第22卷 第11期 高能物理与核物理 Vol.22, No.11
1998 年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1998

$SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$复合轻子理论*

刘耀阳 孙腊珍
(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230026)

江 向 东
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 假定 Higgs Yukawa 耦合是宇称不守恒的唯一来源,通过取三代并引进超对称性,从而建立了一个 $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ 复合轻子理论.

关键词 宇称不守恒 复合轻子 超对称性

1 引言

在发现宇称不守恒[1]之后,更有趣的问题是探索宇称破坏的根源. 对这个问题有着深刻思想的人很多,其中有李和杨[2]、朗道[3]、萨拉姆[4]、费曼和盖尔曼[5]、苏达香和马尔夏克[6]. 最后对此有所解释的便是标准模型(SM)[7]. 事实上,对 SM 本身的讨论有很多,尤其较多的是涉及它过多的自由参数和平方型发散问题. 因而有了多种对 SM 的扩充,比较著名的两种是大统一理论[8]和超对称理论[9]. 然而,正如我们所知,这些扩充仍然没有对代的数目加以解释. 近来我们注意到,在数学上用于 SM 的 $SU(2)_L$群是个内外部混合群,实质上,不理它的一些表示特别是它的两个一维表示之一和两个基础表示之一,它的确就是同位旋群 $SU(2)_I$,因为这里不存在表示与带星表示之间的等价关系. 因此,我们提出 SM 手征超对称扩充[10],其基本信念是:没有令人信服的理由认为一个表示优越于它的星表示,反之亦然,我们已经做过的事,无非是考虑所有这些表示. 这篇文章,将强调我们理论的物理意义. 人们早就期望能找到一个简单的道理去解释宇称不守恒现象,但这些企图未曾获得完全的成功. 在 SM 中,宇称破坏的确有两个来源,即规范相互作用和 Higgs 相互作用. 同早期的工作相比较,我们不能不说在美学上反倒逊色些. 在理论上,人们相信,按公理化场论,闵可夫斯基空间的每一种场论都有着欧几里德空间的对应. 但用于标准模型的 Weyl 旋量,却不存在这样的对应[11]. 另一方面,鉴于 Higgs 场在 SM 中扮演着很多重要角色,既然如此,Higgs 相互作用也能完全独立地导致宇称破坏则是很有可

1997-11-28收稿
* 国家教育委员会基金和中国科学院LWTZ1298资助

能的．采用这一假定，规范群 $SU(2)_L$将由同位旋 $SU(2)_I$取代，并且规范相互作用变成了没有反常和欧几里德空间问题的矢量型．此外，此时有了带静止质量的粒子，而且有幸的是，真空自发破缺能给出质量项的跷跷板(Seesaw)机制，于是手征粒子被划分成两个组，轻夸克具有小质量，而带与前者相反的手征性的重夸克具有大质量，其中静止质量在这两个组中导致混合．这个跷跷板机制使我们能够采用一个重要的假定，即强子是由轻夸克或强子性夸克构成的，而轻子是由重夸克或轻子性夸克构成的．但这样还不够，因为我们知道轻子是非常轻而微小的，为了能使这种重夸克形成如此束缚态，一个必要条件是要提供一种很强的而且是短程的相互作用．这里有两种机制，一种是把代的数目增加到 33 / 8 以上，但是考虑到三代的观察结果这种显然不能接受；另一种是将理论超对称化．我们将证明，后者在一圈近似下，三代就足以使渐近自由失效．这意味着当两个夸克之间的距离减小时，存在一种强相互作用，我们假定重夸克的束缚态是因这种强作用而形成．我们希望这种相互作用的力程非常短，只对重夸克起作用，而对轻夸克来讲，这种相互作用因对长的轻夸克的康普顿波长求平均而将明显减弱．这样就消除了构造轻子的新理论的一个理论障碍．当然，如何定义束缚态的一个精确场论的问题仍然没有解决．

在第 2 节，将从一个自由狄拉克理论开始，根据定域化或内部空间的广义相对论来构造一个规范理论，届时 Higgs 相互作用被加进来而没有宇称守恒，我们将表明这样一种跷跷板机制的可能性．第 3 节是超对称化．详细导出了夸克的质量谱．在一圈近似下给出了β_3函数，它表明三代是允许构造复合轻子理论的最少代数目．在末节简单讨论了这一理论的检验．

