

N、 Δ 重子谱中负能级分量的作用

董 宇 兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993-11-22 收稿

摘 要

利用瞬时近似的 Bethe-Salpeter 方程,并且考虑了 Dirac 旋量中负能级分量对单胶子交换势的修正,对 N、 Δ 重子谱进行了计算. 结果发现负能级分量的考虑对势参数,尤其是对 α , 有显著的影响,但对整个 N、 Δ 重子谱的改变不大.

关键词 重子谱,负能级, Bethe-Salpeter 方程.

1 引 言

虽然非相对论势模型对介子和重子谱的计算都取得了较大的成功^[1], 然而研究非相对论的 Schrödinger 方程和相对论四维协变的 Bethe-Salpeter (B-S) 方程的区别一直为人们所重视. 特别是在考虑轻夸克体系,如 N、 Δ 重子谱时,人们一直关心其中相对论效应究竟有多大? B-S 方程和 Schrödinger 方程主要有以下两点不同: 第一,束缚态的 B-S 振幅与四维动量 (p_0, \mathbf{p}) 有关,但是 Schrödinger 波函数只与三维动量 \mathbf{p} 有关. 第二,与 Schrödinger 波函数所不同,费米子的 B-S 振幅是定义在 Dirac 空间,而不是 Pauli 空间. 因此,相对论协变性要求必须考虑整个 Dirac 旋量的贡献,不但正能分量,而且负能级分量的贡献也必须包括在体系的相互作用中.

本文着重讨论负能级分量对 N、 Δ 重子谱的影响. 因为相对论四维协变的 B-S 方程是一个耦合方程,严格求解非常困难. 以往理论都只考虑了 B-S 振幅中大分量(正能级分量)的贡献,而忽略了小分量(负能级分量)的影响. 本文利用文献[2]中所提到的方法,将 Dirac 空间中的 B-S 方程完全等价地约化成 Pauli 空间中的 Pauli-Schrödinger (P-S) 方程. 这样,Dirac 旋量中的负能级分量的作用将由正能态 P-S 波函数所满足的 P-S 方程中的等效相互作用势明显地表现出来.

在本文的第二部份中,将简要地给出 B-S 方程的约化以及负能级分量所提供的等效相互作用势,并利用 P-S 方程对 N、 Δ 重子谱进行计算. 最后一部份,将着重讨论负能级分量对重子谱的影响.

2 B-S 方程的约化和等效相互作用

以下先从 B-S 方程的约化开始. 为了简单起见, 只考虑具有相同质量的两个夸克体系. 然后, 利用 P-S 方程去计算 N、 Δ 体系, 以检验负能级分量对 N、 Δ 重子体系所产生的影响.

动量空间中四维相对论 B-S 方程是^[3]

$$\chi_{P\bar{\xi}}(q) = S_F\left(\frac{1}{2}P + q\right) S_F\left(\frac{1}{2}P - q\right) \int \frac{d^4k}{(2^3\pi)^4} K(P, q, k) \chi_{P\xi}(k), \quad (1)$$

其中, q, k 是两个夸克之间的相对动量. P 是体系的质心动量. 梯形近似下, B-S 不可约核为单胶子交换

$$K(P, q, k) = \frac{\alpha_s}{4} \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{4} \gamma_{1\mu} \gamma_2^\mu \Delta_F^2(q - k). \quad (2)$$

瞬时近似下, 方程(1)变为:

$$\chi_{P\bar{\xi}}(q) = S(P, q) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} K(P, q, k) \chi_{P\xi}(k), \quad (3)$$

其中

$$S(P, q) = \int \frac{dq_0}{2\pi} \chi_{P\bar{\xi}}(q) \quad (4)$$

是瞬时近似下的 B-S 振幅.

$$S(P, q) = i \left[\frac{\Lambda^+\left(\frac{P}{2} + q\right) \Lambda^+\left(\frac{P}{2} - q\right)}{P_0 - \omega\left(\frac{P}{2} + q\right) - \omega\left(\frac{P}{2} - q\right)} + \frac{\Lambda^-\left(\frac{P}{2} + q\right) \Lambda^-\left(\frac{P}{2} - q\right)}{P_0 + \omega\left(\frac{P}{2} + q\right) + \omega\left(\frac{P}{2} - q\right)} \right] \gamma_1^0 \gamma_2^0. \quad (5)$$

