

高能碰撞中动力学起伏的 横动量守恒约束*

张 阳 邓 越 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430070)

1996-01-10 收稿

摘 要

详细研究了高能碰撞末态粒子动量守恒约束条件对归一化阶乘矩的标度行为的影响,进而成功地解释了当前实验中普遍存在的阶乘矩在相角方向上的下弯现象.提出了两种关于阶乘矩的新的统计方法试图部分地消除动量守恒约束的影响,恢复分形系统本身的标度性.

关键词 高能碰撞, 间歇和分形, 动力学起伏, 归一化阶乘矩, 动量守恒条件.

1 引 言

近年来, 高能碰撞纵向和横向相空间分形具有不同标度的行为引起人们的兴趣, 这导致人们提出并研究了所谓自仿射分形^[1]和“超间歇”现象^[2]. 除此之外, 纵横相空间的分形差异还表现在末态粒子的动量守恒约束上. 我们知道, 多重产生的实验并没有统计所有的末态碎块. 特别是, 在所研究的末态粒子中没有把领头粒子包括在内, 而领头粒子带走系统近一半的纵动量, 其横动量却几乎为零. 因此, 末态粒子的横向动量分布受到动量守恒很强的约束, 而纵向分布几乎没有约束. 这给末态粒子的横向方位角 ϕ 之间带来很强的局域性负关联. 这种负关联效应抑制了相空间的动力学起伏, 使得方位角 ϕ 方向上的归一化阶乘矩在双对数图中呈现下弯现象^[3,4,5](几个不同实验组的数据见图1).

本文中, 我们将在随机级联模型中引入横动量守恒约束, 通过 Monte Carlo 模拟来详细研究这种效应对一、二、三维相空间归一化阶乘矩的影响. 提出了两种消除横动量守恒影响的方案——分象限统计法和大横动量截断法. 这两种方法在实验分析中的应用将有助于更清楚地揭示出高能碰撞时空演化过程中的内禀分形结构.

*国家自然科学基金资助.

2 一个一维例子

间歇现象是指归一化阶乘矩^[6]

$$F_q = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q} \quad (1)$$

随相空间标度的减小有奇异标度性, 即

$$F_q \sim \delta^{-\varphi_q}. \quad (2)$$

此处, 把整个相空间分成 M 个子间隔 (bin), n_m 为第 m 个子间隔中的多重数.

为简明起见, 首先在一维情况下考察动量守恒约束对阶乘矩有什么影响.

假定所考虑的相空间 Δp 中有 n 个粒子, 第 i 个粒子的动量为 p_i , 则动量守恒要求

$$\sum_{i=1}^n p_i = 0. \quad (3)$$

显然 $M=1$ 时, F_q 只决定于整个 Δp 内的总粒子数, 与粒子数在 Δp 内的具体分布没有关系. 所以横动量守恒约束对 F_q ($M=1$) 并没有影响.

当 $M=2$ 时, 设 $P(+)$, $P(-)$ 分别为落在两个子间隔 $p > 0$ 和 $p < 0$ 中的几率. 如果既没有动力学起伏, 又无横动量守恒的约束, 则 $P(+)=P(-)$. 但此时仍然存在统计性起伏, 使得 $n(+)\neq n(-)$. 我们知道, 在统计起伏为 Bernoulli 或 Poisson 型的情形下, 归一化阶乘矩可以消除这种统计起伏的影响^[6]. 结果是 F_q ($M=2$) = F_q ($M=1$).

如果存在动力学起伏, 则 $p(+)\neq p(-)$, 这将会使 $n(+)$ 与 $n(-)$ 相差更大, 结果使得 F_q ($M=2$) > F_q ($M=1$).

从(3)式显然可见, 动量守恒条件的约束总是倾向于使 $n(+)$ 与 $n(-)$ 的差别缩小, 这就使得所得到的 F_q ($M=2$) 将会比没有横动量守恒约束时的要小. 从这个意义上讲, 横动量守恒约束引起了粒子间的负关联, 它抑制了动量空间中的动力学起伏.

