

超形变原子核全同带的判断与 角动量增量顺排量子化*

沈彩万¹ 罗文东² 陈永寿^{1,1)}

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (中南工业大学物理系 长沙 410000)

摘要 给出了一个新的从能量角度判断超形变带全同带的方法,并运用这种方法分析了100多条超形变带.给出了全同带数目随判断参数的变化关系.还引进了量子化区间的概念,从统计角度分析角动量增量顺排的量子化问题,得出了全同带增量顺排随判据加严而趋向于量子化的性质,而正常形变全同带则不具有这一性质.讨论了新方法 with 粒子转子模型之间的关系.

关键词 超形变带 全同带 角动量增量顺排 量子化

1 引言

自从在 $A = 150$ 区的超形变带中发现第一个全同带例子以来,许多其它全同带也陆续在 $A = 150$ 区和 $A = 190$ 区^[1,2]被发现.开始,人们的注意力只局限于在较大的能量及自旋范围内,两带跃迁能量对应近似相等的情况,后来人们逐渐也将其中一个带能量对应着另一个带与之相邻的两个 γ 射线能量间距的 $1/2, 1/4, 3/4$ 处归入全同带中^[3-5]. 一些人也从另外一个角度,即动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 的角度来判断全同带^[6],认为只要两条带对应的 $J^{(2)}$ 在较大自旋范围内相差很小,即可视为全同带.本文给出了一个用能量判断全同带的系统方法,它将能量判据和 $J^{(2)}$ 判据统一起来.这种判断与原子核的微观结构之间有着更直接的联系.我们应用这个方法对迄今发现的所有超形变带进行了全同带和量子化顺排的统计分析.

2 超形变全同带的判断方法

对于两条超形变带 A 和 B,我们从两者中各自取出连续的 $(N+1)$ 个 E2 型 γ 跃迁能量

1998-02-23收稿

* 国家自然科学基金(19575071)和核工业科学基金资助

1)中国科学院理论物理研究所客座教授

$E_\gamma(I_A)$ 和 $E_\gamma(I_B)$, 并比较下列 $a(I_A)$ 和 $b(I_B)$ 的值:

$$\begin{cases} a(I_A) = xE_\gamma(I_A) + (1-x)E_\gamma(I_A+2); \\ b(I_B) = E_\gamma(I_B) \end{cases} \quad (1)$$

$$(I_A = I_A^0 + 2k, I_B = I_B^0 + 2k, k = 0, 1, \dots, N-1),$$

这里 x 是一个限制在 $[0, 1]$ 内的一个参数, I_A^0 和 I_B^0 分别是带 A 和带 B 取出的连续 γ 射线能量中第一条 γ 射线的自旋, $E_\gamma(I_A^0) \leq E_\gamma(I_B^0) \leq E_\gamma(I_A^0 + 2)$. 对于不同的 x , $a(I_A) - b(I_B)$

将得到不同的值. 但我们总可以找到一个值 x , 使得 $s = \sum_{k=0}^{N-1} [a(I_A) - b(I_B)]^2$ 取极小值.

实际上, 通过求极值, 可以求出 x 的值为

$$x = \frac{\sum_k [E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_A)] [E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_B)]}{\sum_k [E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_A)]^2}, \quad (2)$$

如果对合适的 N 和 δ (一般取 $\delta = 1-2\text{keV}$, $N = 10$ 左右), 在 A 和 B 带中存在着一段连续的跃迁能量, 使得对所有 k , 关系式

$$\Delta E(k) = |a(I_A) - b(I_B)| \leq \delta \quad (3)$$

成立, 且按 (2) 式求出的 x 是在 $[0, 1]$ 内, 那么, 我们认为带 A 和带 B 是全同带. 在这里的判断中并不需要知道与每条能级对应的自旋.

