

有限温度 QCD 求和规则与 ρ 介子*

刘觉平 金亚平

(武汉大学物理系 武汉 430072)

1994-11-30 收稿

摘 要

计算了三胶子凝聚对 ρ 介子在有限温度下的 QCD 求和规则的贡献, 进而在弦模型中研究了 ρ 介子的特性对温度的依赖性. 结果表明: 如果各凝聚具有相同的临界温度, 则在我们所考虑的低温范围内, 表征 ρ 介子特性的一些参量当温度接近临界温度时 (即 120—200MeV 之间) 变化显著.

关键词 有限温度 QCD 求和规则, ρ 介子, 三胶子凝聚.

1 引 言

有限温度量子色动力学 (QCD) 理论已发展成为研究强子物质的热力学性质的有力工具之一^[1,2]. 按照该理论可知: 在一定的温度和密度条件下, 强子物质会经历一个相变而转变为夸克-胶子等离子体 (QGP). WA36 合作组与 WA85 合作组的实验结果中有迹象表明可能存在 QGP^[3]. 在 QCD 的许多理论方法中, 建立在 Wilson 算符乘积展开与双关性原理基础上的 QCD 求和规则法既可考虑 QCD 的微扰效应, 又可计及由真空凝聚所表征的非微扰效应. 运用该方法, 人们成功地预言了强子的各种特性 (如强子质量、耦合常数等). 1986 年, M. I. Bochkarev 和 M. E. Shaposhnikov 将零温下的 QCD 求和规则推广到有限温度情形, 并由此研究了 ρ 介子特性对温度的依赖关系^[4]. 他们发现, 当温度为 130MeV 至 150MeV 之间时 ρ 介子的特性参量变化显著, 这表明已发生 QGP 相变. 然而, 1991 年, C. Adami 等人重新用 QCD 求和规则研究了有限温度下的 ρ 介子体系, 所得结论却与 M. I. Bochkarev 和 M. E. Shaposhnikov 相反^[5]. 值得注意的是: 按现今人们的一般看法, ρ 介子作为典型的轻夸克系统是研究强子相变的极好探针, 这使得 ρ 介子问题在有限温度 QCD 中占有特殊重要的地位^[6].

应当指出, C. Adami 等人的结果未计及有限温度下三胶子凝聚对 ρ 介子两点函数的贡献; 而后者与已考虑的四夸克凝聚具有相同的量纲, 原则上也应加以考虑. 虽然有人认为在零温时三胶子凝聚对两点函数的贡献可以忽略, 但在有限温度下情形可能并非如此. 我们采用和 C. Adami 等人相同的方法重新对 ρ 介子体系进行计算, 以期弄清楚在

* 国家自然科学基金资助.

ρ 介子问题上的意见分歧. 与 C. Adami 等人不同的是, 我们在计算中考虑了三胶子凝聚对 ρ 介子在有限温度下的 QCD 求和规则的贡献. 考虑到轻夸克质量非常小, 我们仍然局限于手征极限情形.

2 有限温度下 ρ 介子流的两点函数

有限温度下 ρ 介子流的两点函数是下述时序热平均

$$\Pi_{\mu\nu}(q, T) = i \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle T J_\mu(x) J_\nu(0) \rangle_T \quad (1)$$

式中, q 是四维动量

$$q_0 = iQ, \quad q_i = 0. \quad (2)$$

而 ρ 介子流 J 则取为

$$J_\mu(x) = \frac{1}{2} [\bar{u}(x) \gamma_\mu u(x) - \bar{d}(x) \gamma_\mu d(x)], \quad (3)$$