2 $SU(3)_C\times SU(2)_I\times U(1)_Y$ Seesaw机制

从具有整体$SU(3)_C\times SU(2)_I\times U(1)_Y$对称性的自由狄拉克粒子系统开始，

$$L_D^f=\bar{\psi}\,\mathrm{i}\hat{\partial}\,\psi+\bar{d}\,\mathrm{i}\hat{\partial}d+\bar{u}\,\mathrm{i}\hat{\partial}\,u-\bar{\psi}\,M_0\psi-\bar{u}M_{0\mathrm{u}}u-\bar{d}M_{0\mathrm{d}}d\,. \tag{1}$$

为了讨论方便，取ψ, u 和 d 的表示分别为(3, 2, 1 / 3)，(3, 1, 2 / 3)和(3, 1, − 1 / 3)，代的数目是任意的．再假定 M_0, $M_{0\mathrm{u}}$, $M_{0\mathrm{d}}$ 是正的非零对角矩阵．通过定域化或内部空间的广义相对论[12]，(1)式变成：

$$\begin{gathered}L_D=\bar{\psi}\,\mathrm{i}\hat{D}\psi+\bar{u}\mathrm{i}\hat{D}u+\bar{d}\,\mathrm{i}\hat{D}d-\bar{\psi}\,M_0\psi-\bar{u}M_{0\mathrm{u}}u-\bar{d}M_{0\mathrm{d}}d\,,\\ D_\mu=\partial_\mu+g_1\frac{Y}{2}A_{1\mu}+\mathrm{i}g_2t^iA_{2\mu}^i+\mathrm{i}g_3t^aA_{3\mu}^a\,.\end{gathered} \tag{2}$$

其中 Y, t^i, t^a分别是超荷、同位旋和颜色生成元算符，$A_{1\mu}$，$A_{2\mu}^i$，$A_{2\mu}^a$ 分别是 $U(1)_Y$, $SU(2)_I$和$SU(3)_C$的规范场．容易证明，(2)式满足等效性要求，即对一任意给出的时空点，总能找到一种规范，使得(2)式在这个点的邻近取(1)式的形式．(2)式表明规范相互作用不能产生宇称破坏．事实上，这是我们出发点(1)式的一个必然结果，也是我们的信念即每一个量子理论都具有一个经典极限的必然结果．与之相反，对无质量狄拉克粒子，则的确不存在经典极限．进而，如果(1)式中的场被代之以手征场，此时除了经典极限的问题之外，由于在欧几里德空间没有对应物存在[11]，使之也不满足公理化场论的要求．上述这些是我们

的基本出发点.

自然,下一个假定是:宇称不守恒唯一能来自 Higgs Yukawa 耦合. 一个二重态费米子可分解为:

$$\psi = \psi_{\rm L} + \Psi_{\rm R} = \begin{pmatrix} u_{\rm L} \\ d_{\rm L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{\rm L} \\ D_{\rm L} \end{pmatrix},$$

$$u = u_{\rm R} + U_{\rm L}, \quad d = d_{\rm R} + D_{\rm L}, \tag{3}$$

包括宇称不守恒的总拉格朗日为:

$$\begin{aligned} L_D = {} & \bar\psi_{\rm L} {\rm i}\hat D \psi_{\rm L} + \bar u_{\rm R} {\rm i}\hat D u_{\rm R} + \bar d_{\rm R} {\rm i}\hat D d_{\rm R} + \bar\Psi_{\rm R} {\rm i}\hat D \Psi_{\rm R} + \bar U_{\rm L} {\rm i}\hat D U_{\rm L} + \bar D_{\rm L} {\rm i}\hat D D_{\rm L} + (D^\mu\phi)^+ D_\mu\phi - \\ & V(\phi) - [\bar\psi_{\rm L} g_u {\rm i}\tau_2 \phi^* u_{\rm R} + \bar\psi_{\rm L} g_d \phi d_{\rm R} + \bar\Psi_{\rm R} G_{\rm u}^+ {\rm i}\tau_2\phi^* U_{\rm L} + \bar\Psi_{\rm R} G_{\rm d}^+ \phi D_{\rm L} + {\rm h.c.}] - \\ & [\bar\psi_{\rm L} M_0 \Psi_{\rm R} + \bar U_{\rm L} M_{0{\rm u}} u_{\rm R} + \bar D_{\rm L} M_{0{\rm d}} d_{\rm R} + {\rm h.c.}], \end{aligned} \tag{4}$$