角动量相对顺排可以用来描述两超形变带的关系. 然而, 绝大部分超形变转动带的角动量还没能在实验上测出来 (现在仅有少数几条超形变转动带的角动量被确定下来), 所以 Stephens 引进了“角动量增量顺排” (以下简称增量顺排) Δi 来描述超形变全同带的关系^[1]. 限制 Δi 在区间 $[-1, +1]$ 内, 可得到 Δi 的定义如下:

$$\Delta i = 2 \frac{E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_B)}{E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_A)} \quad (4)$$

或

$$\Delta i = 2 \frac{E_\gamma(I_A) - E_\gamma(I_B)}{E_\gamma(I_A+2) - E_\gamma(I_A)}. \quad (5)$$

对于一对全同带, Δi 不是恒定的, 而是随着 $E_\gamma(I_B)$ (或转动频率 $\omega \approx \frac{1}{2} E_\gamma$) 有一些变化, 但

可以用增量顺排的平均值 $\bar{\Delta i} = \frac{1}{N} \sum \Delta i(i)$ 来描述全同带的关系. 这里找到了 $\bar{\Delta i}$ 与全同带的 x 因子的一个很好的近似关系. 设

$$\delta_k = E_\gamma(I_B) - [xE_\gamma(I_A) + (1-x)E_\gamma(I_A+2)], \quad (6)$$

那么,如果使用定义(4),则(6)式变为

$$x - \frac{1}{2} \Delta i(k) = \alpha_k, \quad (7)$$

其中

$$\alpha_k = \frac{\delta_k}{E_\gamma(I_A + 2) - E_\gamma(I_A)}.$$

对于超形变带来讲, $E_\gamma(I_A + 2) - E_\gamma(I_A)$ 近似为一常数(ΔE), 因此

$$\sum_k \alpha_k^2 = \sum_k \frac{\delta_k^2}{[E_\gamma(I_A + 2) - E_\gamma(I_A)]^2} \approx \frac{1}{(\Delta E)^2} \sum_k \delta_k^2$$

也近似地趋于极小值, 由此可以得到

$$\overline{\Delta i} \approx 2x. \quad (8)$$

同样, 当使用定义(5)时, 可以得到

$$\overline{\Delta i} \approx 2(x - 1). \quad (9)$$

判断用(8)式还是(9)式求 $\overline{\Delta i}$ 的一个简便方法是: 若 $2x \in [0, +1]$ 则取(8)式, 否则取(9)式.

下面给出几个特殊情况: (1) $x = 1$, 这时 $E_\gamma(I_A) \approx E_\gamma(I_B)$, 两个带中有 N 个连续的跃迁能量对应近似相等, $\overline{\Delta i} \approx 0$. (2) $x = 1/2$, 此时 $E_\gamma(I_B) \approx \frac{1}{2}[E_\gamma(I_A) + E_\gamma(I_A + 2)]$, 即 B 带中的连续 N 个跃迁能量近似等于 A 带中与之相邻的两个跃迁能量的平均值, $\overline{\Delta i} \approx 1$ 或 $\overline{\Delta i} \approx -1$. (3) $x = 1/4$ 或 $x = 3/4$, $E_\gamma(I_B) \approx \frac{1}{4} E_\gamma(I_A) + \frac{3}{4} E_\gamma(I_A + 2)$ 或 $E_\gamma(I_B) \approx \frac{3}{4} E_\gamma(I_A) + \frac{1}{4} E_\gamma(I_A + 2)$, 此时的 $\overline{\Delta i}$ 分别近似为 0.5 或 -0.5. 显然, 对这三种情况, 增量顺排皆为 1/2 的整数倍, 即皆为量子化的. 从上述分析可见, 全同带的平均增量顺排是否是量子化的, 完全由它们的 x 因子确定. 在第三部分中将从统计的角度对这一观点作更深入的考察.

3 全同带的统计分析

用前面介绍的方法分析了收集到的 48 个核素的 126 条超形变带^[8-22]的全同情况. 在这些超形变带中, 在 $A = 130$ 区有 20 条, 在 $A = 150$ 区有 56 条, 在 $A = 190$ 区有 50 条. 由于人们对全同带的判断仍是定性的, 故目前还没有统一的标准来规定满足什么样条件的带是全同带. 在上部分介绍的方法中, 确定全同带的参数是 N 和 δ . 这两个限制性参数取值不一样时, 得到的全同带数目也不一样. 表 1 给出了 N 和 δ 取不同值时得到的在各质量数区全同带数目的情况(作为全同带的两条带选自不同的核). 由表中可以看出, 在这 3 个质量数区全同带的分布是不一样的. 在 $A = 130$ 区, 即使在较宽松的条件下 ($N = 6$, $\delta = 3.0\text{keV}$), 也仅能找到 13 对全同带. 对其它较严格的条件, 大部分都没有发现全同带的存在. 在 $A = 150$ 区和 $A = 190$ 区则不然, 这两区的全同带比 $A = 130$ 要多得多, 满足