其中 $u(x)$, $d(x)$ 分别表示上、下夸克场. 由于 J 守恒与(2)式, 易知 ρ 介子流的两点函数的横向与纵向部分满足^[4]

$$\Pi_l = \Pi_\mu^2 / 3Q^2, \quad \Pi_t = -Q^2 \Pi_l. \quad (4)$$

在有限温度下, 由热场动力学理论可知, 夸克传播子等均与温度有关. 因而在有限温度下的算符乘积展开中, 各 Wilson 系数一般应是温度有关的; 而复合算符如两夸克算符等的热平均既包含 QCD 微扰效应的贡献也包含非微扰效应的贡献, 亦与温度有关. 为了能与文献 [5] 的结果进行比较, 我们采用实时温度场论的计算方法. 对真空胶子场, 采用通常的固定点规范

$$x_\mu A^\mu(x) = 0. \quad (5)$$

并用维数正规化中修正的最小减除方案来处理积分中的发散. 所考虑的费曼图如图 1 所示.

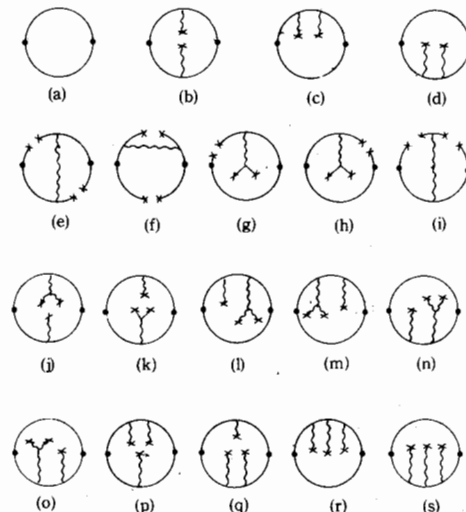


图 1 计算 ρ 介子流的两点函数的费曼图

对于图 1 (a — i), 我们的计算结果如下:

$$\begin{aligned}\Pi_1^{(a)}(Q, T) &= -\frac{1}{8\pi^2} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{7}{15} \pi^2 \frac{T^4}{Q^4} - \frac{248}{63} \pi^4 \frac{T^6}{Q^6}, \\ \Pi_1^{(b)}(Q, T) &= \left[-\frac{1}{18\pi Q^4} + \frac{2}{9} \pi^2 \frac{T^2}{Q^6} \right] \left[\langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_T - 2 \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_T \right], \\ \Pi_1^{(c-d)}(Q, T) &= \frac{8}{9Q^4} \left[1 + \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{8}{3} \pi^2 \frac{T^2}{Q^2} \right] \left[\langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_T + \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_T \right], \\ \Pi_1^{(e-i)}(Q, T) &= -\frac{112}{81} \pi \alpha_s Q^{-6} \langle \bar{q}q \rangle_T^2.\end{aligned}\quad (6)$$

其中 μ 为重整化标度, 而有限温度下的色电型、色磁型两胶子凝聚和四夸克凝聚均用通常记号表示. 注意: 对于费曼图 (a)、(c — d)、(e — i), 我们的结果与文献 [5] 相同; 但对于费曼图 (b), 两者之间在系数上略有差异.

已经证明^[7], 在有限温度下仅存在两类非零的三胶子凝聚, 它们满足下述关系

$$\begin{aligned}\langle g^3 f_{abc} \mathbf{B}^a \cdot (\mathbf{E}^b \times \mathbf{E}^c) \rangle_T &= -\langle g^3 f_{abc} \mathbf{B}^a \cdot (\mathbf{B}^b \times \mathbf{B}^c) \rangle_T \\ &= \frac{1}{4} \langle g^3 f_{abc} G_{\mu\nu}^a G_{\nu\lambda}^b G_{\lambda\mu}^c \rangle_T.\end{aligned}\quad (7)$$