随着 M 继续增大, 横动量守恒约束(3)式对粒子数目在各子间隔中的分布的影响越来越小, 对动力学起伏的抑制作用也就越来越小, 因此归一化阶乘矩向下拉的效应也越来越小.

从以上的分析可见, 动量守恒的约束使得在双对数图 $\ln F_q - \ln M$ 中原来指向右上方的直线变成一个有点下弯的曲线, 其最低点应该大约在 $M=2$ 处.

为了更进一步地说明这一点, 下面在一维动量空间中构造一个含动量守恒约束的随

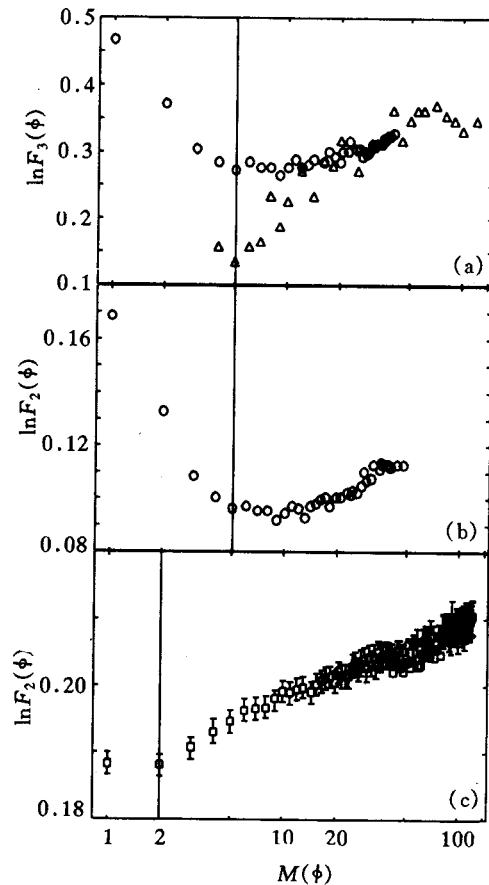


图1 不同实验组在 ϕ 方向上归一化阶乘矩的下弯现象

○ NA22, △ EMU08, □ UA1.
实验数据取自文献[3, 4, 5].

机级联模型. 然后进行 Monte Carlo 模拟.

给定一个相空间区域 Δp , 按自相似级联机制确定相空间元胞 δp 中粒子出现的几率. 为此, 把总相空间区域按 Carley 树的方式逐级分割下去. 为了保证每步分割几率守恒和归一, 取随机基元分割几率的表达式为^[1]:

$$\omega_i = \frac{1 + \alpha r_i}{\sum_{j=1}^{\lambda} (1 + \alpha r_j)}, \quad i=1, \dots, \lambda, \quad (4)$$

其中 $0 < \alpha < 1$ 是模型的动力学起伏强度参数; r_i 是 $[-1, 1]$ 中均匀分布的随机数. 这样, 在分割 v 步之后, 相空间第 i_v 个元胞 δp 中的几率为:

$$P_{i_v}^{(v)} = \omega_{i_1}^{(1)} \omega_{i_2}^{(2)} \dots \omega_{i_v}^{(v)}, \quad (5)$$

其中 $i_v = 1, 2, \dots, \lambda$. 由(4)式确定每个元胞中的几率之后, 按 Bernoulli 分布来确定每个粒子的动量 p_i . 这样得到的样本对于 $M = \lambda^v$ 的一系列点当然满足标度不变性(2)式(如果考虑包括 $M \neq \lambda^v$ 的点, 则该模型会出现“链条效应”^[8]). 图 2(a) 中显示了自相似随机级联模型在 $\lambda = 2, \alpha = 0.5, v = 7$ 时的 Monte Carlo 结果.

为了在模型中加入动量守恒条件(3)式的约束而又不影响过程的随机级联性质, 把上面产生的每个事件的 n 个粒子作一个平移, 令:

$$p'_i = p_i - p_c, \quad (6)$$

其中 $p_c = \sum_{i=1}^n p_i / n$, 这样得到的 p'_i 将满足动量守恒条件, 即: $\sum_{i=1}^n p'_i = 0$. 这种平移当然会对粒子的动量分布产生影响. 但采用积分变量^[9]

$$X(p) = \frac{\int_0^p \rho(p) dp}{\int_0^{p_M} \rho(p) dp}, \quad (7)$$

则 $P(p)$ 又变成均匀分布(见图 3).