表1 在 $A=130$ 、 $A=150$ 、 $A=190$ 区全同带数目随 N 和 δ 的变化关系

A	$\delta/\text{keV}/N$	6	7	8	9	10	11	12	13	14
130	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.5	5	2	0	0	0	0	0	0	0
	2.0	9	5	4	1	0	0	0	0	0
	2.5	12	9	6	4	1	0	0	0	0
	3.0	13	12	7	5	3	2	1	0	0
150	0.5	14	6	3	2	0	0	0	0	0
	1.0	68	36	23	10	8	6	3	3	2
	1.5	141	75	51	40	22	12	7	5	2
	2.0	220	130	79	58	37	28	17	7	2
	2.5	285	191	124	85	59	39	30	15	5
	3.0	371	250	164	112	82	52	39	24	12
190	0.5	40	20	9	7	4	1	0	0	0
	1.0	189	104	54	30	14	8	5	3	1
	1.5	328	219	118	70	39	19	11	6	2
	2.0	416	290	169	111	68	38	17	7	4
	2.5	500	349	212	139	96	56	20	8	5
	3.0	558	399	250	166	115	73	30	8	6

$N=6$ 及 $\delta=3.0\text{keV}$ 的全同带均达到数百对。但这两区的全同带数目也不尽相同, 在 $N \leq 11$ 时, 位于 190 区的数目皆比对应的 $A=150$ 区多, 但在 $N \geq 12$ 时, $A=150$ 区的大多数全同带数目则比对应的 190 区的多。很明显, 在这三个质量区全同带数目均随能量差 $a(I_A) - b(I_B)$ 的最大允许值 δ 的增大而增大, 而随连续的 γ 射线数目 N 的增大而减小。一般情况下, N 取 10, δ 取小于 2.0keV 的值比较合适。在下面的讨论中, 将取 $N=10$, δ 仍设为一个参量。

表2 x 与角动量增量顺排近似关系的验证 ($\Delta i' = 2x$ 或 $2(x-1)$)

带A	带B	x	$\Delta i'$	$\overline{\Delta i}$	$ \Delta i' - \overline{\Delta i} $
$^{146}\text{Gd}(2)$	$^{148}\text{Gd}(1)$	0.2335	0.4670	0.4641	0.0029
$^{147}\text{Gd}(2)$	$^{149}\text{Gd}(6)$	0.8686	-0.2628	-0.2614	0.0014
$^{146}\text{Gd}(2)$	$^{149}\text{Gd}(5)$	0.0184	0.0368	0.0429	0.0061
$^{195}\text{Pb}(2)$	$^{197}\text{Bi}(1)$	0.8586	-0.2828	-0.2821	0.0007
$^{194}\text{Tl}(2)$	$^{195}\text{Pb}(3)$	0.5266	-0.9468	-0.9473	0.0005
$^{194}\text{Hg}(3)$	$^{195}\text{Pb}(3)$	0.6180	-0.7640	-0.7694	0.0054

在前面, 我们给出了 x 与 $\overline{\Delta i}$ 的近似关系式 (8)、(9)。在表 2 中, 给出了 6 个实际例子。由表可见, $\overline{\Delta i}$ 与由 x 求出的增量顺排的差别是很小的, 均小于 0.01。下面将使用 (8)、(9) 式求出的增量顺排作为实际增量顺排的平均值。

自从 1990 年以来人们发现许多全同带的增量顺排都呈现出量子化的特征,即增量顺排都在 $0, \pm 0.5, \pm 1.0$ 附近变动^[2],但这种变动在多大的范围内才算是量子化,以前并没有给出一个定量的界限.全同带的增量顺排随 γ 射线跃迁能量有些变化,于是可用 Δi 的平均值来代替整个全同带的增量顺排.为了对增量顺排进行统计研究,我们引入了量子化区间的概念.假设在 Δi 的变化范围 $[-1, +1]$ 内,区间

$$Q = \left[-1, -\frac{7}{8} \right] \cup \left(-\frac{5}{8}, -\frac{3}{8} \right) \cup \left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8} \right) \cup \left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8} \right) \cup \left(\frac{7}{8}, 1 \right]$$

