比较.

二、计算结果和讨论

基于 Fourier 级数展开的虚时间路径积分技巧, 作者曾导出了有限温度下 N 维量子

本文1991年12月30日收到.

* 国家自然科学基金资助.

裂变速率公式^[9]

$$R_f = \frac{k_B T_c}{\hbar} \left(\frac{T_b}{T_0} \right)^N \left[\frac{\det M_b \cdot \det C_0}{\det M_0 \cdot |\det C_b|} \right]^{\frac{1}{2}} \exp(-B_f/k_B T_0) \cdot F_q, \quad (1)$$

量子修正因子

$$F_q = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\det M_b}{\det M_0} \cdot \frac{\left[\det \left(M_0 + \frac{1}{\theta_{n0}} \hat{\gamma}_0 + \frac{1}{\theta_{n0}^2} C_0 \right) \right]}{\left[\det \left(M_b + \frac{1}{\theta_{nb}} \hat{\gamma}_b + \frac{1}{\theta_{nb}^2} C_b \right) \right]}. \quad (2)$$

这里 T_c 为跨越温度, 即在 $T > T_c$ 区域内加入量子涨落后的扩散过程仍以热激活为主. 它由下列方程的唯一正根所确定

$$\det \left[M_b \left(\frac{2\pi}{\hbar} k_B T_c \right)^2 + \hat{\gamma}_b \left(\frac{2\pi}{\hbar} k_B T_c \right) + C_b \right] = 0, \quad (3)$$

下标 0 和 b 分别代表基态和鞍点处的动力学参数值. $\theta_n = \frac{2\pi n}{\hbar} k_B T$ (n 为整数) 是 Matsubare 频率. (2) 式中与频率有关的非 Markov 粘滞张量 $\hat{\gamma}$ 被处理为均匀谱密度的 Ohmic 摩擦, 连同惯性质量 M 一起由 Werner-Wheeler 方法^[10] 求出. 基态和鞍点处的核温度取经验公

式: $T_0 = \sqrt{\frac{10}{A} E^*}$, $T_b = \sqrt{\frac{10}{A} (E^* - B_f)}$. 其中 A 为核子数, E^* 是初始激发能.

以鞍点为坐标原点, 将包括库仑能、表面能和转动能的核形变势能近似地在基态和鞍点附近表成

$$V_0(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N C_{ij}^0 (x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0) - B_f, \quad (4a)$$

$$V_b(x_1, x_2, \dots, x_N) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N C_{ij}^b x_i x_j, \quad (4b)$$

式中 $C_{ij}^i = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x_i=x_i^i} (\tau=0, b)$ 称为刚度系数. 这里 C_{ij}^0 是对称正定矩阵, 位垒高度 $B_f > 0$, 而对称矩阵 C_{ij}^b 有一个负的和 $N-1$ 个正的本征值. 计算中选用了 Myers-Swiatecki 的质量公式和参数^[11].

在一级近似下, 角动量效应仅是在液滴形变势能公式中加上一项正比于刚体垂直转动惯量的转动动能, 角动量的增加导致静态势能曲面的 Landshaft 变化: 鞍点向小形变区内缩, B_f 下降, 同时非裂变方向上的刚度系数值减小. 而核在基态的诸动力学参数几乎不随库仑参数和角动量的变化而增减.

以 (ρ, h, a) ^[6] 和 (ρ, K_z) ^[8] 参数为例, 计算结果表明: 惯性和粘滞张量的非对角项是关于两碎片质心距 ρ 的负的减函数, 沿颈部参数 h 或轴向压缩系数 K_z 自由度上的对角矩阵元为单调递增, 而裂变道 ρ 上的参数矩阵元则是减函数, 并且 $M_{\rho\rho}$ 在断点前趋于折合质量. 注意到与不对称模 a 对应的 M_{aa} 和 γ_{aa} 在断点处成为无限, 而这个自由度与其他坐标的交叉矩阵元的值很小, 可忽略. 研究还显示, $\det M_b / \det M_0$ 的值随维数的增加而上升, 二维和三维的 $\det M_b / \det M_0$ 依角动量的变大而下降. 同时, 定义为基态和鞍点处形变势能的高斯曲率绝对值比 $\det C_0 / |\det C_b|$ 却随着维数的增加而降低和依角动量的变大而提高. 图1的5个分图是对复合核 ^{230}Th 计算给出的公式 (1) 和 (2) 中的各量随角动量的变化

规律.

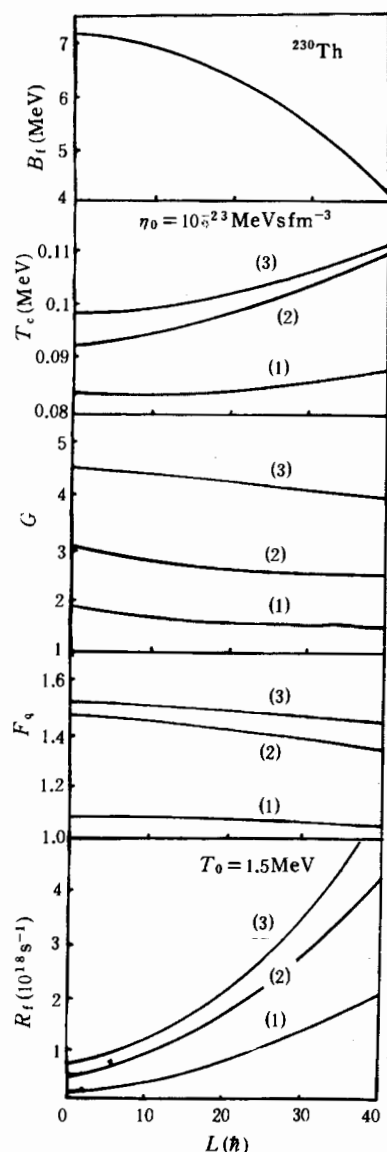


图1 多维量子裂变速率表达式中的各因子随角动量的变化规律

通过对坐标旋转可知, 越过鞍点的几率速流的方向将靠近 β_b 矩阵的极小值所在的轴向上. 故裂变核系统更容易越过维数高的势垒. 但对多维修正起主要贡献的仍是静态因子 $G = \left(\frac{\det M_b \det C_0}{\det M_0 \det C_b} \right)^{\frac{1}{2}}$, 而不是文献 [1—5] 中的系数 $\left(\frac{\det C_0}{|\det C_b|} \right)^{\frac{1}{2}}$, 而 G 又是关于维数的增函数.

众所周知, 布朗粒子在各个自由度上的振荡弛豫时间可以用它的简正圆频率模的倒数来表征. 冻结非伸长集体坐标的一维近似, 相当于令基态和鞍点之间的形变圆频率曲面

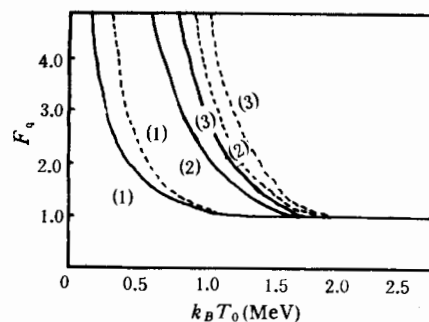


图2 量子修正因子依温度的变化
实线和虚线的角动量分别是 $40\hbar$ 和 0

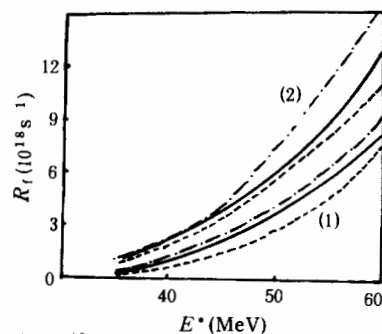


图3 ^{230}Th 的裂变速率作为初始
激发能的函数 ($L=40\hbar$, $\eta_0=10^{-23}$
 $\text{MeV}\cdot\text{s}\cdot\text{fm}^{-3}$).

