

离子俘获的线性理论及其应用

张 闯

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 从线性理论出发,研究了电子束团在储存环里均匀分布和束团串两种情况下离子俘获的条件;在离子系统里引入 Twiss 参量,推导出电子束团串俘获离子的阈值流强的公式;并以此讨论北京正负电子对撞机(BEPC)在同步辐射专用运行时观察到的电子束流现象,提出采用束团串运行来克服 BEPC 中的束流寿命下降.

关键词 离子俘获 束流寿命 线性理论 Twiss 参量

在电子储存环里,束流在真空盒中运动时将使残余气体分子发生电离而形成离子.在电子束团势阱的作用下,离子的运动有可能是稳定的,即在电子束流轨道附近作稳定振荡,这就是离子俘获^[1].轨道附近离子的数量大到一定程度,就会明显扰动电子束的运动,一个直接的效应就是引起电子束流寿命下降. BEPC 在对撞运行时,低速运动的离子受到正负电子交替作用互相抵消.而在同步辐射专用模式工作时,采用单电子束流运行,就有可能发生离子俘获.

1 离子俘获

1.1 离子的产生

在真空度为 p 的真空盒里,残余空气的平均密度约为

$$n(\text{m}^{-3}) = \frac{p}{kT} = 2.41 \times 10^{20} p(\text{Pa}), \quad (1)$$

式中, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ 为波尔兹曼常数, T 为绝对温度,计算中取 $T = 300\text{K}$.束流中每个电子使残余气体分子电离的离子生成率 dN/dt 正比于气体密度 n 和反应截面 σ :

$$\frac{dN}{dt} = c\sigma \cdot n, \quad (2)$$

这里 c 为光速.反应截面 σ 与气体种类有关,对于加速器的真空盒中残余气体的两种最主要的成分 H_2 和 CO ,反应截面分别为 $\sigma_{\text{H}_2^+} = 3.5 \times 10^{-19} \text{cm}^2$ 和 $\sigma_{\text{CO}^+} = 1.5 \times 10^{-18} \text{cm}^2$, 设 $p =$

$1 \times 10^{-7} \text{Pa}$, 由式(1)和(2)可得,

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{H}_2^+} = 0.253\text{s}^{-1}, \quad \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{CO}^+} = 1.09\text{s}^{-1},$$

可见对于给定的真空度 p , CO^+ 的产率比 H_2^+ 高 3.3 倍, 故在以下的讨论中将主要考虑 CO^+ 离子.

1.2 离子的逃逸

可以认为, 离子生成时处于热运动状态, 其最大平均动能

$$W = \frac{3kT}{2} = \frac{1}{2} m_i v^2, \quad (3)$$

式中, m_i 为离子的质量, v 是其最大平均速度. 由式(3)容易得到

$$v(\text{m/s}) = \sqrt{\frac{3kT}{m_i}} = 2726M^{-1/2}, \quad (4)$$

假定 $T = 300\text{K}$, M 为离子量, 代入 $M_{\text{H}_2^+} = 2$ 和 $M_{\text{CO}^+} = 28$, 可得 H_2^+ 和 CO^+ 的平均速度分别为 1927m/s 和 515m/s . 对于移动 BEPC 中束团垂直尺寸的典型值 1mm , H_2^+ 和 CO^+ 所需时间分别约为 $0.5\mu\text{s}$ 和 $2\mu\text{s}$, 即与束团旋转周期相当. 因此, 离子生成后还来不及从电子轨道上逃开就会遭遇到下一个电子束团电磁场的作用.