三胶子凝聚对两点函数的贡献可由图 1(j — s) 进行计算, 结果为:

$$\begin{aligned}\Pi_1^{(j-k)}(Q, T) &= \left[\frac{35}{128} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1433}{1536} + \frac{529}{192} \frac{\pi^2 T^2}{Q^2} \right] \frac{1}{\pi^2 Q^6} \langle g^3 f GGG \rangle_T, \\ \Pi_1^{(l-o)}(Q, T) &= \left[-\frac{247}{1152} + \frac{13}{32} \frac{\pi^2 T^2}{Q^2} \right] \frac{1}{\pi^2 Q^6} \langle g^3 f GGG \rangle_T, \\ \Pi_1^{(p-q)}(Q, T) &= \left[-\frac{64}{432} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1925}{1296} + \frac{1885}{324} \frac{\pi^2 T^2}{Q^2} \right] \frac{1}{\pi^2 Q^6} \langle g^3 f GGG \rangle_T, \\ \Pi_1^{(r-s)}(Q, T) &= \left[-\frac{1}{72} + \frac{5}{162} \frac{\pi^2 T^2}{Q^2} \right] \frac{1}{\pi^2 Q^6} \langle g^3 f GGG \rangle_T.\end{aligned}\quad (8)$$

式中三胶子凝聚已用缩写记号表示.

综合以上结果, 可得 ρ 介子流的两点函数为:

$$\begin{aligned}\Pi_1(Q, T) &= -\frac{1}{8\pi^2} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{7}{15} \pi^2 \frac{T^4}{Q^4} - \frac{248}{63} \pi^4 \frac{T^6}{Q^6} \\ &+ \frac{1}{Q^4} \left[\frac{5}{6} + \frac{8}{9} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{58}{27} \pi^2 \frac{T^2}{Q^2} \right] \langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_T \\ &+ \frac{1}{Q^4} \left[1 + \frac{8}{9} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{76}{27} \pi^2 \frac{T^2}{Q^2} \right] \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_T - \frac{112}{81 Q^6} \pi \alpha_s \langle \bar{q}q \rangle_T^2 \\ &+ \left[\frac{433}{3456} \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{109759}{41972} + \frac{46709}{5184} \frac{\pi^2 T^2}{Q^2} \right] \frac{1}{\pi^2 Q^6} \langle g^3 f GGG \rangle_T.\end{aligned}\quad (9)$$

3 有限温度下 ρ 介子的 QCD 求和规则

ρ 介子流的两点函数满足下述色散关系^[6]:

$$\operatorname{Re}\Pi_1(Q, T) = \frac{Q^2}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\operatorname{Im}\Pi_1(s)}{S(S+Q^2)}. \quad (10)$$

上式左端已用微扰及非微扰方法算出; 右端两点函数的虚部具有下述形式^[5,6]:

$$\operatorname{Im}\Pi_1(s) = f m^2 \pi \delta(s - m^2) + \theta(s - s_0) \frac{1}{8\pi} \operatorname{th}\left(\frac{\sqrt{s}}{4T}\right) + S(T) \pi \delta(s - 4m_\pi^2), \quad (11)$$

其中 f 为流对 ρ 介子态的耦合强度, m 为 ρ 介子质量, s_0 为连续谱的阈值, 而 S 则仅在有限温度下出现, 反映了由热的 π 介子所引起的朗道衰减, 其表达式为

$$S(T) = \frac{1}{12\pi^2} \int_0^\infty dx n_B(x/2T), \quad (12)$$

这里 $n_B(x/2T)$ 为玻色分布函数.

为了压低高激发态与连续谱的贡献, 对色散关系两边施行 Borel 变换:

$$\hat{L}_m = \frac{1}{(n-1)!} (-Q^2)^n \left(\frac{\partial}{\partial Q^2}\right)^n \Big|_{n \rightarrow \infty, Q^2/n = M^2}, \quad (13)$$

其中 M^2 为 Borel 变量. 变换后得到有限温度下 ρ 介子的 QCD 求和规则为:

$$\text{LHS} \equiv 8\pi^2 f \frac{m^2}{M^2} \exp\left(-\frac{m^2}{M^2}\right) = R(M^2, T) \equiv \text{RHS}. \quad (14)$$

这里

$$\begin{aligned} R(M^2, T) = & 1 - \exp\left(-\frac{s_0}{M^2}\right) + 8\pi^2 \left[\frac{1}{6} \frac{T^2}{M^2} - \frac{S(T)}{M^2} \right] \\ & + \frac{8\pi^2}{M^4} \left[\frac{8}{9} \left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} - \gamma_E \right) + \frac{5}{6} - \frac{29}{27} \frac{\pi^2 T^2}{M^2} \right] \langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_T \\ & + \frac{8\pi^2}{M^4} \left[\frac{8}{9} \left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} - \gamma_E \right) + 1 - \frac{38}{27} \frac{\pi^2 T^2}{M^2} \right] \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_T \\ & + \frac{8\pi^2}{M^6} \left[\frac{433}{6912} \left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} - \gamma_E \right) - \frac{109759}{82944} + \frac{46709}{31104} \frac{\pi^2 T^2}{M^2} \right] \\ & \left(\frac{\alpha_s(M^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right)^{-\gamma_G^{3/\beta}} \langle g^3 f GGG \rangle_T - \frac{448}{81} \pi^3 \alpha_s \frac{1}{M^6} \langle \bar{q}q \rangle_T^2 \\ & - 8 \int_0^{s_0/4} \frac{dx^2}{M^2} n_F\left(\frac{x}{T}\right) \exp[-4x^2/M^2], \quad (15) \end{aligned}$$

上式中 $\gamma_G^3 = 23/6$ 和 β 分别为三胶子算符的反常量纲与 β 函数, γ_E 为 Euler 常数, 而 $\eta_F\left(\frac{x}{T}\right)$ 是费分布函数.

4 数值分析

为了能和文献 [5] 的结果相比较, 对有限温度下两胶子凝聚与夸克凝聚的值我们沿用弦模型 (即文献 [5] 中的模型 3) 的结果:

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}q \rangle_T &= \langle \bar{q}q \rangle_{T=0} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right]^{3/2}, \\ \langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_T &= \langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_{T=0} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right], \\ \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_T &= \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_{T=0}, \\ \langle g^3 f GGG \rangle_T &= \langle g^3 f GGG \rangle_{T=0} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right]^3, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $T_c = 200\text{MeV}$. 各凝聚零温值取为:

$$\begin{aligned} \langle \frac{\alpha_s}{\pi} BB \rangle_{T=0} &= -\langle \frac{\alpha_s}{\pi} EE \rangle_{T=0} = 0.003\text{GeV}^4, \\ \langle g^3 f GGG \rangle_{T=0} &= -0.001\text{GeV}^6, \quad \pi^3 \alpha_s \langle \bar{q}q \rangle_{T=0}^2 = 0.0056\text{GeV}^6. \end{aligned} \quad (17)$$