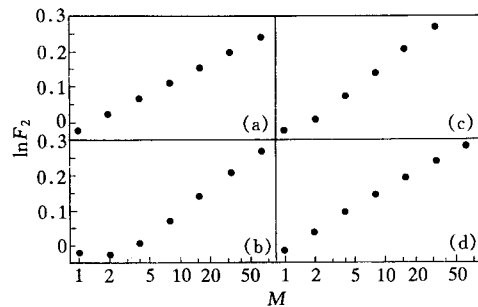


图 2 一维 α 模型的标度率

- (a) 不含动量守恒的原模型;
- (b) 含动量守恒约束, 全相空间统计阶乘矩;
- (c) 含动量守恒约束但分象限统计结果;
- (d) 含动量守恒约束但取大横动量截断的统计结果,
 $|p|_{\text{cut}} = 0.8$.

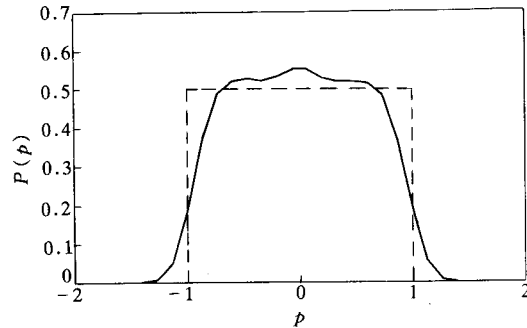


图 3 一维 α 模型末态粒子在平移前后的动量分布

- 含动量守恒,
- 不含动量守恒.

在图 2(b)中, 我们显示了引入动量守恒约束后的归一化阶乘矩. 与图 2(a)比较可见, 动量守恒约束的确使归一化阶乘矩有下弯的趋势, 并且 $M=2$ 果然对应于曲线的最低点.

3 高维相空间

正如前面指出的, 在研究间歇的实验中人们并没有统计所有的末态碎块. 一般来讲, 人们通常只统计一个有限快度区间 $[-y_M, y_M]$, 其中 y_M 是快度截断. 在 $|y| > y_M$ 之外的粒子很少, 但它们却带有大的纵向动量. 例如, 在强子-强子碰撞中, 少量领头粒子带有的动量大小平均占有所有末态粒子纵向动量大小之和的 50%. 所以, 在纵向, 动量守恒约束对归一化阶乘矩并没有什么影响. 因此, 纵向的 $\ln F_q - \ln M$ 不出现下弯情况.

下面我们进一步分析动量守恒条件对横向的影响. 对此应区分几种不同情况, 即: 所研究的区域包含了中心区和碎裂区, 或只包含中心区, 或只是中心区的一部分.

一般研究间歇的实验在横向没有作截断, 即便有, 也是对小横动量作截断(例如, 在 UA1 的 $\bar{p}p$ 对撞实验中, 有 $p_t > 0.15\text{GeV}$ 的截断^[4]). 同时, 由于领头粒子的横动量近似为零, 因此, 如果中心区和碎裂区的粒子都被统计(例如 DELPHI 实验组^[5]), 则样本的横动量守恒应该很好地满足.

有些实验组只统计了中心区的粒子, 例如 NA22 实验组作了 $|y| \leq 2$ 的纵向截断^[3], 而碎裂区粒子所带的横动量不可忽略. 但应注意, 有很多实验证据表明, 中心区以及两个碎裂区的末态粒子是由几个独立的产生源(或火球)产生的^[7], 所以中心区末态粒子的横动量也是近似守恒的.

在有些实验分析中只考虑中心区的部分粒子, 例如 UA1 实验组除了横向上 $p_t > 0.15\text{GeV}$ 的截断外, 还有纵向上 $|\eta| \leq 1.5$ 的截断, 所以动量守恒条件的约束对 UA1 统计的样本只有微弱的影响. 下面将看到, UA1 数据的这一特点会在 φ 方向上 SFM 的下弯程度上体现出来.