1.3 束-离透镜

电子束团对于离子的电磁作用可以束-离透镜来描述. 在一般情况下, 这是一种非线性的厚透镜, 但由于电子束团的长度远小于其间隔, 薄透镜描述通常是足够好的, 而线性近似则能简洁地表示问题的基本方面. 与对撞机中的束-束相互作用相类似, 束-离透镜的强度可写为

$$K_{x,y} = -\frac{2N_e r_i}{\gamma_i [\sigma_x (\sigma_x + \sigma_y)]_e}, \quad (5)$$

这里, N_e 为电子束团中粒子的数目, σ_x 和 σ_y 分别为电子束水平和垂直方向尺寸, r_i 为离子经典半径, γ_i 为离子相对性能量. 由于离子和电子所带的电荷相反, 离子受聚焦作用, 式中 $K_{x,y}$ 为负值.

$$r_i = \frac{e^2}{m_i c^2} = \frac{e^2}{m_p c^2} \frac{m_p}{m_i} = \frac{r_p}{M}, \quad \gamma_i \approx 1,$$

r_p 为质子经典半径, 可得

$$K_{x,y} = -\frac{2N_e r_p}{M \sigma_x (\sigma_x + \sigma_y)}. \quad (6)$$

这样, 离子俘获问题就可转化为纵向“静止”的离子在运动的电子束团透镜聚焦作用下的横向运动的稳定性问题. 显然, 这个稳定性与电子束团在环上的分布有关.

1.4 离子俘获和束流寿命

离子俘获将引起电子束流轨道附近的局部真空度变坏,从而使束流寿命下降. 流强为 I_b 的电子束在初始真空度为 p_0 的真空盒内经时间间隔 Δt 产生离子的平均密度为

$$n_i = \frac{N_e}{4\pi\sigma_x\sigma_y C} \frac{dN}{dt} \Delta t = \frac{I_b}{4\pi ec\sigma_x\sigma_y} \frac{dN}{dt} \Delta t, \quad (7)$$

N_e 为束流中的电子数. 由于存在离子之间的空间电荷和其它效应,离子密度随时间的增大将趋于饱和,仔细的计算需要对离子产生和损失的各个过程进行模拟,作为估算,这里取 $\Delta t = 10\text{s}$. 对于 $I_b = 30\text{mA}$, $\sigma_x \times \sigma_y = 1\text{mm}^2$, $p = 1 \times 10^{-7}\text{Pa}$, 考虑 CO^+ 离子,由式(1)、(2)和(7)可算得离子引起的局部真空度为

$$p_i = \frac{n_i}{2.41 \times 10^{13}} = 2.2 \times 10^{-8}\text{Pa}.$$

这将引起束流寿命的下降.

1.5 避免离子俘获的方法

离子俘获将引起束流寿命的下降,在运行中必须采取措施加以克服. 根据以上讨论,可以从减少离子和改变束流势阱两个方面着手,具体的方法有:提高真空度;加离子清洗电极;采用正电子运行;选择不利于离子俘获的电子束团分布等. 对于 BEPC,前三个方法的实施都有一定困难,而利用定时系统的灵活性,可以在储存环注入时选择所需要的束团分布.

2 均匀分布束团的离子俘获

在束团在环上均匀分布的情况下,在位置 s 的离子受到电子束团周期性的聚焦作用,相当于 FO 聚焦结构,其一个周期的横向振荡转换矩阵为:

$$M_{\text{FO}} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + K \cdot l & l \\ K & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

式中, $l = C / N_b$ 为相邻束团之间的间隔, C 为环的周长, N_b 为束团数目. 由式(8)和式(6)容易求得矩阵 M_{FO} 的迹

$$\text{Tr}_{x,y}(M_{\text{FO}}) = 2 + K \cdot l = 2 - \frac{2I_b r_p C^2}{Mec\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y) N_b^2}, \quad (9)$$

这里, $I_b = N_b \cdot e f_0 N$ 为电子束流强度, e 是电子电荷, f_0 为旋转频率. 当 $|\text{Tr}(M)| < 2$ 时,离子横向运动是稳定的,即离子被电子束团的势阱所俘获. 由式(9)可得均匀分布的 N_b 个电子束团俘获离子的阈值流强

$$I_{\text{th},x,y} = \frac{2ecM\sigma_{x,y}(\sigma_x + \sigma_y)}{r_p C^2} N_b^2. \quad (10)$$

由(10)式可见,在均匀分布情况下离子俘获的阈值流强随束团数目的平方增加,低于这个阈值,即发生离子俘获,使电子束寿命下降. 这与通常发生于某一阈值流强以上的其它类型的束流不稳定性不同. 在(10)式中, σ_x 和 σ_y 在环上不同 s 处的值各不相同,因此 I_{th} 也是 s 的函数. 在计算中,用 $\sigma = (\epsilon\beta + \eta^2\delta^2)^{1/2} \approx (\epsilon \cdot R / v + \eta^2\delta^2)^{1/2}$ 来近似, ϵ 为束流横向发射度, β 为包络函数, η 为色散函数, δ 为束流能散, $R = C / 2\pi$ 为环的平均半径. 对于 BEPC,束流自然发射度 $\epsilon_{x0} = 7.6 \times 10^{-7} \text{m} \cdot \text{rad}$, η_x 的平均值约为 0.5m, $\eta_y = 0$,取耦合系数 $\kappa = \epsilon_y / \epsilon_x = 0.1$,考虑产生率较高的 CO^+ ($M = 28$),由式(10)可得

$$I_{th, x} = 16.5 \cdot N_b^2; I_{th, y} = 6.25 \cdot N_b^2. \quad (11)$$

由于 $\sigma_y < \sigma_x$,故 $I_{th, y} < I_{th, x}$,即离子在垂直方向的俘获起主要作用. 图 1 给出了均匀分布情况下离子俘获的阈值流强随束团数目变化的曲线,可见 I_{th} 随 N_b 的增加而迅速提高. 当 $N_b = 2$ 时, $I_{th} \approx 25 \text{mA}$ 与 BEPC 实际运行中观察到的束流寿命下降的流强值相吻合. 调整斜四极子励磁电流以改善束流寿命,可解释为使耦合系数 κ 改变从而束团尺寸变化,由(10)式知阈值流强将因此而变化;而开启冲击磁铁则可改变束团的横向位置,使离子受到的势阱作用变化.

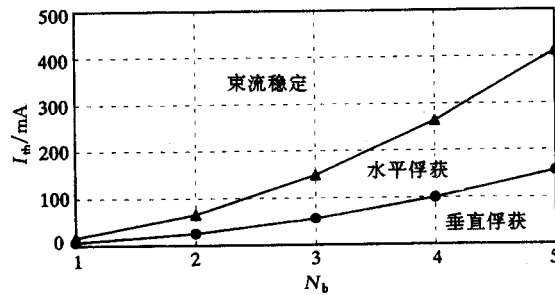


图1 均匀分布束团俘获离子的阈值流强随束团数目的变化

BEPC 目前的工作流强为 20—80mA,在 $N_b = 2$ 时可选择较高的流强区运行. 但有些实验要求用同一束流长时间连续用光,而在均匀分布情况下增加束团数目来提高工作流强又将遇到离子俘获阈值流强按平方增加的困难. 这就促使我们转向研究非均匀分布束团的情形.

3 束团串的离子俘获

最常见的非均匀分布是束团串. 为研究方便,假定在束团串中的各束团的间隔和粒子数相等,每圈有一个束团串. 在这样的情况下,在电子束旋转一圈里,粒子先受到一组周期性的聚焦作用,接着是一个间隙,相当于 N_b 个 FO 周期性加一个长 $(C - N_b \cdot l)$ 的漂移节的聚焦结构. 束团串中以每个束团中点为对称的小周期的转换矩阵为

$$M_b = \begin{pmatrix} 1 & l/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ K & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + Kl/2 & l + Kl^2/4 \\ K & 1 + Kl/2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

通常有 $2 > \text{Tr}(M_b) = 2 + Kl > -2$, 可以引入 Twiss 符号^[2]:

$$\cos\phi = 1 + Kl / 2,$$

$$\beta = -\sin\phi / K = \frac{l \sin\phi}{2(1 - \cos\phi)} = \frac{l \cdot \text{ctg}(\phi / 2)}{2}, \quad (13)$$

从而得到整个束团串的转换矩阵为

$$M_{N_b} = \begin{pmatrix} \cos(N_b\phi) & \beta \sin(N_b\phi) \\ -\sin(N_b\phi) / \beta & \cos(N_b\phi) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

全环的转换矩阵则可写为

$$M = M_L \cdot M_{N_b} = \begin{pmatrix} 1 & C - N_b l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(N_b\phi) & \beta \sin(N_b\phi) \\ -\sin(N_b\phi) / \beta & \cos(N_b\phi) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \cos(N_b\phi) - (C - N_b l) \sin(N_b\phi) / \beta & \beta \sin(N_b\phi) + (C - N_b l) \cos(N_b\phi) \\ -\sin(N_b\phi) / \beta & \cos(N_b\phi) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

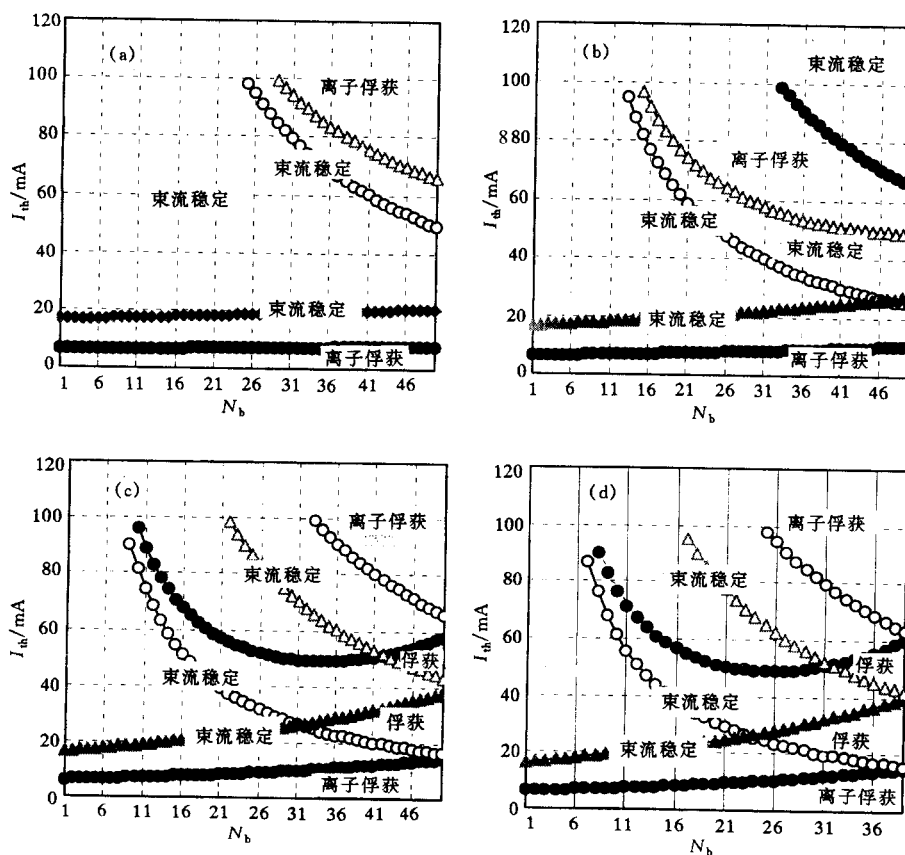


图2 束团串俘获离子的阈值流强随束团数目的变化

(a) $m=1$; (b) $m=2$; (c) $m=3$; (d) $m=4$.

由式(15)即可得到矩阵 M 的迹

$$\begin{aligned} \text{Tr}(M) &= 2\cos(N_b\phi) - (C - N_b l) \sin(N_b\phi) / \beta \\ &= 2\cos(N_b\phi) - 2(h / m - N_b)\text{tg}(\phi / 2)\sin(N_b\phi), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $h = f_r / f_0$ 为高频谐波数, f_r 为高频频率, $m = l / \lambda_r = l \cdot h / C$ 为束团串中每一个周期中包含的高频周期数, 为以高频稳定区为单位的束团间距. 基于式(16), (13)和(6), 由 $|\text{Tr}(M)| < 2$, 即可求得均匀束团串离子俘获的阈值流强.

由式(16)计算 BEPC($h = 160$, $\varepsilon_{x0} = 7.6 \times 10^{-7} \text{m} \cdot \text{rad}$, $\kappa = 0.1$, $M = 28$) 在束团串情况下, 不同束团数目 N_b 的和各种束团间隔 ($m = 1, 2, 3, 4$) 时离子俘获的阈值流强, 结果示于图 2. 图中, 圆形点代表垂直方向的阈值点, 三角形点为水平方向阈值; 其中, 实心点表示下阈值, 即低于此值时发生离子俘获, 空心点为上阈值. 由式(16)知, $|\text{Tr}(M)| < 2$ 是一个超越方程, 束团串离子俘获存在多个阈值, 束流寿命将呈交替变化. 由于束团在水平和垂直方向的尺寸不同, 故在两个方向上俘获粒子的阈值也不同, 从而使束流的稳定区增大(见图 2). 从图 2 中还可以看出, 当束团接近或达到均匀分布时, 上下两条阈值线互相靠近 ($m = 3$, $N_b \approx 53$, 图 2(c)) 或交汇到一点 ($m = 4$, $N_b = 40$, 图 2(d)), 离子俘获的阈值由式(10)确定(见图 1), 即在很大的流强范围内束流是不稳定的. 由此可见, 束团串的非均匀性破坏了离子稳定运动的条件, 有助于在实际工作的流强范围内避免离子俘获.

4 讨论

BEPC 在同步辐射专用模式工作时, 采用单电子束流运行, 目前的工作能量为 2.2 GeV, 峰值流强约为 80 mA. 在运行中, 经常发生束流寿命从正常的 8—10 小时下降到 1 小时以下的情况. 在采用束团串代替均匀分布的两个束团运行中, 试验了相距二、四、六和八个高频周期(即 $m = 2, 4, 6, 8$) 的两个束团组成的束团串, 其中最常用的是 $m = 8$. 实验结果表明, 采用束团串运行后, 束流寿命下降的情况明显减少; 有时仍会发现寿命下降到 2 小时以下, 但或能自动恢复, 或可调整斜四极子和其它参量加以克服. 在这一点上, 理论和实验基本相符, 但仍有差别. 对于采用束团串时仍随机存在的束流寿命下降, 可解释为局部的离子俘获, 因为环上存在某些束团尺寸较大而真空度又较差的区段. 此外, 线性理论的误差也可能是造成与实验部分不一致的原因. 实际上, 电子束团的电场包含丰富的非线性, 用一个线性四极子来代替只是一个近似. 如果离子相对于电子轨道的位移能与束团尺寸相比拟, 非线性效应将变得不可忽略. 特别是在存在较大的束团间隙的情况下, 线性近似将带来较大的误差. 进一步的研究将考虑非线性效应、改进现有模型, 采用计算机模拟, 并与实验结果相对照.

作者衷心感谢 BEPC 运行组同事的愉快合作和储存环室物理组同事的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] Poncet A. Ion Trapping and Cleaning, Proc. 1989 CERN Acc. School, CERN 90-04 (1990)
[2] Courant E D, Snyder H. Ann. Phys., 1958, 3:1

Linear Theory of Ion Trapping and Its Application

Zhang Chuang

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

Abstract The conditions for ion trapping are studied in the case of uniformly distributed electron bunches and bunch trains in storage rings based on the linear theory. The formulas of the threshold current for ion trapping are derived by means of the Twiss parameters in the ion focused system. Based on the theory, the beam behavior observed in the dedicated synchrotron radiation operation of the Beijing Electron-Positron Collider (BEPC) is discussed. It is proposed to apply the bunch train in the BEPC storage ring in order to overcome the beam lifetime drop during the single electron beam operation.

Key words ion trapping, beam lifetime, linear theory, Twiss parameters