方程(5)中, $\omega(P)$ 是自由粒子能量. $\Lambda^+(P)$ 和 $\Lambda^-(P)$ 分别是正能和负能投影算子. 它们的定义是

$$\Lambda^+(P) = U(P)U^+(P), \quad \Lambda^-(P) = V(P)V^+(P) \quad (6)$$

其中, $U(P)$ 和 $V(P)$ 分别代表 Dirac 旋量空间中的正能和负能态

$$U(P) = \left(\frac{\omega + m}{2\omega}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{\omega + m} \end{pmatrix}; \quad V(P) = \left(\frac{\omega + m}{2\omega}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{\omega + m} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

注意到方程(1)是 Dirac 空间中的耦合方程, 它可以按文献[2]附录 B 中的方法, 完全等价地约化成 Pauli 空间中的 P-S 方程

$$\left[P_0 - \omega\left(\frac{\mathbf{P}}{2} + \mathbf{q}\right) - \omega\left(\frac{\mathbf{P}}{2} - \mathbf{q}\right) \right] \Phi(P, \mathbf{q}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) \Phi(P, \mathbf{k}) \quad (8)$$

其中

$$\Phi(P, \mathbf{q}) = u^+\left(\frac{\mathbf{P}}{2} + \mathbf{q}\right) u^+\left(\frac{\mathbf{P}}{2} - \mathbf{q}\right) \chi_{P_5}(\mathbf{q}) \quad (9)$$

是正能 P-S 波函数,

$$\begin{aligned} V(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) &= H_{++,+}(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) \\ &- \int \frac{d^3l}{(2\pi)^3} \frac{H_{+,-}(P, \mathbf{q}, \mathbf{l}) H_{-,+}(P, \mathbf{l}, \mathbf{k})}{P_0 + \omega_1(\mathbf{l}) + \omega_2(\mathbf{l})} \\ &+ \int \frac{d^3l_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3l_2}{(2\pi)^3} \frac{H_{+,-}(P, \mathbf{q}, \mathbf{l}_1) H_{-,-}(P, \mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2) H_{-,+}(P, \mathbf{l}_2, \mathbf{k})}{[P_0 + \omega_1(\mathbf{l}_1) + \omega_2(\mathbf{l}_1)][P_0 + \omega_1(\mathbf{l}_2) + \omega_2(\mathbf{l}_2)]} \end{aligned} \quad (10)$$

是等效相互作用哈密顿量, 其中

$$\begin{aligned} H_{ab,cd}(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) &= W_a^+\left(\frac{\mathbf{P}}{2} + \mathbf{q}\right) W_b^+\left(\frac{\mathbf{P}}{2} - \mathbf{q}\right) H(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) W_c\left(\frac{\mathbf{P}}{2} + \mathbf{k}\right) \\ &\times W_d\left(\frac{\mathbf{P}}{2} - \mathbf{k}\right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$H(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}) = i\gamma_1^0 \gamma_2^0 K(P, \mathbf{q}, \mathbf{k}), \quad (12)$$

而

$$W_a(P) = \begin{cases} u(P) & \text{当 } a = + \\ v(P) & \text{当 } a = - \end{cases} \quad (13)$$

必须指出的是, 上述等效相互作用哈密顿量是离壳的和能量相关的。很明显, 方程(10)右边第二项和其它高级项代表着 B-S 振幅 $\chi_{P_5}(\mathbf{q})$ 的负能级(小分量)分量的贡献。而这一贡献由正能 P-S 波函数 $\Phi(P, \mathbf{q})$ 所满足的方程(8)中的等效相互作用 $V(P, \mathbf{q}, \mathbf{k})$ 明显地体现出来。由于在梯形近似下, B-S 核只是单胶子交换, 所以这个等效相互作用也只代表对单胶子交换的修正。