为量子化区间,其余的为非量子化区间 U ,若 $\overline{\Delta i}$ 处于区间 Q 内,那么增量顺排被视为量子化,否则视为非量子化.作这样划分主要是要实现平等地对待量子化和非量子化的全同带,即把 $\overline{\Delta i} = 0, \pm 0.5, \pm 1.0$ 附近的区域作为量子化的区域,而把 $\overline{\Delta i} = \pm 0.25, \pm 0.75$ 附近的区域作为非量子化区域.图 1(a)、(b) 给出了 $N = 10, \delta = 2.0\text{keV}$ 时 105 对全同带和 $N = 10, \delta = 1.1\text{keV}$ 时 26 对全同带的增量顺排在 $[-1, +1]$ 区间的分布情况.图 1(a) 中,处于 Q 区的全同带为 54 对,处于 U 区的全同带为 51 对,两者之比近似为 1,即增量顺排不趋向于量子化.但在图 1(b) 中,处于 Q 区的全同带数目为 20 对,而处于 U 区的全同带仅为 6 对,前者是后者的 3.33 倍,即此时选出的大部分全同带的增量顺排都是趋向于量子化.因此,增量顺排的分布及其量子化性质,对于选择全同带的参数非常敏感.在图 1(b) 中,增量顺排量子化的全同带分成三类,其中有 16 对全同带的增量顺排在 ± 0.5 附近,仅有 3 对全同带的增量顺排在 ± 1.0 附近,而增量顺排接近为 0 的全同带则只有一对,在图 1(a) 中这种差别要弱得多.

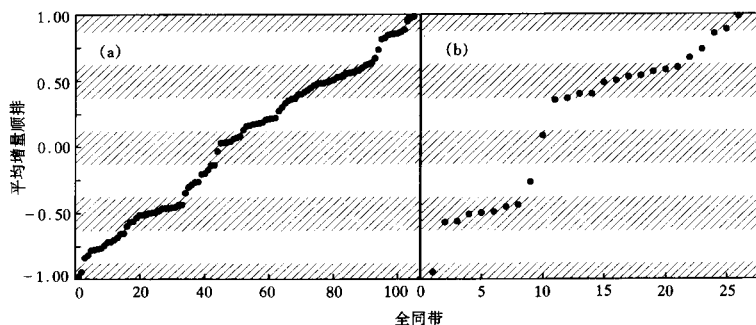
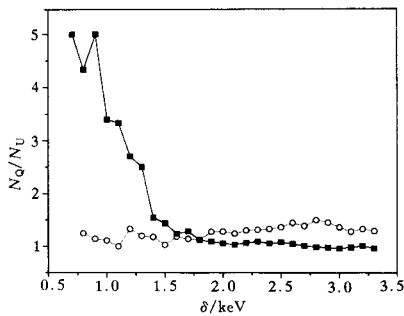


图1 平均增量顺排在 $[-1, +1]$ 上的分布

(a) 当 $N=10, \delta=2.0\text{keV}$ 时 105 对全同带; (b) 当 $N=10, \delta=1.1\text{keV}$ 时 26 对全同带.

为了更清楚地了解超形变带增量顺排的分布与 δ 的关系,给出了图 2(实线).图中的横坐标为 δ ,纵坐标为增量顺排量子化的数目 N_Q 与非量子化的数目 N_U 之比.当 $\delta > 1.8\text{keV}$ 时, $N_Q/N_U \approx 1$,这表明,此时全同带的增量顺排在 $[-1, +1]$ 区域基本上是均匀分布的.然而当 $\delta = 0.9\text{keV}$ 时,在总的 18 对全同带中便有 15 对的增量顺排是量子化的, N_Q/N_U 高达 5.0.利用线性插值,可以从图 2 中确定出一个 $\delta_c = 1.35\text{keV}$,当 $\delta = \delta_c$ 时, $N_Q/N_U = 2$.显然,当 $\delta < \delta_c$ 时, $N_Q/N_U > 2$.因此,从统计的角度看,当 $\delta \leq \delta_c$ 时,增量顺排量子化的全同带在总的全同带中占有主导地位.因此可以得出结论,选择全同带的标准越严

图2 N_Q/N_U 随 δ 的变化关系

—■— 超形变带, —○— 正常形变带.

