

EAS 心区次级粒子分布涨落的 多重分形结构的研究*

孔繁敏 冯存峰 张学尧 薛良 傅宇

李金玉 张乃健 何瑁 王承瑞

(山东大学高能物理研究室 济南 250100)

谭有恒

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 利用 Monte Carlo 模拟数据研究了由 γ 射线和质子引起的空气簇射中的次级粒子在羊八井 ARGO 实验中的空间分布的不同,并利用 G 矩分析方法对 γ 射线和质子簇射的次级粒子在心区附近分布的多重分形性质进行了分析。从 γ 射线和质子事例的谱函数可以看出,利用这种方法,可以作为区分原初 γ 射线和质子的依据。结果表明在 1—10TeV 能区可以较好地区分 γ 射线和质子。

关键词 Monte Carlo 模拟 多重分形矩 γ 和质子的区分

1 引言

γ 点源的寻找是宇宙线研究中的一个热门课题。在小于 10TeV 的能区,卫星实验和地面切伦科夫望远镜实验已发现了多个 γ 点源^[1,2],但在 10TeV 以上的能区(地面闪烁计数器阵列工作能区),迄今为止仍没有观测到 γ 点源存在的证据。一个可能的原因是在该能区地面闪烁计数器阵列的灵敏度达不到将 γ 信号从强子本底信号(主要成分为质子)中分离出来的要求。因此,欲想用地面闪烁计数器阵列在 γ 点源的寻找方面作出有意义的结果,一方面需要增加探测器的密度,降低阈能,使其工作能区与切伦科夫望远镜相重叠。另一方面必须寻找一种有效地区分由 γ 和强子引起的簇射的方法,提高阵列灵敏度,以大幅度地压低强子本底,提高信噪比。筹建中的中意合作羊八井 ARGO 实验,由于能够较精确地测量在观测平面处簇射粒子的空间和时间分布,使得对原初 γ 和强子的分辨成为可能^[3]。

广延大气簇射(EAS)心区粒子的分布的研究对于揭示超高中能核作用机制具有十分重要的意义,人们对于心区粒子的分布、多心结构事例及与其相关的大横动量喷注现象等已做了大量的分析^[4,5]。J. Kempa 提出利用多重分形矩对心区的粒子的分布涨落进行了研

1999-03-09 收稿

* 国家自然科学基金和高等学校博士学科点专项科研基金资助

究，并对原初质子和铁核的区分进行了探讨^[6,7]。

本文利用 Monte Carlo 模拟数据研究了由 γ 和质子引起的空气簇射中的次级粒子在羊八井 ARGO 实验中的空间分布的不同，并利用 G 矩分析方法对 γ 和质子簇射的次级粒子在心区附近分布的多重分形性质进行了分析。从 γ 和质子事例的谱函数可以看出，利用这种方法，可以作为区分原初 γ 和质子的依据，结果表明在 1—10TeV 能区可以较好地区分 γ 和质子。

2 羊八井 ARGO 实验及其 MONTE CARLO 模拟

中意合作的西藏羊八井的 ARGO 实验位于东经 90.53°，北纬 30.11°，海拔高度为 4310m，相应的大气深度是 606g/cm²。ARGO 探测器由一层阻性板计数器（RPC）组成，覆盖面积约为 5000m²。每个 RPC 的面积为 2.80 × 1.25m²，由 10 个尺寸为 0.62 × 0.56m² 的 PAD 组成，每个 PAD 的表面被分割成 8 个宽度为 6.7cm 的读出条，用于记录 EAS 粒子的位置。8 个读出条的信号相加（OR）形成粒子到达时间信号。为使 EAS 中的 γ 光子转化成可被 RPC 探测的正负电子，在每个 RPC 上面覆盖一层 5mm 厚的铅板。

Monte Carlo 模拟包括 EAS 模拟和探测器模拟。COSMOS 是一广泛地用于宇宙线在大气中传播的模拟程序^[8]，利用 COSMOS 模拟产生了 2000 个 γ 和质子空气簇射事例，原初粒子的能量在 1—10TeV 之间，能谱指数为 2.7，假定原初粒子垂直入射，且心位与 ARGO 阵列的中心重合。所有簇射粒子都被跟踪到其能量小于 3MeV 或到达观测面。根据到达观测面的簇射次级粒子的位置、方向和时间，利用探测器模拟程序 GEANT3.21^[9] 对整个 ARGO 阵列的响应进行了模拟，从而定出簇射前沿粒子位置、到达时间。