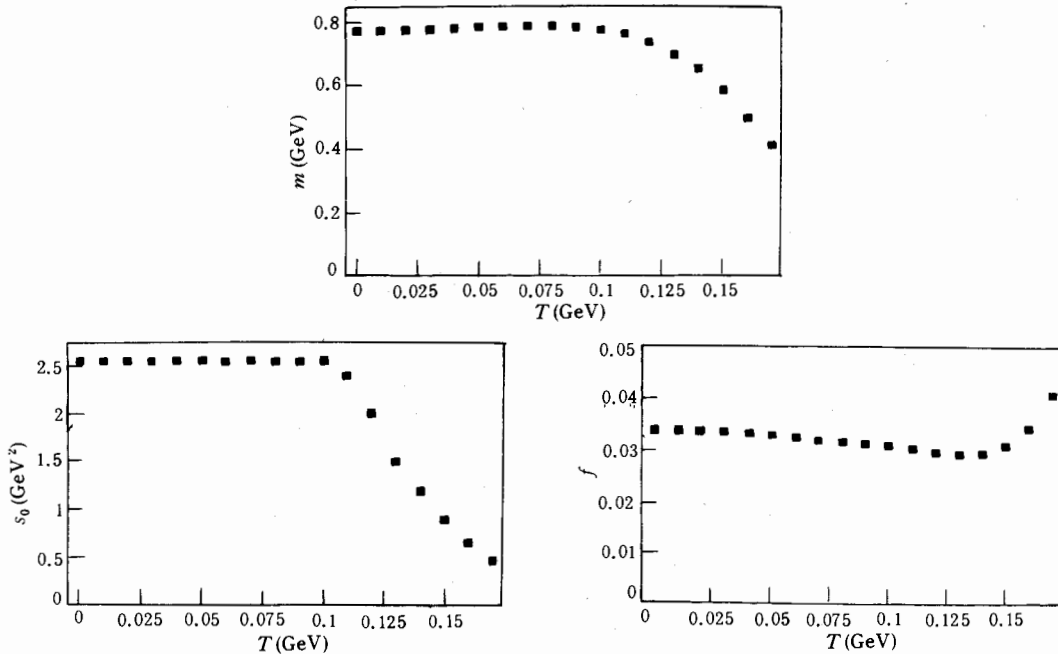


图2 ρ 介子连续谱阈值 s_0 、质量 m 和流耦合常数 f 的温度特性

由求和规则(14)可知, ρ 介子质量 m^2 满足

$$m^2 = \min \left\{ M^2 + M^4 \frac{1}{R} \frac{dR}{dM^2} \right\}. \quad (18)$$

考虑到物理的 ρ 介子质量应与 Borel 变量无关, 式中已对 M^2 取极小值, 同时调节 ρ 介子谱的阈值 s_0 使得上式右端花括号内的值随 M^2 变化缓慢. 利用这里决定的 m 与 s_0 以及极小点 M^2 , 由(14)式可得到 ρ 介子流与基态的耦合常数 f . 这一手续在下述求和规则窗口内

$$0.60\text{GeV} \leq M \leq 0.80\text{GeV} \quad (19)$$

工作得很好. 这样, 便得到 s_0 、 m 、 f 随温度变化的曲线, 示于图 2 中.

分析以上结果, 可以看出: 当温度接近凝聚的临界温度时, 即

$$120\text{MeV} \leq T \leq 200\text{MeV}, \quad (20)$$

ρ 介子特性参量, 例如 ρ 介子的质量、连续谱阈值变化和 ρ 介子流耦合常数 f 变化显著. 这一现象预示已接近 QGP 相变发生的温度. 此结论同文献 [4] 一致, 但与文献 [5] 相反.

参 考 文 献

- [1] J.Kuti, J.Polonyi, K.Szlachanyi, *Phys.lett.*, **B98** (1981)198.
- [2] T.Celik, J.Engels, H.Sats, *Phys.lett.*, **B125** (1983)411.
- [3] E.Andersen et al., *Phys.Lett.*, **B316** (1993)603;
S.Abatzis et al., *Phys.Lett.*, **B316** (1993)615.
- [4] A.I.Bochkarev, M.E.Shaposhnikov, *Nucl.Phys.*, **B268** (1986)220.
- [5] C.Admai, T.Hatsuda, S.H.Lee, *Phys.Rev.*, **D43** (1991)921.
- [6] R.J.Furnstahi, T.Hatsuda, S.H.Lee, *Phys.Rev.*, **D42** (1990)1744.
- [7] J.P.Liu, Y.P.Jin, Z.Jian, *Z.Phys.*, **C59** (1993)313.

Finite Temperature QCD Sum Rule and the ρ -Meson

Liu Jueping Jin Yaping

(Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072)

Received 30 November 1994

Abstract

The contributions from the three-gluon condensates to the finite temperature QCD sum rule for the ρ -meson are calculated, and then the dependence of the properties of the ρ -meson upon temperature is investigated in a string model of condensates. Our results show that the parameters characterizing the properties of the ρ -meson change noticeably when the temperature closes to the critical temperature of the condensates, and if the critical temperatures of condensates are the same.

Key words finite temperature QCD sum rules, ρ -meson, three-gluon condensates.