格, 则全同带的增量顺排越趋于几个特定的量子化值, 反之, 增量顺排在 $[-1, +1]$ 上的分布则逐渐趋于均匀化. 在上面的讨论中, 将 N 限制为 10. 当 N 取其它值时, 也有类似的规律, 并且同样存在着一个 δ_c , 它随 N 的增大而增大. δ_c 与 N 的关系的具体结果列入表 3, 这些 δ_c 都在探测器的分辨极限附近.

作为对比, 也用第二部分介绍的方法分析了稀土区正常形变核全同带的增量顺排. 结果表明, 在增量顺排量子化的规律上, 它与超形变是完全不同的. 从图 2 的虚线 ($N = 5$) 可以看出, 不管 δ 是大还是小, N_Q/N_U 都接近于 1, 而不象超形变全同带一样随着 δ 的减小, N_Q/N_U 迅速上升. 这表明, 在正常形变全同带中, 不管选择标准取得如何, 增量顺排都不趋向于量子化. 这至少部分反映了超形变核比正常形变核存在着更好的赝自旋对称性^[2]. 由于正常形变带问题是另一个大课题, 而限于篇幅有限, 我们将在以后的文章中详细研究这一重要结果.

表3 N 与 δ_c 的关系

N	6	7	8	9	10	11	12	13
δ_c/keV	0.34	0.40	0.82	0.95	1.35	1.52	2.80	3.90

4 理论基础

目前用来解释全同带成因的比较好的模型是粒子加转子模型 (PRM)^[23], 前面所述的选择全同带的方法便是建立在这个基础之上的. 对于外层核子耦合于大形变的核实, 在 Coriolis 作用力较小的情况下, 可以引入粒子转子模型来描述这个核. 在强耦合极限下, 对有一个单粒子的轴对称 PRM 模型, 其能谱可表示为

$$E_K(I) = \varepsilon_K + \frac{1}{2J} \left[I(I+1) - K^2 + a \left(I + \frac{1}{2} \right) (-1)^{I+\frac{1}{2}} \delta_{K, \frac{1}{2}} \right],$$

这里 K 是单粒子角动量在对称轴上的投影, I 为原子核的总角动量, ε_K 是单粒子内部激发能, J 为转子的转动惯量, a 为脱耦合参数. 原子核的 γ 跃迁能量 $E_\gamma^o(I) = E_K(I) - E_K(I-2)$ 强烈地依赖于 a 和转子的跃迁能量 $E_\gamma^c(R) = E(R) - E(R-2)$, R 为转子的角动量. 下面列出了较为特殊的 3 种情况:

$$(1) \text{ 当 } a = 0, K \neq 1/2 \text{ 时, } E_\gamma^o \left(I = R \pm \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4} E_\gamma^c(R) + \frac{1}{4} E_\gamma^c(R \pm 2);$$

$$(2) \text{ 当 } a = +1, K = 1/2 \text{ 时, } E_\gamma^o \left(I = R \pm \frac{1}{2} \right) = E_\gamma^c(R);$$

$$(3) \text{ 当 } a = -1, K = 1/2 \text{ 时, } E_{\gamma}^{\circ} \left(I = R \pm \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} [E_{\gamma}^{\circ}(R) + E_{\gamma}^{\circ}(R \pm 2)].$$

当 a 取上述 3 个值以外的值时, 可将上述 3 式推广为更一般的形式:

$$E_{\gamma}^{\circ}(I) = x E_{\gamma}^{\circ}(R') + (1-x) E_{\gamma}^{\circ}(R' + 2), \quad (10)$$

这里, $R' = I - \frac{1}{2}$ 或 $R' = I - \frac{3}{2}$. 此时, 当 $x = 1/4$ 或 $3/4$ 时对应情况 (1), $x = 1$ 对应于情况 (2), $x = 1/2$ 对应于情况 (3).