由上一节的分析可以看出, 对于一维相空间来讲, $M=2$ 时, 动量守恒约束条件对多重数起伏的抑制作用最强. 在实际碰撞过程中, 横向相空间是二维的, $(p_{t_x}, p_{t_y}$ 或 $p_{t_x}, \varphi)$ 在 $M=2$ 时, 只在某一个方向(例如 p_{t_x}) 的动量分为前后两个子间隔, 而在与之垂直的另一方向(p_{t_y}) 上仍然都在一个间隔里面. 因此, $F_q(M=2)$ 仅决定于 p_{t_x} 方向粒子的动量在两个子间隔中的分布, 横动量守恒约束对动力学起伏的抑制作用没有完全体现. 在 $M=4$ 时, p_{t_x}, p_{t_y} 都各分了两个子间隔, 这时横动量守恒约束对动力学起伏的抑制作用才最大地体现出来. 因此, 对于二维横向相空间, 当 $M=4$ 时横动量守恒约束对粒子分布起伏的抑制最强.

然而应当注意到, 大多数实验在横向相空间中并不是取 p_{t_x}, p_{t_y} 而往往是选取 p_{t_x}, φ 作为变量. 在 (p_{t_x}, φ) 空间中, 这四个窗口恰好对应于 φ 的 4-分割. 因此动量守恒约束对动力学起伏的抑制作用将主要体现在方位角 φ 方向阶乘矩的下弯上. 其最低点应该大约在 $M_\varphi=4$ 处.

为了全面考察动量守恒约束条件对高能碰撞三维相空间中各个方向上的标度性的影响,下面把以上所考虑的模型推广到三维(y, p_t, φ)空间,即在三维随机级联模型中加上横向动量守恒条件

$$\sum_{i=1}^n p_{t_i} = 0. \quad (8)$$

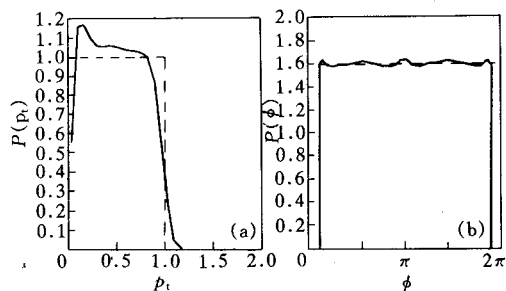


图4 在三维(y, p_t, φ)空间中, 横动量平移对几率密度函数的影响
(a) p_t 的密度函数不再是平直的(实线), 采用积分变量后, $P(p_t)$ 又是常数(虚线); (b) 平移前后 φ 的分布不变.

三维自相似级联模型是一维模型的直接推广.但在考虑横动量守恒约束时,纵向(即 y) 并不改变,只是对横向 p_{t_i} 作平移

$$p_{t_i} = p_{t_i} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{t_i}. \quad (9)$$

这样的平移当然不会改变 y 的几率密度函数;由于对称性, φ 的密度函数也不会改变(见图4(b)).而 p_t 的分布则明显受到平移的影响,因此我们对 p_t 作积分变量的变换,见图4(a).

在图5(b)中,我们显示了三维含横动量守恒约束的随机级联模型关于阶乘矩

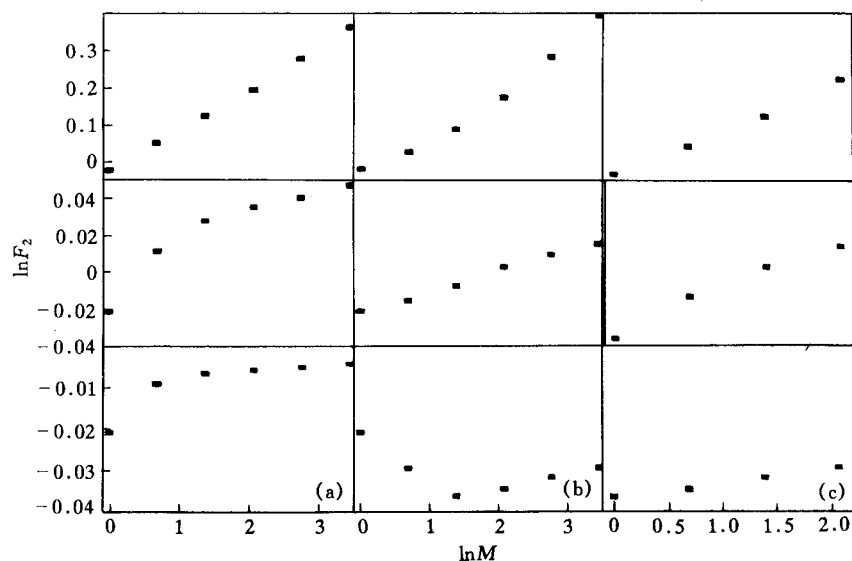


图5 三维自相似随机级联模型的 SFM 及其在低维数相空间中投影的结果
第一行: 三维($y-p_t-\varphi$)相空间; 第二行: 二维($y-\varphi$)投影; 第三行: 一维(φ)投影.
(a) 不含动量守恒约束的原级联模型(第一列);
(b) 含动量守恒约束的级联模型(第二列), 在全相空间分析的结果;
(c) 含动量守恒约束但分象限统计后的结果(第三列).

标度性的 Monte Carlo 模拟结果. 与图 5(a) 相比, 图 5(b) 中的数据点除了在一维 φ 方向投影有明显的下弯以外, 与 φ 相关的高维相空间(例如 $y-p_t-\varphi$, $y-\varphi$) 中的阶乘矩都有下弯的倾向, 这与 NA22 的阶乘矩数据定性相符合^[3].

同时, 有趣的是, 我们的 Monte Carlo 结果以及图 1(a), (b) 中实验所显示的 φ 图下弯的最低点都近似的在 $M=4$ 的位置. 而在图 1(c) 中, 最低点在 $M=2$ 处. 这是因为 UA1 实验组的纵向截断过大, 中心区的粒子没有完全统计, 并且与固定靶实验不同的是, UA1 对撞实验中, 存在一个小横动量方向上的截断, 因此横动量守恒条件(8) 式没有严格满足, 它对动力学起伏的约束效应只是部分地体现出来, 参见图 6(c).

4 动量守恒影响的消除

上面的 Monte Carlo 模拟结果显示, 动量守恒不仅仅对分形的低维投影产生向下弯的影响, 而且也导致高维分形的测量结果的歪曲和变形. 因此为了从实验数据中了解到系统内禀的分形结构, 有必要对实验数据的统计方法进行改进, 以期消除动量守恒对分形观测的影响. 下面我们试图从两个方面来解决这一问题.

其一, 由第二节分析可知, 横动量守恒的约束效应在于使前后粒子数 n_1 , n_2 产生关联, 抑制 n_1 , n_2 之间的起伏, 从而使阶乘矩变小. 为了消除这一关联, 我们可以在统计时把同一事件中四个象限中的粒子看成四个不同的事件独立进行统计, 然后对所有“事件”作纵向平均. 这样, 动量守恒对不同子间隔之间粒子的约束就得以在很大程度上被消除. 图 2(c) 及图 5(c) 是采用这种分象限统计法对一维及三维含动量守恒约束的级联模型进行统计所得到的结果. 显然, 原来下弯的曲线恢复成一条较好的直线. 或者说, 模型本身关于阶乘矩的标度性在新的方法中得以重现.

其二, 在文献[10] 中, 我们曾经指出, 在进行阶乘矩分析时, 通常都假定相空间中的粒子分布和动力学起伏是均匀的¹⁾, 即考虑较大的相空间或考虑相空间的局部, 最终得到的反常标度律都一样. 据此, 我们在实验中统计阶乘矩时, 可以在 p_t 方向上加入一截断. 即只统计 $p_t < p_t^{\text{cut}}$ 的粒子. 由于被截断的粒子带有很大的横动量, 少数粒子的截断就会明显破坏样本本身的横动量守恒约束. 同时, 实验中大横动量的粒子往往很少, 这种截断不会严重影响实验的统计量. 图 2(d) 中的 Monte Carlo 结果显示, 这种方法的确能相当好地消除横动量守恒对阶乘矩标度性的影响.

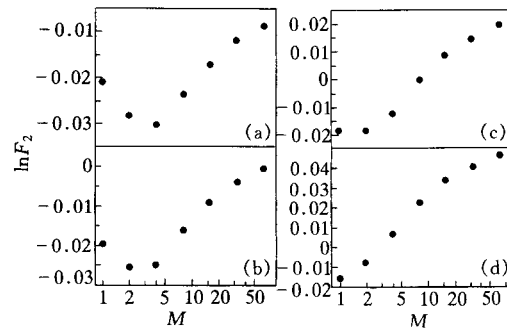


图 6 用大横动量截断法对三维含横动量守恒约束随机级联模型的 φ 方向 SFM 的结果

- (a) $p_t^{\text{cut}} = 0$; (b) $p_t^{\text{cut}} = 0.8$;
(c) $p_t^{\text{cut}} = 0.9$; (d) $p_t^{\text{cut}} = 0.7$.

1) 如果这一均匀性假定不成立, 可以转换到积分变量使其成立.

在图6中,我们改变不同的截断参数 p_t^{cut} ,发现随着截断的减少,下弯现象逐渐又重新出现.

5 结 论

从本文的研究可以看出,高能碰撞中的横动量守恒约束对系统本身的动力学起伏有抑制作用.相角 φ 方向上的归一化阶乘矩在双对数图中的普遍下弯趋势可以由这种负关联抑制作用来解释.另外,我们的Monte Carlo模拟还进一步显示出,高维与 φ 有关的相空间的阶乘矩的标度性也因动量守恒条件的引入而发生改变,这一结果与高维相空间的实验数据定性的一致.

本文试图提出两种改进的阶乘矩分析方法.结果表明,它们可以较有效地消除横动量守恒对分形观测所带来的不利影响,从而使系统本身的内禀分形性质得以呈现出来.

作者之一张阳,对刘峰副教授就UA1实验数据所作的有益讨论,表示感谢.

参 考 文 献

- [1] Wu Yuanfang, Liu Lianshou, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 3197; Wu Yuanfang, Zhang Yang, Liu Lianshou, *Phys. Rev.* **D51** (1995)6576.
- [2] J. Wosiek, Proc. XXIX Int. Symp. on Multiparticle Dynamics. eds. A. Giovannini *et al.* (World Scientific, 1995)P. 99.
- [3] N. Agababyan *et al.* (EHS /NA22 Coll.), *Z. Phys.*, **C59** (1993)405.
- [4] C. Albajar *et al.* (UA1 Coll.), *Nucl. Phys.*, **B345** (1990)1.
- [5] P. L. Jain, G. Singh, *Z. Phys.*, **C53** (1992) 355; P. Abreu *et al.* (DELPHI Coll.), *Nucl. Phys.* **B386** (1992) 471.
- [6] A. Bialas, R. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B273** (1986) 703; **B308** (1988) 851.
- [7] Liu Lianshou, Meng Tachung, *Phys. Rev.*, **D27** (1983)2640.
- [8] Liu Lianshou, Zhang Yang, Wu Yuanfang, *Z. Phys.*, **C69** (1995)323.
- [9] A. Bialas, M. Dazdzicki, *Phys. Lett.*, **B252** (1990)483.
- [10] 张阳, 刘连寿, 吴元芳, 高能物理与核物理, **20** (1996)715.

On the Constraint of Transverse Momentum Conservation to Dynamic Fluctuations in High Energy Collisions

Zhang Yang Deng Yue Liu Lianshou

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

Received 10 January 1996

Abstract

The influence from the transverse momentum conservation of the final particles to the scaling of factorial moments is studied in some detail. The experimental results on the “falling down” of factorial moments in azimuthal angle variable are explained successfully. Two new methods are proposed for calculating the factorial moments in order to eliminate the influence of momentum conservation partly and resume the inherent scaling of the fractal system.

Key words high energy collision, intermittency and fractal, dynamical fluctuation, normalized factorial moment, momentum conservation constraint.