其中

$$g_{\rm u} = g_{\rm u}^s - g_{\rm u}^p, \quad g_{\rm d} = g_{\rm d}^s - g_{\rm d}^p,$$

$$G_{\rm u}^+ = g_{\rm u}^s + g_{\rm u}^p, \quad G_{\rm d}^+ = g_{\rm d}^s - g_{\rm d}^p \tag{5}$$

自发破缺后,粒子获得非对角质量. 如果静止质量同这些非对角质量相比是小量,并且 $g_{\rm u}^s \approx g_{\rm u}^p$, $g_{\rm d}^s \approx g_{\rm d}^p$, 则存在一种跷跷板机制,即粒子被分为两组,轻夸克由小写字母表示而重夸克由大写字母表示,轻夸克和重夸克带有互为相反的手征性.

假定强子是由轻夸克或强子性夸克构成的,轻子是由重夸克或轻子性夸克构成的. 为了提供一种强的短程相互作用,必须将此理论超对称化.

3 超对称化

这个理论的超对称化是对最小超对称标准模型(MSSM)的直接扩充. 通过假定软超对称性破缺和 R 不变性[9],总拉格朗日为:

$$\begin{aligned} L_{\rm t} = {} & -\frac{1}{4} F_{1\mu\nu} F_1^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{2\mu\nu}^i F_2^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{3\mu\nu}^a F_3^{a\mu\nu} + \\ & \frac{1}{2} A_1 {\rm i}\partial \tilde A_1 + \frac{1}{2} A_2 {\rm i}D \tilde A_2 + \frac{1}{2} A_3 {\rm i}D\tilde A_3 + \bar\psi_{\rm L} {\rm i}D\psi_{\rm L} + \bar u_{\rm R} {\rm i}D u_{\rm R} + \bar d_{\rm R} {\rm i}D d_{\rm R} + \bar\Psi_{\rm R} {\rm i}D\Psi_{\rm R} + \\ & \bar U_{\rm L} {\rm i}DU_{\rm L} + \bar D_{\rm L} {\rm i}DD_{\rm L} + (D^\mu \tilde\psi_{\rm L})^+ D_\mu \tilde\psi_{\rm L} + (D^\mu \tilde u_{\rm R})^+ D_\mu \tilde u_{\rm R} + (D^\mu \tilde d_{\rm R})^+ D_\mu \tilde d_{\rm R} + \\ & (D^\mu \tilde\Psi_{\rm R})^+ D_\mu \tilde\Psi_{\rm R} + (D^\mu \tilde U_{\rm L})^+ D_\mu \tilde U_{\rm L} + (D^\mu \tilde D_{\rm L})^+ D_\mu \tilde D_{\rm L} + (D^\mu H_{\rm L})^+ D_\mu H_{\rm L} + \\ & (D^\mu H_{\rm R})^+ D_\mu H_{\rm R} + H_{\rm L} {\rm i}D\tilde H_{\rm L} + \bar{\tilde H}_{\rm R} {\rm i}D\tilde H_{\rm R} + {\rm i}\sqrt{2}\,(\tilde\psi_{\rm L}^+ A\psi_{\rm L} + \tilde u_{\rm R}^+ A u_{\rm R} + \tilde d_{\rm R}^+ A d_{\rm R} + \\ & \tilde\Psi_{\rm R}^+ A\Psi_{\rm R} + \tilde U_{\rm L}^+ AU_{\rm L} + \tilde D_{\rm L}^+ AD_{\rm L} + H_{\rm L}^+ A\tilde H_{\rm L} + H_R^+ A\tilde H_{\rm R} - {\rm h.c.}) - \\ & (\bar\psi_{\rm L} g_{\rm u} {\rm i}\tau_2 H_{\rm L}^* u_{\rm R} + \bar\psi_{\rm L} g_{\rm u} {\rm i}\tau_2 \tilde H_{\rm L}^* \tilde u_{\rm R} + \tilde\psi_{\rm L}^+ g_{\rm u} {\rm i}\tau_2 H_{\rm L}^* u_{\rm R} + \bar\psi_{\rm L} g_{\rm d} H_{\rm R} d_{\rm R} + \bar\psi_{\rm L} g_{\rm d} \tilde H_{\rm R} \tilde d_{\rm R} + \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} g_{\mathrm{d}} \tilde{\tilde{H}}_{\mathrm{R}} d_{\mathrm{R}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mu} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{R}} U_{\mathrm{L}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 \tilde{H}^*_{\mathrm{R}} \tilde{U}_{\mathrm{L}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{R}} \tilde{\tilde{U}}_{\mathrm{L}} + \\
&\tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{d}} H_{\mathrm{L}} D_{\mathrm{L}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{d}} \tilde{H}_{\mathrm{L}} \tilde{D}_{\mathrm{L}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{d}} \tilde{\tilde{H}}_{\mathrm{L}} D_{\mathrm{L}} + \mathrm{h.c}) - \\
&\Big(\bar{\psi}_{\mathrm{L}} M_0 \Psi_R + \bar{d}_{\mathrm{R}} M_{0\mathrm{d}} D_{\mathrm{L}} + \bar{u}_{\mathrm{R}} M_{0\mathrm{u}} U_{\mathrm{L}} + m_0 H_{\mathrm{L}} \tilde{H}_{\mathrm{R}} + \frac{1}{2} m^2_{\mathrm{LH}} H^+_{\mathrm{L}} H_{\mathrm{L}} + \\
&\frac{1}{2} \tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} m^2_{\mathrm{L}} \tilde{\tilde{\psi}}_{\mathrm{L}} + \frac{1}{2} \tilde{u}^+_{\mathrm{R}} m^2_{\mathrm{uR}} \tilde{u}_{\mathrm{R}} + \frac{1}{2} \tilde{d}^+_{\mathrm{R}} m^2_{\mathrm{dR}} \tilde{d}_{\mathrm{R}} + \frac{1}{2} \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} m^2_{\mathrm{R}} \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + \\
&\frac{1}{2} \tilde{U}^+_{\mathrm{L}} m^2_{\mathrm{uL}} \tilde{U}_{\mathrm{L}} + \frac{1}{2} \tilde{D}^+_{\mathrm{L}} m^2_{\mathrm{dL}} \tilde{D}_{\mathrm{L}} + \frac{1}{2} m^2_{\mathrm{RH}} H^+_{\mathrm{R}} H_{\mathrm{R}} + m^2 H^+_{\mathrm{L}} H_{\mathrm{R}} + \frac{\mu_1}{2} \tilde{\tilde{A}}_{1\mathrm{R}} \tilde{A}_{1\mathrm{L}} + \frac{\mu_2}{2} \tilde{\tilde{A}}_{2\mathrm{R}} \tilde{A}_{2\mathrm{L}} + \\
&\frac{\mu_3}{2} \tilde{\tilde{A}}_{3\mathrm{R}} \tilde{A}_{3\mathrm{L}} + \mathrm{h.c.}\Big) - (\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} f_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{L}} \tilde{u}_{\mathrm{R}} + \tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} f_{\mathrm{d}} H_R \tilde{d}_{\mathrm{R}} + \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} F_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{R}} \tilde{U}_{\mathrm{L}} + \\
&\tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} F_{\mathrm{d}} \mathrm{i}\tau_2 H_{\mathrm{L}} \tilde{D}_{\mathrm{L}} + \mathrm{h.c.}) - \frac{g_1^2}{8} (\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} Y \tilde{\psi}_{\mathrm{L}} - \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} Y \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + \tilde{U}^+_{\mathrm{L}} Y \tilde{U}_{\mathrm{L}} - \tilde{u}^+_{\mathrm{R}} Y \tilde{u}_{\mathrm{R}} + \tilde{D}^+_{\mathrm{L}} Y \tilde{D}_{\mathrm{L}} - \\
&\tilde{d}^+_{\mathrm{R}} Y \tilde{d}_{\mathrm{R}} + H^+_{\mathrm{L}} Y H_{\mathrm{L}} - H^+_{\mathrm{R}} Y H_{\mathrm{R}})^2 - \frac{g_2^2}{8} (\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} \tau_i \tilde{\psi}_{\mathrm{L}} - \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} \tau_i \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + H^+_{\mathrm{L}} \tau_i H_{\mathrm{L}} - H^+_{\mathrm{R}} \tau_i H_{\mathrm{R}})^2 - \\
&\frac{g_3^2}{8} (\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} \lambda^a \tilde{\psi}_{\mathrm{L}} - \tilde{u}^+_{\mathrm{R}} \lambda^a \tilde{u}_{\mathrm{R}} - \tilde{d}^+_{\mathrm{R}} \lambda^a \tilde{d}_{\mathrm{R}} - \tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} \lambda^a \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + \tilde{U}^+_{\mathrm{L}} \lambda^a \tilde{U}_{\mathrm{L}} + \tilde{D}^+_{\mathrm{L}} \lambda^a \tilde{D}_{\mathrm{L}})^2 - \\
&(g_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{L}} \tilde{u}_{\mathrm{R}} + g_{\mathrm{d}} H_{\mathrm{R}} \tilde{d}_{\mathrm{R}} + M_0 \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}})^+ (\mathrm{h.c.}) - (G^+_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{R}} \tilde{U}_{\mathrm{L}} + G^+_{\mathrm{d}} H_{\mathrm{L}} \tilde{D}_{\mathrm{L}} + \\
&M_0 \tilde{\psi}_{\mathrm{L}})^+ (\mathrm{h.c.}) - ((\mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{L}})^+ g_{\mathrm{u}}^+ \tilde{\psi}_{\mathrm{L}} + M_{0\mathrm{u}} \tilde{U}_{\mathrm{L}})^+ (\mathrm{h.c.}) - ((\mathrm{i}\tau_2 H^*_{\mathrm{R}})^+ G_{\mathrm{u}} \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + \\
&M_{0\mathrm{u}} \tilde{u}_{\mathrm{R}})^+ (\mathrm{h.c.}) - (H^+_{\mathrm{R}} g^+_{\mathrm{d}} \tilde{\psi}_{\mathrm{L}} + M_{0\mathrm{d}} \tilde{D}_{\mathrm{L}})^+ (\mathrm{h.c.}) - (H^+_{\mathrm{L}} G_{\mathrm{d}} \tilde{\Psi}_{\mathrm{R}} + M_{0\mathrm{d}} \tilde{d}_{\mathrm{R}})^+ (\mathrm{h.c.}) - \\
&(\tilde{\psi}^+_{\mathrm{L}} \mathrm{i}\tau_2 g_{\mathrm{u}} \tilde{u}_{\mathrm{R}} + \tilde{D}^+_{\mathrm{L}} G_{\mathrm{d}} \tilde{\Psi}^T_{\mathrm{R}} + m_0 H^T_{\mathrm{R}})(\mathrm{h.c.}) - (\tilde{\Psi}^+_{\mathrm{R}} G^+_{\mathrm{u}} \mathrm{i}\tau_2 \tilde{U}_{\mathrm{L}} + \tilde{d}^+_{\mathrm{R}} g^+_{\mathrm{d}} \tilde{\psi}^T_{\mathrm{L}} + \\
&m^*_0 H^T_{\mathrm{L}})(\mathrm{h.c.}) \ ,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

其中

$$
\tilde{A} = \frac{g_1}{2} Y \tilde{A}_1 + g_2 t^i \tilde{A}^i_2 + g_3 t^a \tilde{A}^a_3 \ , \tag{7}
$$

所用符号都是按惯例,如带有"～"符号的,代表原来粒子的伙伴.

自发破缺后,其细节参见文献[9],得到夸克的质量项:

$$
\begin{aligned}
L^{\mathrm{q}}_m = &-\begin{pmatrix} \overline{u_{\mathrm{L}}} \\ \overline{U_{\mathrm{L}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{\mathrm{u}} v_{\mathrm{L}} / \sqrt{2} & M_0 \\ M_{0\mathrm{u}} & G_{\mathrm{u}} v_{\mathrm{R}} / \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\mathrm{R}} \\ U_{\mathrm{R}} \end{pmatrix} - \\
&\begin{pmatrix} \overline{d_{\mathrm{L}}} \\ \overline{D_{\mathrm{L}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{\mathrm{d}} v_{\mathrm{R}} / \sqrt{2} & M_0 \\ M_{0\mathrm{d}} & G_{\mathrm{d}} v_{\mathrm{L}} / \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{\mathrm{R}} \\ D_{\mathrm{R}} \end{pmatrix} - \mathrm{h.}c. \ ,
\end{aligned}
\tag{8}
$$

(8)式能写成

$$
L^{\mathrm{q}}_m = \bar{q}_{\mathrm{u}} V^+_{\mathrm{u}} \beta_5 m_{\mathrm{u}} V_{\mathrm{u}} q_{\mathrm{u}} - \bar{q}_{\mathrm{d}} V^+_{\mathrm{d}} \beta_5 m_{\mathrm{d}} V_{\mathrm{d}} q_{\mathrm{d}} \ , \tag{9}
$$

其中

$$q_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix}u_{\mathrm{L}}\\U_{\mathrm{L}}\\u_{\mathrm{R}}\\U_{\mathrm{R}}\end{pmatrix},\quad q_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix}d_{\mathrm{L}}\\D_{\mathrm{L}}\\d_{\mathrm{R}}\\D_{\mathrm{R}}\end{pmatrix},\quad V_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix}V_{\mathrm{uL}}&0\\0&V_{\mathrm{uR}}\end{pmatrix},$$

$$V_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix}V_{\mathrm{dL}}&0\\0&V_{\mathrm{dR}}\end{pmatrix},\ \beta_5=\begin{pmatrix}0&I\\I&0\end{pmatrix},$$

$$m_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix}m_{\mathrm{u}}&0&0&0\\0&M_{\mathrm{u}}&0&0\\0&0&m_{\mathrm{u}}&0\\0&0&0&M_{\mathrm{u}}\end{pmatrix},\quad m_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix}m_{\mathrm{d}}&0&0&0\\0&M_{\mathrm{d}}&0&0\\0&0&m_{\mathrm{d}}&0\\0&0&0&M_{\mathrm{d}}\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}g_{\mathrm{u}}v_{\mathrm{L}}/\sqrt{2}&M_0\\M_{0\mathrm{u}}&G_{\mathrm{u}}v_{\mathrm{R}}/\sqrt{2}\end{pmatrix}=V_{\mathrm{uL}}^{+}\begin{pmatrix}m_{\mathrm{u}}&0\\0&M_{\mathrm{u}}\end{pmatrix}V_{\mathrm{uR}},$$

$$\begin{pmatrix}g_{\mathrm{d}}v_{\mathrm{R}}/\sqrt{2}&M_0\\M_{0\mathrm{d}}&G_{\mathrm{d}}v_{\mathrm{L}}/\sqrt{2}\end{pmatrix}=V_{\mathrm{dL}}^{+}\begin{pmatrix}m_{\mathrm{d}}&0\\0&M_{\mathrm{d}}\end{pmatrix}V_{\mathrm{dR}},\tag{10}$$

其中 $m_{\mathrm{u(d)}}$, $M_{\mathrm{u(d)}}$是正的对角矩阵，$V_{\mathrm{u(d)\,L}}$, $V_{\mathrm{u(d)\,R}}$是幺正矩阵. 从(8)式可见，在强子性夸克和轻子性夸克之间的混合全来自静质量，也可以说重子数不守恒本质上是一种Higgs效应. 由于重子和轻子是低能束缚态动力学现象，显然它们的区别在高能时不会出现，同时，在高能时自然界恢复了手征性的左和右二者之间的对称[11].

按照过去的经验，通过假定 $g_{\mathrm{u(d)}}$, $G_{\mathrm{u(d)}}$是近似正对角的，以及 M_0、$M_{0\mathrm{u(d)}}$与 $g_{\mathrm{u}}v_{\mathrm{L}}$, $g_{\mathrm{d}}v_{\mathrm{R}}$, $G_{\mathrm{u}}v_{\mathrm{R}}$, $G_{\mathrm{d}}v_{\mathrm{L}}$相比是小量，则能简化(8)，(9)和(10)式. 做一些幺正变换后，(8)式的近似表式可通过如下替代而得到.

$$q_{\mathrm{u}}=\begin{pmatrix}u_{\mathrm{L}}\\U_{\mathrm{L}}\\u_{\mathrm{R}}\\K^{+}U_{\mathrm{R}}\end{pmatrix},\quad q_{\mathrm{d}}=\begin{pmatrix}k^{+}d_{\mathrm{L}}\\D_{\mathrm{L}}\\d_{\mathrm{R}}\\D_{\mathrm{R}}\end{pmatrix},$$

$$V_{\mathrm{u(d)L(R)}}=\begin{pmatrix}C_{\mathrm{u(d)L(R)}}&S_{\mathrm{u(d)L(R)}}\\-S_{\mathrm{u(d)L(R)}}&C_{\mathrm{u(d)L(R)}}\end{pmatrix},\tag{11}$$

其中 k和 K都是K-M矩阵，它们分别引起强子性夸克和轻子性夸克代之间的变换，V是区块对角矩阵，由它们引起强子性夸克和轻子性夸克之间的变换或说重子数不守恒的变换.

这里也有一个附加的限制:

$$m_u C_{uL} S_{uR} - m_d C_{dL} S_{dR} = M_u S_{uL} C_{uR} - M_d S_{dL} C_{dR}. \tag{12}$$

标量夸克(squarks)的质量项由于软破缺而变得更为复杂,这里不详细讨论,但它仍能表示为:

$$L_m^{\tilde{q}} = -\tilde{q}_u^+ \tilde{V}_u^+ \tilde{m}_u^2 \tilde{V}_u \tilde{q}_u - \tilde{q}_d^+ \tilde{V}_d^+ \tilde{m}_d^2 \tilde{V}_d \tilde{q}_d , \tag{13}$$

其中

$$\tilde{q}_u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{U}_L \\ \tilde{u}_R \\ \tilde{U}_R \end{pmatrix}, \quad \tilde{q}_d = \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{D}_L \\ \tilde{d}_R \\ \tilde{D}_R \end{pmatrix},$$

$$\tilde{m}_u^2 = \begin{pmatrix} \tilde{m}_{uL}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{M}_{uL}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{m}_{uR}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{M}_{uR}^2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{m}_d^2 = \begin{pmatrix} \tilde{m}_{dL}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{M}_{dL}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{m}_{dR}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{M}_{dR}^2 \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$\tilde{m}^2_{u(d)L(R)}$, $\tilde{M}^2_{u(d)L(R)}$ 都是正对角矩阵. 一般,幺正的 $\tilde{V}_u$和 $\tilde{V}_d$ 没有在夸克情形下所有的那种区块对角结构.

下一步研究强相互作用的高能行为. 从总拉格朗日中抽出与 $SU(3)_C$有关的部分,并且也保留其他相互作用的非微扰项,于是有:

$$L^{QCD} = -\frac{1}{4}F^a_{3\mu\nu}F_3^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}\bar{\tilde{A}}_3 \mathrm{i}\hat{D}\tilde{A}_3 + \bar{q}_u \mathrm{i}\hat{D} q_u + \bar{q}_d \mathrm{i}\hat{D} q_d +$$

$$(D^\mu \tilde{q}_u)^+ D_\mu \tilde{q}_u + (D^\mu \tilde{q}_d)^+ D_\mu \tilde{q}_d - \frac{g_3^2}{8}(\tilde{q}_u^+ \beta \lambda^a \tilde{q}_u + \tilde{q}_d^+ \beta \lambda^a \tilde{q}_d)^2 +$$

$$\frac{\mathrm{i}g_3}{\sqrt{2}}(\tilde{q}^+ T_u \bar{\tilde{A}}{}^a_3 \lambda^a q_u + \tilde{q}_d^+ \bar{\tilde{A}}{}^a_3 \lambda^a q_d - \mathrm{h.c.}) -$$

$$\frac{\mu_3}{2}\bar{\tilde{A}}_3\tilde{A}_3 - \bar{q}_u \beta_5 m_u q_u - \bar{q}_d \beta_5 m_d q_d - \tilde{q}_u^+ \tilde{m}_u^2 \tilde{q}_u - \tilde{q}_d^+ \tilde{m}_d^2 \tilde{q}_d , \tag{15}$$

其中 g_u, g_d取(10)式的形式, D_μ 只含 $A^a_{s\mu}$ 项,

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad T_u = \tilde{V}_u^+ V_u, \quad T_d = \tilde{V}_d^+ V_d . \tag{16}$$

强相互作用的高能行为是由β_3函数确定的. 在超对称的情形, $\tilde{V}_u = V_u$, $\tilde{V}_d = V_d$, 并且粒子的质量等于它的伙伴粒子,所以重整化计算能在一个已知的方法里进行. 然而,由于超对称性软破缺,这些关系式不复存在,重整化计算因夸克–标量夸克–胶子伴子(gluino)顶角项而变得非常复杂. 不过,如果选择胶子自能、鬼自能和鬼顶角去计算β_3函

数的单圈近似，就没有这些麻烦，得到

$$\beta_3^{(1)} = -\frac{11}{6}C_2(G) + \frac{1}{3}C_2(G) + \frac{2}{3}T(R)N_F^q + \frac{1}{3}T(R)N_F^{\tilde{q}}, \tag{17}$$

等式右边 4 项依次来自胶子、胶子伴子、夸克和标量夸克的贡献，第二项只在 gaugino 粒子阈之上才有贡献．$C_2(G)$，$T(R)$是一个固定数，如对 $SU(3)$：$C_2(G) = 3$，$T(R) = \frac{1}{2}$．N_F^q，$N_F^{\tilde{q}}$ 的数值是取决于能量的取值．(17)式告诉我们，β_3函数是如何取决于粒子阈的．容易看到渐近自由将最终对三代失效，这是因为 MSSM 的粒子数对 SM 来讲是双倍[13]，而我们理论里的粒子数是 MSSM 的 2 倍，是 SM 的 4 倍，并且所有物质场的效应都加强了这种相互作用．这就使得关于轻子是具有与普通夸克相反手征性的重夸克的束缚态的必要条件，有着比较圆满的论证．

4 讨论

通过纯理性的观察，我们给出了一个 $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$复合轻子理论．在某种意义上讲，它实现了强子和轻子的统一，此时 SM 是作为一种低能有效理论来考虑的．这种复合轻子的图像与已知的模型[14]很不一样，其差别在高能时能显示出来；K-M 矩阵将偏离 SM 中的；α_3终将随着能量增大；轻子应有激发态，尽管至今关于轻子复合性的许多实验[15]仍未发现与 SM 的任何偏离．我们相信，SM 与 HERA 和 LHC 实验的差异终将会观察到．理论上，这里有许多工作需要做，例如，重整化计算可以提供检验，尤其是能量低于新粒子的阈时的计算；对宇宙学会有哪些新效应，等等．

参 考 文 献

[1] Lee T D, Yang C N. Phys. Rev., 1956, **104**:254
Wu C S et al. Phys. Rev., 1957, **105**:1413

[2] Lee T D, Yang C N. Phys. Rev., 1957, **105**:1671

[3] Landau L D. Nucl. Phys., 1957, **3**:127

[4] Salam A. Nuovo Cimento, 1957, **51**:209

[5] Feynman R P, Gell-Mann M. Phys. Rev., 1958, **109**:193

[6] Sudarshan E C G, Marshak R E. Phys. Rev., 1958, **109**:1860

[7] Glashow S L. Nucl. Phys., 1961, **22**:579; Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 1967, **19**:1264; Salam A. in Elementary Particles Theory, ed. Svartholm N (Almquist and Wiksells, Stockholm, 1969:367)

[8] Georgi H, Glashow S L. Phys. Rev. Lett., 1974, **32**:438

[9] Haber H E, Kane G L, Phys. Rep., 1985, **C117**:75 and the references therein.

[10] Liu Y Y, Jing X D, Zhou J G. Nuovo. Cimento, 1995, **A108**:167—174, 1457—1466;
Commun. Theor. Phys., 1995, **24**:469—474; High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, **20**: 900—912
(刘耀阳，江向东，周剑歌．高能物理与核物理，1996，**20**:900—912):ibid. (in English), 1997, **20**:339—351

[11] Coleman S. in The Uses of Instantions. In:Intern. School of Subnuclear Physics, Etore Majorana. 1979, 1977; Ramond P. in Field Theory, Benjamin / Comming Pub. Comp. 1981

[12] Yang C N, Mills R L. Phys. Rev., 1954, **96**:191; Faddeev L D, Slavnov A A. in Gauge Fields,

Benjamin / Comming Pub. Comp. 1980; Liu Y Y. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1982, **6**:17
(刘耀阳，高能物理与核物理，1982，**6**:17)
[13] Gross D, Wilczek F. Phys. Rev., 1973, **D8**:3633
Einhorn M B, Jones D R T. Nucl. Phys., 1982, **B169**:475
[14] Harari H. in Proc. of the Solvay Conf. on Phys. of the Uni. of Texas, Austin, U.S.A.1982 or Phys. Rep., 1984, **104**:159, and references therein
[15] For reviews see "Review of Particle Physics", Particle Data Group, Phys. Rev., 1996, **D54**:699

$SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ Theory of Composite Leptons*

Liu Yaoyang　Sun Lazhen

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

Jiang　Xiangdong

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract　Assuming Higgs Yukawa coupling to be the only origin of parity non-conservation, an $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ theory of composite leptons is established in the Scheme of three generations and supersymmetry.

Key words　parity non-conservation, composite leptons, supersymmetry

Received 28 November 1997

* Supported by the National Educational Committee Foundation of China, and partially by grant LWTZ-1298 of the Chinese Academy of Sciences