在非相对论近似下, 方程(8)化为

$$\left[-\frac{\nabla^2}{2\mu} + V(r) \right] \Phi(r) = E\Phi(r). \quad (14)$$

其中

$$V(r) = V_{\text{ge}}(r) + V_{\text{conf}}(r) + V_{\text{off}}(r). \quad (15)$$

方程(15)中, $V_{\text{ge}}(r)$ 由方程(10)中的 $H_{++,+}$ 给出, 它代表着瞬时单胶子交换。 $V_{\text{conf}}(r)$ 唯象选取的禁闭位, 这里我们选线性禁闭位。 $V_{\text{off}}(r)$ 代表负能级分量的贡献, 它是方程(10)右边除了 $H_{++,+}$ 一项以外, 其它所有各项所提供的。由于采用了梯形近似, 所以 $V_{\text{off}}(r)$ 只代表负能级分量对瞬时单胶子交换 $V_{\text{ge}}(r)$ 的一个修正。以下为简单起见, 只考虑负能级分量所提供的各修正项中的最低项, 而忽略其它高级项的贡献。这一项就是(10)式右边第二项。在坐标空间中, 该项的非相对论表示形式是

$$V_{\text{off}}(r) = -(3 - 2\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \frac{1}{4m} \left[\frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{4} \frac{\alpha_s}{r} \right]^2. \quad (16)$$

利用上面所给出的相互作用 $V(r)$ N、 Δ 重子体系的哈密顿量为

$$H = H_0 + H_{\text{off}}, \quad (17)$$

$$H_0 = \frac{P_\rho^2}{2m} + \frac{P_\lambda^2}{2m} + \sum_{i < j}^3 \left\{ \lambda r_{ij} - \frac{2\alpha_i}{3r_{ij}} + \frac{2\alpha_j}{3m} \left[\frac{8}{3} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \delta^3(\mathbf{r}_{ij}) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{r_{ij}^3} \left(\frac{3\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{r}_{ij} \mathbf{s}_j \cdot \mathbf{r}_{ij}}{r^2} - \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \right) \right] \right\} + B_0. \quad (18)$$

其中 B_0 是零点能。负能级分量所提供的等效相互作用 H_{off} 为

$$H_{\text{off}} = \sum_{i < j}^3 - (3 - 2\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j) \frac{\alpha_i^2}{9mr_{ij}^2}. \quad (19)$$

方程(18)中前两项是动能算符。其中 m 是夸克质量, P_ρ 和 P_λ 是对应于内部坐标 ρ 、 λ 的动量算符。内部坐标 ρ 、 λ 定义如下

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2); \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{6}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3). \quad (20)$$

在 N、 Δ 重子谱的计算中,选夸克质量为 0.3 GeV。其它势参数则通过以下物理条件来确定:

$$M_\Delta - M_N = 0.3 \text{ GeV}. \quad (21)$$

$$\frac{\partial M_N}{\partial b} = 0. \quad (22)$$

$$\frac{1}{2} (M_\Delta + M_N) = 1.085 \text{ GeV}. \quad (23)$$

需要指出的是,上面第二个条件是核子关于其宽度常数 b 的稳定条件。本文选做为试探波函数的谐振子波函数的宽度常数 $b = 0.5 \text{ fm}$ 。首先,我们只考虑波函数的零级近似,也就是把纯谐振子波函数当做体系 H 量的本征函数。由此定出的势参数列于表 1 中。表中的两组参数分别对应于未考虑和考虑了负能级分量 H_{off} 的贡献。第二,为了较为严格地求解重子体系的波函数,我们把体系 H 量的本征函数 $\Phi(\rho, \lambda)$ 在 $N \leq 4$ ($N = 2l_\rho + 2n_\lambda + l_\rho + l_\lambda$) 的谐振子空间中做展开:

$$\Phi(\rho, \lambda) = \sum C_\alpha \phi^\alpha(\rho, \lambda, b) \quad (24)$$

其中 α 代表谐振子本征态的量子数。 C_α 是展开系数, $\phi^\alpha(\rho, \lambda, b)$ 是谐振子的本征

表 1 相互作用势参数

	α_i	$\lambda(\text{GeV}^2)$	$m_q(\text{GeV})$	$b(\text{fm})$
set (I)	0.808	0.0498	0.3	0.5
set (II)	0.448	0.0560	0.3	0.5

态。同样利用表 1 中的两组参数,我们计算了 N、 Δ 能谱。表 2 中所给出的 N、 Δ 谱的理论值分别对应于两种波函数近似下利用两组参数所求得的结果。

表2 两组参数和两种波函数近似下所求得 N、 Δ 重子谱(GeV)

	In pure harmonic space		In $N \leq 4$ mixing harmonic space		Data ^[10]
	Set (I)	Set (II)	Set (I)	Set(II)	
$\Delta_{1+}/2$	1.981 1.982	1.904 1.985	1.898 1.923	1.867 1.899	1.870—1.920 —
$\Delta_{3+}/2$	1.236 1.981 2.012 2.073	1.240 1.946 1.972 2.011	1.230 1.904 1.934 1.942	1.228 1.878 1.891 1.911	1.230—1.234 1.550—1.700 1.900—1.970 —
$\Delta_{5+}/2$	1.980 2.002	1.946 2.012	1.930 1.942	1.881 1.917	1.870—1.920 —
$\Delta_{7+}/2$	1.973	1.936	1.917	1.907	1.940—1.960
$\Delta_{1-}/2$	1.608 1.868	1.638 1.886	1.600 1.851	1.625 1.870	1.615—1.675 1.880—1.950
$\Delta_{3-}/2$	1.668 1.892	1.686 1.930	1.651 1.921	1.670 1.970	1.670—1.770 —
$\Delta_{5-}/2$	2.034 2.334	2.095 2.295	2.123 2.382	2.150 2.350	1.920—1.970 $\Delta(2.350)$
$\Delta_{7-}/2$	2.264	2.211	2.338	2.271	$\Delta(2.200)$
$\Delta_{9-}/2$	2.244	2.243	2.246	2.234	$\Delta(2.400)$
$N_{1+}/2$	0.94 1.619 1.799 1.914 1.979	0.94 1.631 1.803 1.974 2.005	0.94 1.559 1.786 1.884 1.972	0.94 1.548 1.764 1.888 1.932	0.94 1.430—1.470 1.680—1.740 — —
$N_{3+}/2$	1.835 1.907 1.979 2.000 2.028	1.837 1.906 1.974 1.996 2.011	1.760 1.885 1.929 1.940 1.974	1.769 1.866 1.899 1.907 1.938	1.650—1.750 — — — —
$N_{5+}/2$	1.835 1.907 2.027	1.737 1.705 1.837	1.763 1.930 1.964	1.670 1.871 1.941	1.675—1.690 — —
$N_{7+}/2$	1.961 2.568	2.000 2.529	1.881 2.598	1.909 2.604	N(1.990) —
$N_{1-}/2$	1.462 1.635	1.457 1.690	1.460 1.660	1.453 1.669	1.520—1.555 1.640—1.680
$N_{3-}/2$	1.462 1.666	1.457 1.663	1.460 1.734	1.450 1.708	1.515—1.530 1.650—1.750
$N_{5-}/2$	1.593	1.622	1.594	1.585	1.670—1.685
$N_{7-}/2$	2.225	2.230	2.263	2.261	2.110—2.200
$N_{9-}/2$	2.246	2.283	2.109	2.239	2.170—2.310

3 结果和讨论

负能级分量对势参数的影响可由表 1 明显地反映出来。其主要作用是减小强耦合常数 α_s 的取值, 增大线性位强度 λ , 使得梯形近似趋于合理。负能级对参数产生这种影响的原因是: 第一, 负能级分量只提供一个短程的吸引力, 它加强了单胶子交换在短程的奇异行为, 补偿了一部份单胶子交换势。因此, 它使得 α_s 下降(约一倍)。其次, 由于它提供了吸引力, 使得波函数更靠近原点, 结果是禁闭位加强。从表 1 可见, 禁闭位强度加大了约 10%。

负能级分量对 N、 Δ 重子谱的作用可从表 2 得出。在同一种波函数近似下, 比较两组参数所得到的能谱, 可以发现虽然考虑了负能级分量的贡献, 使得一些能级的位置有了一定的变化, 如 $\Delta_{\frac{3}{2}^+}(1.850-1.980)$ 改变了 80 MeV, 但整个能谱的性质并没有明显的变化。特别是在解释 $N_{\frac{1}{2}}^*(1.440)$ Roper 共振问题上, 该效应的引入没有显著的改进。显然, 由于只考虑 B-S 核的梯形近似, 负能级分量只是对瞬时近似单胶子交换做一修正, 它主要反映为短程力。因此, 对激发态的性质的影响不大, 其影响突出地反映在参数的变化上。

另外, 比较在同一组参数, 不同的两种波函数的选则情况下所求得的谱值, 可见组态混合效应的影响是不可忽略的。尤其是它分别使得 Roper 共振态 $N_{\frac{1}{2}}^*(1.440)$ 和 $\Delta_{\frac{3}{2}^*}(1.600)$ 这两条能级压低了 70—80 MeV, 从而使得理论计算得到改善。

综上所述, 我们发现引入负能级分量的贡献, 其主要作用反映在势参数上。它给出了一个短程吸引力, 加强了夸克间相互作用的短程奇异性。由于它的考虑使得耦合常数 α_s 减小, 与介子体系计算中所给出的 α_s 相近^[4]。但是它对 N、 Δ 重子谱整体结构的影响并不突出。上述结论与 P. C. Tiemeiger 和 J. A. Tjon^[5] 的结论一致。在他们的工作中, 分别利用 Blankenbecler-Sugar-Logunov-Tavkhe 和等时近似的费米子传播子来约化 B-S 方程, 考虑了负能级分量的引入对介子谱的影响。与 Tjon 工作不同的是, 我们利用瞬时近似的 B-S 方程, 讨论了负能级分量对重子谱的作用。但两个工作的结果是一致的。

最后, 从上面的讨论发现, 如果要解决在解释重子谱中所遇到的困难, 如 Roper 共振态问题^[6], 只考虑负能级分量对瞬时单胶子交换的修正是不够的。为了改进计算, 还需考虑它对禁闭位的影响。这样, 可以得到一个在夸克间距离较大的情况下, 明显地比线性位偏低的禁闭位^[7]。禁闭位的这种行为与格点规范的计算相一致^[8], 这将有助于压低径向激发态的能量, 改进理论计算^[9]。

参 考 文 献

- [1] S. N. Mukkerjee, R. Nag, S. Sanyal et al., *Phys. Repts.*, **231**(1993) 201; N. Isgur, G. Karl, *Phys. Lett.*, **72B**(1977) 109; **74B**(1978) 353; *Phys. Rev.*, **D18**(1978) 4187; **D19**(1979) 2653; D. Gromes, I. O. Stamatescu, *Nucl. Phys.*, **B112**(1976) 213; *Z. Phys.*, **C3**(1979) 43.

- [2] Junchen Su, Zuoqun Chen, Shishu Wu, *Nucl. Phys.*, **A524**(1991) 615.
[3] C. Itzykson, R. Zuber, *Quantum Field Theory*, (McGraw-Hill, New York, 1980).
[4] S. Ono, F. Schoberl, *Phys. Lett.*, **B118**(1982) 419.
[5] P. C. Tiemeiger, J. A. Tjon, *Phys. Rev.*, **C48**(1991) 896.
[6] S. Capstick, N. Isgur, *Phys. Rev.*, **D34**(1986) 2809; H. Leeb, H. Fiedeldey, E. J. O. Gavin et al, *Few-Body Systems*, **12**(1992) 55; D. Flamm, F. Schoberl, *Introduction to the Quark Model of Elementary Particles*, Volume 1. New York: Gordon and Breach 1986.
[7] Dong Yubing, Su Junchen, Wu Shishu: "Calculation of baryon spectra on an improved quark model", to be published in *J. Phys. G*.
[8] E. Laermann, F. Langhammer, I. Schmitt, et al., *Phys. Lett.*, **B173**(1986) 457.
[9] C. S. Kalman, B. Tran, *Nuovo Cimento*, **102A**(1989) 835.
[10] Particle Data Group; Review of Particle Properties: *Phys. Rev.*, **D45** 11-II (1992) 1.

Effect of Negative Energy Component on Baryon Spectra

Dong Yubing

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Received 22 November 1993

Abstract

Employing instantaneous Bethe-Salpeter equation and taking into account the correction of negative energy component of Dirac spinor to one-gluon exchange interaction, the calculation of the Δ , N baryon spectra is carried out. We find that the effect changes the potential parameters significantly, but leaves the global structures of spectrum almost untouched.

Key words baryon spectra, negative energy, Bethe-Salpeter equation.