对于具有全同带的两个原子核, 在一定的形变下, 总可将其中一个核视为转子(参考核), 而另一个核可认为是在这个转子外增加了一个或数个粒子. 若粒子处于强耦合极限的情况, 由 (10) 式则可得到这对全同带的关系表达式

$$E_{\gamma}(I) = x E_{\gamma}^{\text{ref}}(I') + (1-x) E_{\gamma}^{\text{ref}}(I' + 2),$$

x 的值可由全同带确定, 它反映了脱耦合参数的情况. 显然, 所选全同带的标准 δ 越小, 则选出的全同带对应的粒子转子模型的脱耦合参数越趋于 3 个极限值, 这反映了全同带与原子核微观结构之间的关系.

5 结论

本文提出的基于 PRM 的能量关系因子方法, 将能量和转动惯量判据统一起来, 是分析全同带的一个有效方法. 给出的平均增量顺排与 x 因子的关系 $\overline{\Delta i} \approx 1/2x$ 或 $\overline{\Delta i} \approx 1/2(x-1)$ 是一个很好的近似. 在 48 个核素的 126 条超形变带中找到了许多全同带, 全同带的数目依赖于判断标准 δ , 增量顺排在 $[-1, +1]$ 上的分布对 δ 敏感, 且存在一个临界 δ_c , 当 $\delta = \delta_c$ 时, 全同带增量顺排趋于几个量子化值. 在 $N = 10$, 有 $\delta_c = 1.35 \text{ keV}$ 时. 遗憾的是, 当今探测器的分辨率正处在这个临界值的边缘, 因此, 进一步提高实验精度是必要和有兴趣的. 相比之下, 正常形变核全同带的增量顺排则不具有上述量子化性质.

参 考 文 献

- 1 Byrski T et al. Phys. Rev. Lett., 1990, **64**:1650
- 2 Stephens F S et al. Phys. Rev. Lett., 1990, **65**:301
- 3 Stephens F S et al. Phys. Rev. Lett., 1990, **64**:2623
- 4 Szymanski Z. Nucl. Phys., 1990, **A520**:1c
- 5 Nisius D et al. Phys. Lett., 1995, **B346**:16
- 6 Baktash C et al. Nucl. Phys., 1993, **A557**:145
- 7 Stephens F S. Nucl. Phys., 1990, **A520**:91c
- 8 Xiao-Ling Han, Cheng-Li Wu. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1992, **52**:43
- 9 Hackman G et al. Phys. Rev., 1993, **C47**:R433
- 10 Mullins S M, Flibotte S, Hackman G et al. Phys. Rev., 1995, **C52**:99
- 11 Lunardi et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **72**:1427

- 12 Schumacher C et al. Phys. Rev., 1995, C52:1302
- 13 Beausang C W et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 71:1800
- 14 Fallon P et al. Phys. Rev., 1995, C52:93
- 15 Beck F A et al. Nucl. Phys., 1993, A557:67
- 16 Clark R M et al. Phys. Rev., 1995, C51:1052
- 17 Vo D T et al. Phys. Rev. Lett., 1993, 71:340
- 18 Carpenter M P et al. Nucl. Phys., 1993, A557:57
- 19 Crowell B et al. Phys. Rev., 1995, C51:R1599
- 20 Carpenter M P et al. Phys. Rev., 1995, C51:2400
- 21 Hughes J R et al. Phys. Rev., 1995, C51:447
- 22 Farris L P et al. Phys. Rev., 1995, C51:R2288
- 23 Gizon J. Invited Lecture at the XIth International School on Nuclear Physics, Neutron Physics and Nuclear Energy, October 1993, Varna, Bulgaria

Criterion of Identical Bands and Quantization of Incremental Alignments in Superdeformed Nuclei*

Shen Caiwan¹ Luo Wendong² Chen Yongshou^{1,1)}

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

2 (Department of Physics, Central South University of Technology, Changsha 410000)

Abstract A new method used to select identical bands is given from the energies. More than one hundred superdeformed bands were analysed by this method, and many identical bands were found. A concept of quantized region is used to analyse the quantization of incremental alignments. It is pointed out that the quantization of incremental alignments strongly depends on the criterion of selecting identical bands. The relation between particle-rotor model and the selection method is also revealed.

Key words superdeformed band, identical band, incremental alignment of angular momentum, quantization

Received 23 February 1998

* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19575071) and the Science Foundation of Chinese Nuclear Industry

1) Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences