

判别分析法在北京谱仪粒子 分辨中的应用

姜志进¹⁾ 王泰杰 谢一冈 黄涛

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993年9月21日收到

摘 要

采用多元统计理论中的判别分析法处理北京谱仪中的 e 、 π 、 μ 分辨问题。介绍了判别分析法的基本原理，导出了用于分辨粒子的非标准判别函数，给出了 e 、 π 、 μ 的判别效率，并与常用方法所得的结果作了比较。

关键词 SPSS, 判别分析法, 非标准判别函数。

1 引 言

粒子分辨是粒子物理实验数据离线分析工作中的一个重要问题。为了挑选某种粒子，常用方法是根据各子探测器给出的信息设计出一系列的选择条件，如果某一径迹(粒子)满足这些条件，则认为它就是所要寻找的粒子。

在许多实际工作中，根本找不到可以明显区分不同粒子的变量，因此要对粒子进行分辨，需要对许多差异不是太明显的变量的信息进行全面综合的考虑。多元统计理论^[1]中的判别分析法就是通过这种途径来对粒子进行分辨的。目前这种方法已被汇编成 SPSS (Statistical Package for Social Science) 程序包中的子程序 DISCRIMINANT^[2]，本文将利用它来处理北京谱仪中的 e 、 π 、 μ 分辨问题。

2 判别分析法原理简介

判别分析法的原理在文献[2—4]中已有较详细的论述，简单来说就是在假定判别变量 X 具有多元正态分布的情况下，可以得到线性函数

$$D_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} X_j + C_i, \quad (1)$$

通常称 D_i 为第 i 个非标准判别函数， X_j 为第 j 个判别变量(判别变量的总数设为 N)

1) 现在工作单位：山东聊城师范学院物理系，聊城 252000。

个), λ_{ij} 为非标准判别函数的系数, C_i 为一常数. 假定有 N_G 个群(类), 那么这 N_G 个群(类)将分布在由非标准判别函数 D 所形成的 N_D 维空间中 (N_D 为非标准判别函数的个数)的不同区域, 因此由非标准判别函数 D 就可以对不同的群(类)进行区分. 显然 N_D 与 N_G 有关系^[4] $N_D = N_G - 1$.

SPSS 中的子程序 DISCRIMINANT 提供了直接与逐步两种判别分析方式. 在直接判别分析中, 所有变量不管其有无作用都被采用, 而在逐步判别分析中, 先用一定的判别规则(如组间最小距离的 Mahalanobis 规则, 最小的 wilks' λ 规则等)对变量进行筛选, 并按其对标准判别函数^[2]贡献的大小逐一被采用, 那些贡献非常小或没有贡献的变量将不被采用.

现在, 只要选出一组变量及训练样本, 由子程序 DISCRIMINANT 就可以得到非标准判别函数(式(1)), 由这组非标准判别函数, 就可以对未知的粒子进行分辨.

3 非标准判别函数的确定

3.1 训练样本的选取

3.1.1 π 样本的选取^[4]

这里使用的 π 样本是由过程 $J/\psi \rightarrow \rho\pi$ 从实验事例选取的. 其选取条件如下: (1) 两根荷电相反的带电径迹; (2) 事例的顶点处在 $-0.0015 < V_x < 0.0075$, $-0.0035 < V_y < 0.0035$, $-0.012 < V_z < 0.012$ (单位 m) 范围^[4]; (3) 两径迹间的非共线角(定义为 180° 减两径迹间的夹角) 满足条件 $1.5^\circ < \theta_{coll} < 178.5^\circ$; (4) 两个孤立光子(定义为: 沉积能量 $> 60\text{MeV}$, 且与最近荷电径迹之间的夹角 $> 15^\circ$ 的中性粒子); (5) 至少有一根动量 $> 0.25\text{GeV}$ 的荷电径迹由 dE/dx 、簇射计数器及 μ 子计数器识别为 π 粒子, 另一根荷电径迹是自由的; (6) 运动学拟合被满足; (7) 两个孤立光子的不变质量满足 $|M_{\gamma\gamma} - M_{\pi^0}| \leq 0.03\text{GeV}$; (8) 两个 π 粒子的不变质量满足条件 $|M_{\pi\pi} - M_\rho| \leq 0.15\text{GeV}$.

对于取自 1990 年下半年的 J/ψ 实验数据(带有 dE/dx 信息的大约有 200 万个事例), 共有 1513 个事例满足上述条件.

3.1.2 e 与 μ 样本的选取

文献[4]与[5]的研究表明, Monte Carlo 模拟产生的 e 、 μ 事例与实验事例符合得比较好, 所以这里所用的 e 、 μ 训练样本是由 Monte Carlo 模拟产生的. 对正常的 Monte Carlo 模拟, 也通常是这样做的^[6].

3.2 判别变量的选取

由北京谱仪^[7]有关子探测器给出的信息, 判别变量的选取如下:

由 dE/dx 信息得到 3 个判别变量: (1) X_{se} , (2) X_{spi} , (3) X_{smu} . 它们分别为 dE/dx 测量值相对于 e 、 π 、 μ 各自的 dE/dx 平均值偏离的标准误差数. 图 1 中的前 3 个图给出了这 3 个变量随动量的变化情况.

由桶部簇射计数器构成 15 个判别变量: (1) H_{i1} : 前 6 层的击中数. 该 6 层沿径向

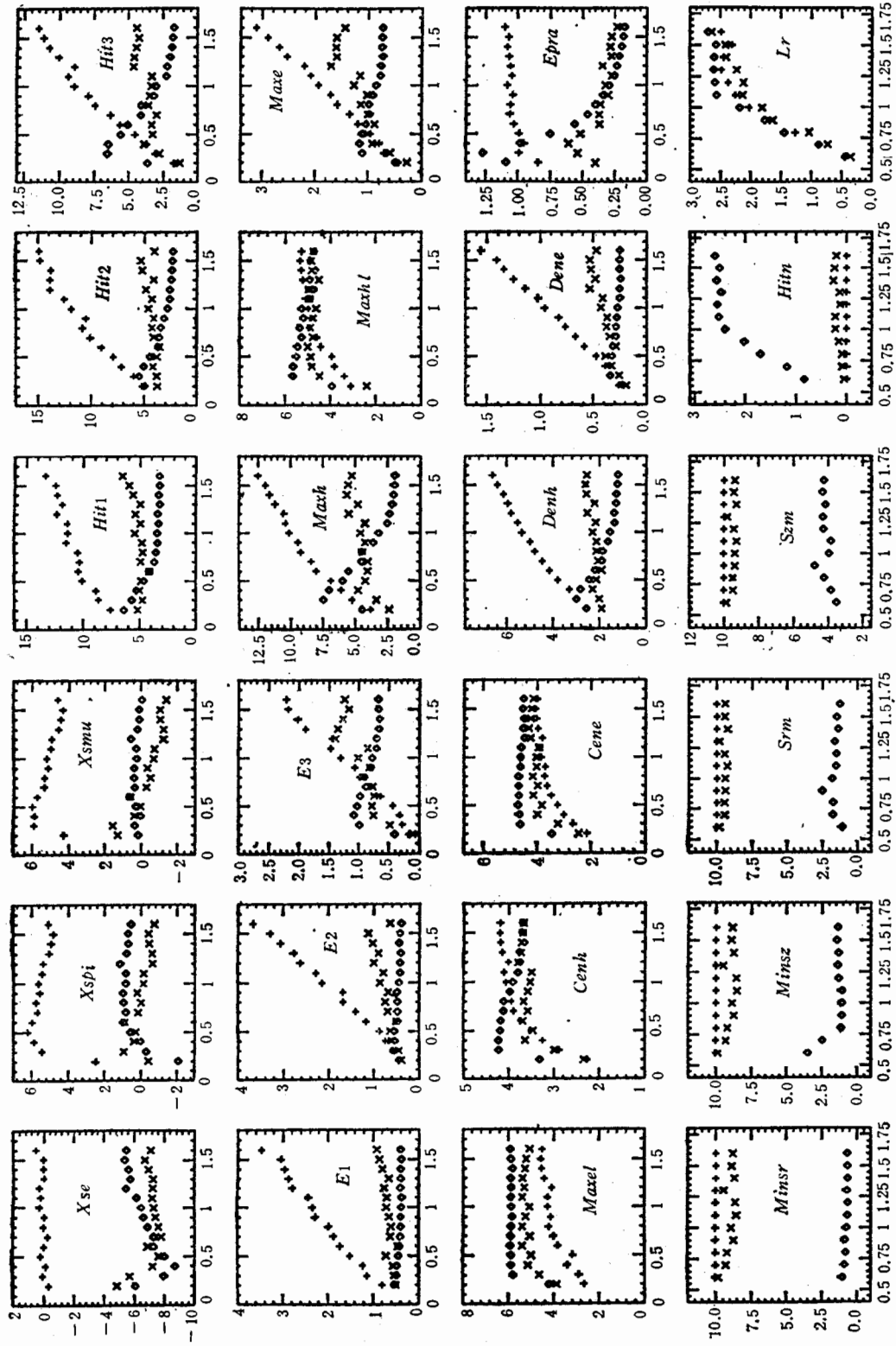


图1 各变量的平均值随动量的变化
横轴为动量(GeV), 纵轴为变量的平均值, 图中+, \diamond , \times 号分别代表 e, μ, π 粒子。

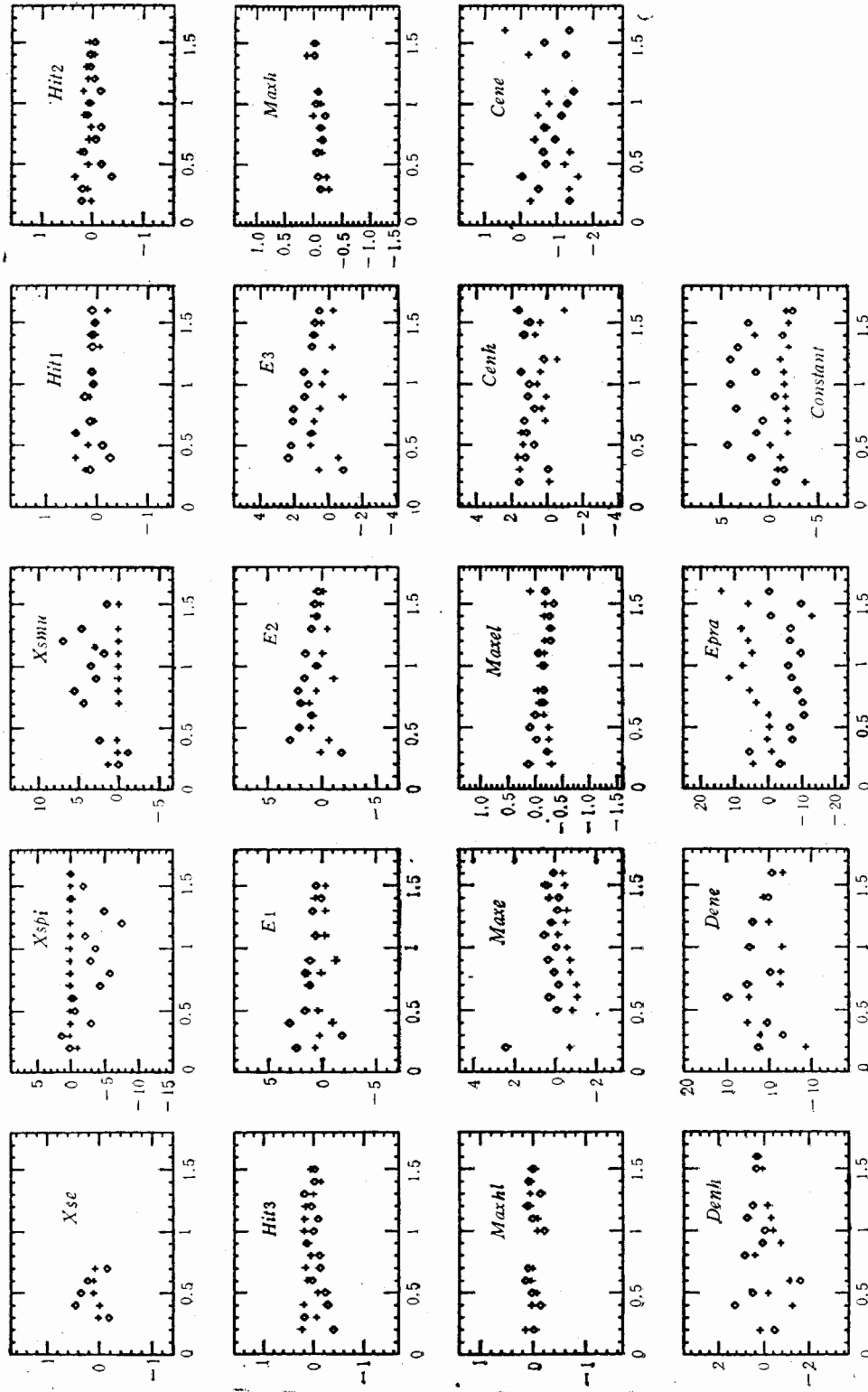


图 2 没有 μ 子计数器信息时各变量的系数与动量的关系
横轴为动量 (GeV), 纵轴为系数, 图中 +、◇ 号分别代表非标准判别函数 1 与 2.

(特别是前 5 个变量)对于 μ, π (或 e) 之间的差异是很大的。

3.3 非标准判别函数的确定

为了精确起见,将动量区间 0.15—1.65GeV 分成 15 个宽度为 0.1GeV 的动量段,采用了由 Mahalanobis 判别规则控制变量取舍的逐步判别分析法,并且有与没有 μ 子计数器信息的两种情况被分别处理。由于现在涉及的是 3 群 (e, π, μ) 问题,所以共需要两个非标准判别函数。利用前面选出的训练样本及判别变量,由子程序 DISCRIMINANT 就可以得到非标准判别函数(式(1))。表 1 给出了没有 μ 子计数器信息时变量的取舍(分别由 y, N 表示)情况,图 2 给出了两个非标准判别函数的系数随动量的变化情况(有 μ 子计数器信息时相应的表与图这里没有给出)。

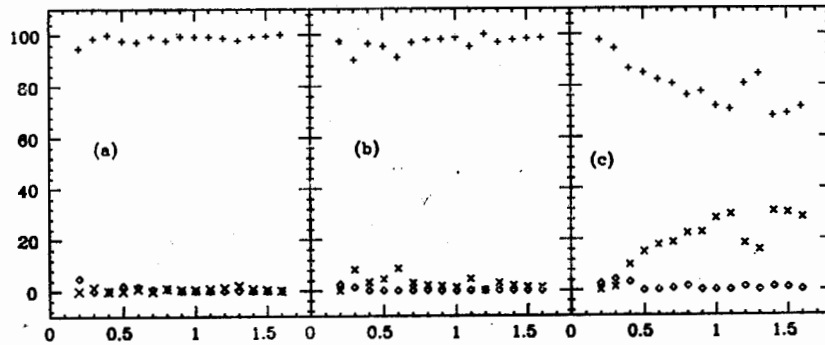


图 3(A) 没有 μ 子计数器信息时的 e, π, μ 分辨

横轴为动量 (GeV), 纵轴为判别效率及误判率(%), (a),(b),(c) 图分别相应于 e, π, μ 粒子。各图中的 + 号代表判别效率; 三图中的 \diamond 号依次代表 e 误判为 μ, μ 误判为 e, π 误判为 e 的误判率; \times 号依次代表 e 误判为 π, μ 误判为 π, π 误判为 μ 的误判率。

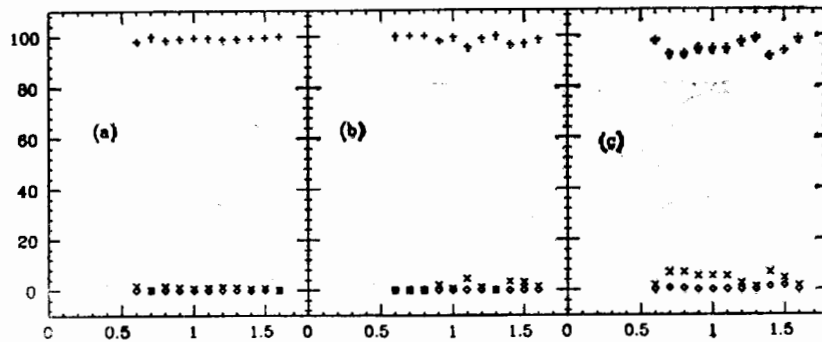


图 3(B) 有 μ 子计数器信息时的 e, π, μ 分辨

横轴为动量 (GeV), 纵轴为判别效率及误判率(%), (a),(b),(c) 图分别相应于 e, π, μ 粒子。各图中的 +、 \diamond 、 \times 号所代表的意义与图 3(A) 的相同。

3.4 训练样本的 e, π, μ 分辨

训练样本的 e, π, μ 分辨是在求非标准判别函数时得到的。其结果由图 3 给出。由

表2 各动量区内总的 π 粒子数、穿透 π 粒子数及被误判成 μ 粒子的数目

$p(\text{GeV})$	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
总 π 粒子数	113	169	202	211	170	155	86	101	495	405	70
穿透 π 粒子数	2	14	19	31	22	26	14	6	76	53	7
误判为 μ 子数	2	11	14	11	9	8	2	1	34	18	1

该图可以看出, e 与 π (或 μ) 之间的区分是很好的; 考虑到常用方法对于没有 μ 子计数器信息时的 μ 、 π 分辨几乎是无能为力的, 这里给出的结果 (见图 3(A)) 也是令人满意的。

表 2 给出了各动量区间的 π 粒子总数、穿透 π 粒子数及 π 被误判为 μ 粒子的数目。由该表可以看出, 仅有一部分穿透 π 粒子被误判为 μ 。由此可见, 判别分析法对于穿透 π 粒子具有一定的识别能力。

4 实验事例的 e 、 π 、 μ 分辨

第 3 节导出的非标准判别函数的可靠性需由实验事例来检验。

4.1 检验样本的选取

π 检验样本与前面训练样本的挑选方式一样, 所不同的是这里用的 J/ψ 实验数据是取自 1991 年上半年 (大约有 160 万个事例)。选出的事例数为 1139。

e 检验样本是由过程 $e^+e^- \rightarrow \gamma e^+e^-$ 选取的, 其选取条件如下: (1) 两条荷电相反的带电径迹; (2) 事例的顶点处于 $-0.0015 < V_z < 0.0075$, $-0.0035 < V_y < 0.0035$, $-0.012 < V_x < 0.012$ (单位 m) 范围; (3) 两径迹间的非共线角满足 $5^\circ < \theta_{\text{acol}} < 175^\circ$, 非共面角 (定义为 180° 减两径迹方位角之差的绝对值) $\theta_{\text{acop}} > 5^\circ$; (4) 一个孤立光子; (5) 至少有一根动量 $> 0.25 \text{ GeV}$ 的荷电径迹由 dE/dx , 簇射计数器及 μ 子计数器识别为 e , 另一根径迹没有 μ 管击中; (6) 运动学拟合被满足。

从大约 360 万个 J/ψ 实验事例中, 共挑选出 1108 个事例。

μ 检验样本是由过程 $e^+e^- \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ 选取的。其选取条件除了两根荷电径迹中至少有一根 (动量 $> 0.55 \text{ GeV}$) 是 μ 粒子, 另一根自由, 且两根径迹的飞行时间之差 $|T_1 - T_2| \leq 6.5 \text{ ns}$ 外, 其它条件与上述 e 检验样本的选取条件相同。从大约 360 万个 J/ψ 实验事例中, 共选出 556 个事例。

4.2 实验事例的 e 、 π 、 μ 分辨

以第 3 节导出的非标准判别函数作为判据, 对上面选出的实验事例粒子的分辨结果列于表 3。

表中括号内的两项是这样得到的: 第一个是指被误判为 μ 的 π 粒子的动量 $> 0.55 \text{ GeV}$, 且 μ 子计数器中有信息; 第二个是指被误判成 π 的 μ 粒子由 μ 子计数器来看不应

表 3 实验事例的 e, π, μ 分辨 (%)

e	判别效率	96.71
	误判为 π	2.99
	误判为 μ	0.00
π	判别效率	81.51
	误判为 e	2.52
	误判为 μ	15.97(13.11)
μ	判别效率	81.25
	误判为 e	0.78
	误判为 π	17.97(13.26)

是 μ 粒子. 表中的其它各项是在没有任何附加条件的情况下得到的, 其动量范围为 $0.15 < p < 1.65 \text{ GeV}$.

5 与常用方法所得结果的比较

5.1 粒子判别效率的比较

为了得到常用方法对粒子的误判率, 将第 4 节选出的某种检验样本通过选取其它两种检验样本的程序. 当然, 这时对事例的有关要求, 如孤立光子数及运动学拟合等应该去掉. 得到的结果列于表 4. 将这些结果与表 3 中的结果相比较 (注意: 表 3 中 π 与 μ 相互误判率的可比较项应是括号内的两项), 可以看出, 后者好于前者.

表 4 常用方法对粒子的误判率 (%)

e	误判为 π	5.51
	误判为 μ	0.00
π	误判为 e	4.20
	误判为 μ	17.12
μ	误判为 e	1.56
	误判为 π	18.02

5.2 事例选取效率的比较

为了比较两种方法的事例选取效率, 用非标准判别函数代替常用方法中挑选荷电径迹的选取条件并重新挑选检验样本. 得到的结果如表 5 所示.

表 5 判别分析法选取的事例数与常用方法选取的事例数之比

$e^+e^- \rightarrow \gamma e^+e^-$	$J/\psi \rightarrow \rho\pi$	$e^+e^- \rightarrow \gamma\mu^+\mu^-$
2.43	1.16	2.14

由该表可以看出,判别分析法较常用方法有较高的事例选取效率。

6 总 结

由前几节的分析可以看出,判别分析法对于北京谱仪中的 e, π, μ 分辨是成功的,它具有较高的粒子识别与事例选取效率。另外,它适应于整个动量区间 $0.15 < p < 1.65 \text{ GeV}$, 且对于 $p \leq 0.55 \text{ GeV}$ 的 μ 粒子及穿透 π 粒子皆有一定的识别能力。然而这种方法也有其不足之处,例如:目前还没有找到好的方法来处理这种方法所得结果的系统误差;另外,这种方法所得结果的可靠性依赖于训练样本,所以为了提高所得结果的可靠性,使用的训练样本应该大、纯且具有一定的代表性。

感谢许榕生、郁忠强、严武光、李金、张长春、李卫国及崔象宗等对本工作的关心与有益讨论。

参 考 文 献

- [1] Narayan C. Giri, *Multivariate Statistical Interference*, New York Academic, 1977.
- [2] SPSS, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [3] 谢一冈等,高能物理与核物理,14(1990)966.
- [4] 姜志进,粒子分辨的判别分析法研究及在 τ 数据分析中的应用,中科院高能所博士学位论文,1993.
- [5] 贾秋平,北京谱仪桶部簇射计数器的 Monte Carlo 模拟,中科院高能所硕士学位论文,1992.
- [6] M. G. Cantanesi et al., *Nucl. Inst. Meth.*, A247(1986)438; R. Baldini et al., *Nucl. Inst. Meth.*, A251 (1986) 449.
- [7] 北京谱仪合作组,高能物理与核物理,16(1992)770.

The Use of Discriminant Analysis Method to Particle Separation in BES

Jiang Zhijin Wang Taijie Xie Yigang Huang Tao
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Received on September 21, 1993

Abstract

The discriminant analysis method in Multivariate Statistical Theory is used to handle e, π, μ separation in BES. The principle of the discriminant analysis method is described, the unstandardized discriminant functions (responsible for particle separation) are derived, the discriminant efficiencies for e, π, μ are given and the results are compared with those obtained from conventional way.

Key words SPSS, discriminant analysis method, unstandardized discriminant function.