3 心区附近次级粒子分布涨落的多重分形分析

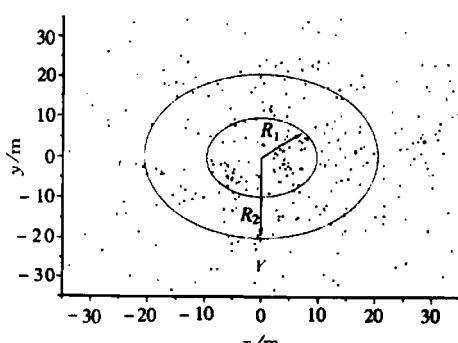
EAS 中产生的次级粒子是原初宇宙线粒子与空气核发生级联簇射产生的，因此沿方位角各个方向的次级粒子的分布具有相似的特点，也就是说心区附近粒子的分布具有分形结构。

图 1 为心位附近次级粒子的分布。为了研究心区粒子分布的多重分形结构，采用 G 矩分析方法对心位附近的圆环 ($R_1 < R < R_2$) 中的粒子分布涨落进行了多重分形分析，这里取 $R_1 = 10\text{m}$, $R_2 = 20\text{m}$ 。

如果 N 是一个事例在心区附近圆环 $R_1 < R < R_2$ 范围内的粒子数，令方位角 $\Delta\phi$ ($\Delta\phi = 2\pi$) 划分成 M 个同样宽度 $\delta = \Delta\phi/M$ 的子空间， K_m 是第 m 个子空间的粒子数，则多重分形矩 G_q 定义如下：

$$G_q = \sum_{m=1}^M \left(\frac{K_m}{N} \right)^q = \sum_{m=1}^M P_m^q, \quad (1)$$

图 1 ARGO 实验中心位附近次级粒子的分布



其中 $P_m = K_m/N$, q 为实数, 表示矩的阶数. 这里仅对非空子空间进行求和.

如果探测到的粒子的分布具有自相似行为, 则当 $\delta \rightarrow 0$ ($M \rightarrow \infty$) 时有

$$G_q \approx \delta^{\tau(q)} \approx M^{-\tau(q)}, \quad (2)$$

一旦 $\tau(q)$ 决定后, 按多重分形理论^[10,11], 谱函数 $f(\alpha_q)$ 可通过 Legendre 变换而得到, 即

$$f(\alpha_q) = q\alpha_q + \tau(q), \quad \alpha_q = \frac{d\tau(q)}{dq}. \quad (3)$$

由于

$$\frac{df(\alpha_q)}{d\alpha_q} = q, \quad \frac{d^2 f(\alpha_q)}{d\alpha_q^2} < 0, \quad (4)$$

所以 $f(\alpha_q)$ 是一光滑的函数, 如图 2 所示, 凹面向下, 在 $q=0$ 时达到峰值, 即 $f(\alpha_q) < f(\alpha_0)$. 实际上, 谱函数 $f(\alpha_q)$ 对每个事例的次级粒子的分布的涨落给出了定量的描述^[12], 即次级粒子空间分布稠密区域与稀疏区域分别对应于 $f(\alpha_q)$ 的 $\alpha_q < \alpha_0$ 和 $\alpha_q > \alpha_0$ 部分. 谱函数的宽度反映了粒子分布涨落的程度, 当次级粒子的分布沿方位角各向同性时, $P_r = 1/M$, 那么 $G_q = M^{1-q}$, $\tau(q) = q - 1$, 因此 $\alpha_q = 1$, $f(\alpha_q) = 1$, 谱函数的宽度为 0.

γ 引起的簇射是电子级联簇射, 只有一个发展中心, 因而次级粒子在观测平面处沿方位角各个方向的分布是比较均匀的, 涨落较小. 而质子引起的簇射是强子级联簇射, 可能有多个发展中心, 次级粒子在观测平面处沿方位角各个方向的分布不均匀, 涨落较大. γ 和质子簇射的这些特点, 为利用 G 矩分析方法来区分 γ 和质子提供了可能.

上面讨论的结果是从 $\delta \rightarrow 0$ 的数学极限推导得到的, 实际上只有在 $N \rightarrow \infty$ 时才成立. 对于有限的粒子数, $\delta \rightarrow 0$ 的数学极限是不可能实现的, 因为随着 δ 的减小, 每个子区间的粒子数不是 1 就是 0, 这时 $G_q \approx N^{1-q}$, 而与 δ 无关, 即 G_q 矩的标度性消失了. 为了得到 EAS 中次级粒子产生过程的分形性质, 只考虑 M 不大的区域.