实线为 $\{\rho, h, a\}$ 的, 虚线为 $\{\rho, K_z\}$ 的, 点划线是 Bohr-Wheeler 公式的

从由 Brack 的三参数模型计算给出的图1和2中可见: 鞍点参数所确定的跨越温度 T_c 随着裂变核的集体坐标个数的增加而升高. 其实 $H = \frac{2\pi}{\hbar} k_B T_c$. 正是作者在文献 [5] 中所定义的动力学因子, 它表征扩散系统通过鞍点的行为. 现引入有效阻尼矩阵 $\beta_b = M_b^{-\frac{1}{2}} \gamma_b M_b^{-\frac{1}{2}}$, 结果发现, 这一矩阵本征值中的最小值依维数的加多而降低. 通

上的沿颈部或轴向压缩坐标的抛物线曲率为一常数. 而实算的二维情况是, 上述曲面的向上开口由窄变宽, 即 $\omega_b^{(2)} < \omega_0^{(2)}$, 容易使裂变扩散系统从基态向鞍点演化. 引入了不对称自由度的三维情形, 则更加速了这种扩散运动. 在粘滞系数为零和高温极限下, 公式(1)和 Bohr-Wheeler 的平衡统计理论是一致的. 因此在考虑了过去所忽视的核沿各个自由度上的惯性质量在基态和鞍点相异的因素时, 由两类常见的核形状方程及 Bohr-Wheeler 公式计算的结果(见图3)都显示出: 二维、三维裂变速率比一维的大.

对²³⁰Th 核的量子修正因子的研究表明, F_q 随核粘滞性的减弱以及集体坐标个数的增加而上升, 同时它又是角动量和库仑参数的减函数. 这是因为当 L 和 Z^2/A 增高时, 核的鞍点动力学参数将接近于基态量. 若 $T_c \gg T_0, T_b, F_q \rightarrow 1$. 量子修正因子起到速率放大的机理是: 量子涨落效应提高了亚稳态势阱中的布朗粒子的平均能量, 促进裂变核系统翻越全顶.

三、结语

核在基态与鞍点处的惯性质量和刚度系数的不同, 引起了二维、三维准稳态裂变速率均比一维裂变速率大一倍左右. 而量子角动量效应也升高了裂变速率. 本文的结果对原子核融合-裂变反应时间和轻粒子发射机制的研究有着参考意义.

感谢与中国原子能科学研究所的卓益忠研究员和吴锡真副研究员进行过的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] H. A. Weidenmuller, Zhang Jingshang, *J. Stat. Phys.*, **34** (1984), 191.
- [2] Zhang Jingshang, H. A. Weidenmuller, *Phys. Rev.*, **C28** (1983), 2190.
- [3] 胡济民、钟云霄, 高能物理与核物理, **4** (1980), 368; *Chin. Phys. (New York)*, **2** (1982), 157.
- [4] 吴锡真、卓益忠, 原子核物理, **2** (1980), 257; *Chin. Phys. (New York)*, **1** (1981), 693.
- [5] 包景东、张竞上、卓益忠, 高能物理与核物理, **14** (1990), 451.
- [6] M. Brack et al., *Rev. Mod. Phys.*, **44** (1972), 320.
- [7] P. Hanggi, P. Talkner, M. Borkovec, *Rev. Mod. Phys.*, **62** (1990), 251.
- [8] 徐树威、潘强岩、刘国兴, 高能物理与核物理, **14** (1990), 175.
- [9] 包景东、吴锡真、卓益忠, 高能物理与核物理, **17** (1993), 353.
- [10] K. T. R. Davies, A. J. Sierk, J. R. Nix, *Phys. Rev.*, **C13** (1976), 2358.
- [11] W. D. Myers, W. J. Swiatecki, *Ark. Fys.*, **36** (1967), 343.

Effects of Quantum Correction and Angular Momentum on the Three-dimensional Fission Rate

BAO JINGDONG

(*Beijing Institute of Meteorology*, 100081)

ABSTRACT

The influences of the dynamical parameters between the ground state and saddle point for the three-dimensional fissioning nuclear system on the escape rate over the potential barrier by using the distance of mass centers, neck parameter and asymmetric coordinate are studied realistically. The effects of the quantum and angular momentum are added majorly. Some views on multidimensional correction for the fission rate are cleared.