为了增加结果的可靠性, 需要对大量事例求平均. 通常不对 G_q 求平均, 而是对 $\ln G_q$ 求平均, 即

$$\langle \ln G_q \rangle = \frac{1}{N_{\text{event}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{event}}} (\ln G_q)_i.$$

令 $M = 2^\nu$, 可按下列公式计算 $\langle \alpha_q \rangle$ 和 $\langle f(\alpha_q) \rangle$:

$$\langle \tau(q) \rangle = -\frac{\Delta \langle \ln G_q \rangle}{\Delta (\ln M)} = -\frac{\Delta \langle \ln G_q \rangle}{\Delta \nu (\ln 2)}, \quad (6)$$

$$\langle \alpha_q \rangle = \frac{d \langle \tau(q) \rangle}{dq}, \quad (7)$$

$$\langle f(\alpha_q) \rangle = q \langle \alpha_q \rangle - \langle \tau(q) \rangle. \quad (8)$$

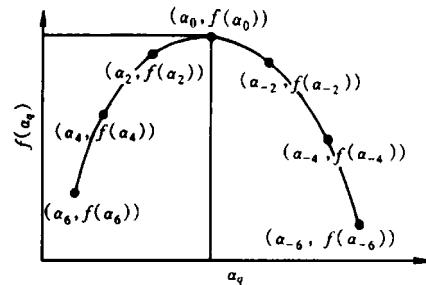


图 2 谱函数 $f(\alpha_q)$ 和 α_q 的关系

4 结果

根据(1),(5)式分别对400个 γ 事例和400个质子事例计算了 $\langle \ln G_q \rangle$ 随 ν 的变化,其中 q 的变化范围从-6到+6,步长为0.1,结果如图3所示,在图中只对 q 为某些代表值作图。从图中可以看出,多重分形矩与子区间数($M=2^k$)和矩的阶数 q 有关。

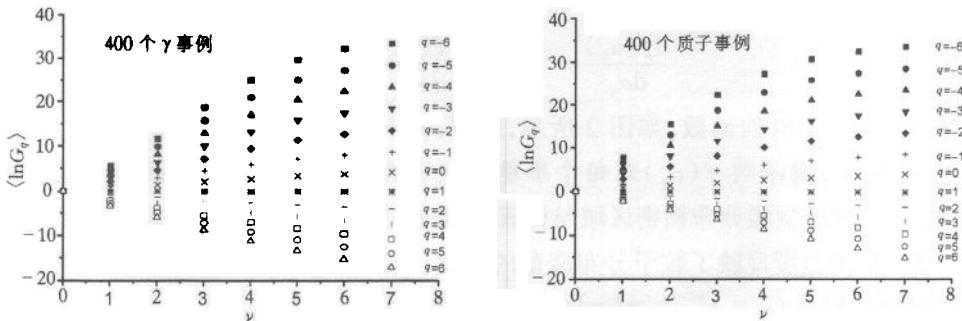


图3 $\langle \ln G_q \rangle$ 随 ν 的变化(q 为某些代表值)

根据(7),(8)式分别对400个 γ 事例和400个质子事例计算了谱函数 $\langle f(\alpha_q) \rangle$ 随 $\langle \alpha_q \rangle$ 的变化($-6 \leq q \leq 6$),如图4所示。

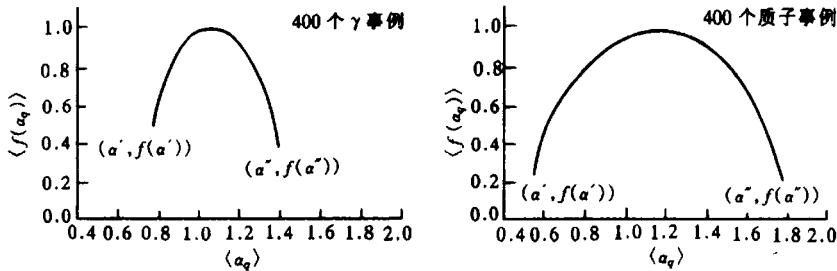


图4 $\langle f(\alpha_q) \rangle$ 和 $\langle \alpha_q \rangle$ 的关系

从图4中可以看出:

(1) 谱函数 $\langle f(\alpha_q) \rangle$ 是一光滑的函数,凹面向下,在 $\langle \alpha_q \rangle = \langle \alpha_0 \rangle$ 时达到峰值,表明EAS中次级粒子在观测平面的分布沿方位角的分布是不均匀的。

(2) γ 事例的谱函数的分布宽度较小,质子事例的谱函数的分布宽度较大,这是可以理解的,因为 γ 引起的簇射是纯电子级联簇射,次级粒子在观测平面处沿方位角各个方向的分布是比较均匀的,涨落较小,而质子引起的簇射是以多重核级联为主线发展起来的,次级粒子在观测平面处沿方位角各个方向的分布不均匀,涨落较大。

(3) γ 和质子的谱函数在 $\alpha_q < \alpha_0$ (稠密区域)和 $\alpha_q > \alpha_0$ (稀疏区域)的分布也有不同。

γ 和质子簇射谱函数的这些特点,为区分 γ 和质子簇射提供了依据。从图4中不难看出,可以利用谱函数的左端点 $(\alpha', f(\alpha'))$ 和右端点 $(\alpha'', f(\alpha''))$ 来区分 γ 和质子簇射。

定义 $\omega = \alpha'' - \alpha'$, $\epsilon = f(\alpha'') - f(\alpha')$, 图 5 给出了 400 个 γ 事例和 400 质子事例的 $\omega - \epsilon$ 的分布图。从图中可以看出, 与质子事例相比, 大部分 γ 事例的 ω 和 ϵ 较小, 如果以 $0 < \omega < 0.78$ 且 $\epsilon < 0.26$ 作为判选 γ 事例的阈值, 则 γ 的识别率为 80.3%, 质子的识别率为 70.1%。

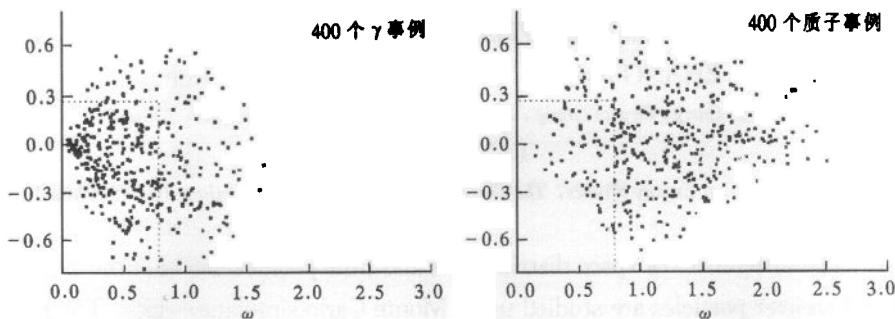


图 5 $\omega - \epsilon$ 的分布

5 小结

前面利用 G 矩分析方法对 γ 和质子簇射的次级粒子在心区附近分布的多重分形性质进行了分析, 从 γ 和质子事例的谱函数可以看出, 利用这种方法, 可以作为区分原初 γ 和质子的依据。结果表明, 在 1—10TeV 能区 γ 的识别率为 80.3%, 质子的识别率为 70.1%。

参考文献(References)

- 1 Jhompson P J. *Astrophys. J. Suppl.*, 1993, **86**:629
- 2 Reynolds P T et al. *Astroparticle Physics*, 1995, **3**:137
- 3 The ARGO Collaboration. *Proc. 25th ICRC*, 1997, **5**:269
- 4 Faleiro E et al. *Proc. 25th ICRC*, 1997, **6**:261
- 5 Lidvansky A S. *Proc. 25th ICRC*, 1997, **6**:169
- 6 Kempa J. *J. Phys. G*, 1994, **20**:215
- 7 Kempa J. *Proc. 24th ICRC*, 1995, **1**:317
- 8 Kasahara K. *Proc 24th ICRC*, 1995, **1**:399
- 9 Brun R et al. *GEANT User's Guide*, CERN Program Lib, 1991
- 10 Halsey T C. *Phys. Rev.*, 1986, **A33**:1141
- 11 Paladin G et al. *Phys. Rep.*, 1987, **156**:147
- 12 Chiu C B et al. *Phys. Rev.*, 1991, **D43**:100

Study on Multifractal Structure of the Distribution Fluctuation of Secondary Particles in the Core Region of EAS*

KONG FanMin FENG CunFeng ZHANG XueYao XUE Liang FU Yu LI JinYu
ZHANG NaiJian HE Mao WANG ChengRui

(*High Energy Physics Group, Shandong University, Jinan 250100, China*)

TAN YouHeng

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100079, China*)

Abstract The differences of space distributions and time profiles between the γ -ray and proton induced shower particles are studied using Monte Carlo simulation data. The multifractal analysis is performed with the G -moment method for the distribution fluctuation of secondary particles near the core of showers induced by γ -rays and protons. From the spectrum functions of γ and proton events, it is seen that this method can be adopted as a basis for the γ /proton separation. It is shown that the separation of γ and proton can be achieved with a good efficiency in the energy region of 1—10 TeV.

Key words Monte Carlo simulation, multifractal moment, γ /proton separation

Received 9 March 1999

* Supported by National Natural Science Foundation of China and Research Fund for Doctoral Program of Higher Education