

在相对论平均场框架下 Pr 同位素链的基态性质*

周 勇^{1,2} 李君清^{1,2} 马中玉^{1,3,4} 陈宝秋^{1,3}

1(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

2(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

3(中国原子能科学研究院 北京 102413)

4(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

摘要 在相对论平均场框架下研究了 Pr 同位素链的基态性质. 对关联的处理采用了 BCS 方法, 并使用了与同位旋有关的对力常数, 对不成对的核子采用了‘阻塞法’, 并考虑了核的轴对称形变. 计算结果表明, 包含非线性介子自相互作用的相对论平均场理论可以在很大的同位旋范围内很好地描述 Pr 同位素链的结合能、形变、中(质)子密度分布、同位素位移等. 理论计算的结果与有限程小液滴模型的结果符合得很好. 特别检验了描述对关联的 BCS 近似在 Pr 链的适用范围和适用的程度.

关键词 相对论平均场 对关联 奇异核

1 引言

近年来, 国际和国内放射性核束流线的建立和投入使用, 开创了远离 β 稳定线区不稳定核性质研究的新领域. 当核靠近滴线时最突出的特点是最外层核子的弱束缚, 核的费米面接近连续态, 核子的分离能很小, 核表面有很大的弥散. 最外层的一个或几个核子具有非常大的空间分布, 可能形成中(质)子晕. 滴线附近核由于束缚态与连续态之间的耦合及可能的低能散射, 对关联对开壳核的基态性质有重要的作用. 传统的核结构理论将对关联看作微扰, 采用 BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer) 近似. 我们知道自恰地处理对关联的方法是 HFB (Hartree-Fock-Bogoliubov)^[1] 或相对论 RHB (Hartree-Bogoliubov)^[2], 但是这种方法很复杂, 大部分只限于球形核. 如何来合理地 and 统一地处理滴线附近核的对关联和连续态的问题是当前在这一领域研究的国际热点课题.

对于弱束缚的核系统, 核的密度分布、核的尺寸、核的对称性、反应机制和激发模式都

1999-07-07 收稿

* 国家自然科学基金(19675070, 19775057, 19847002)和中国科学院重大项目及院长特别支持费共同资助

会与稳定区核大不相同,所以,正确处理不同的效应和同位旋有关的有效相互作用将变得很重要. 因为传统的核理论模型和反应机制都是在符合稳定线附近核的性质基础上建立起来的,当这些模型与反应机制推广到远离稳定线时,它们的适用程度必须加以检验,需要修正或发展现有的理论模型.

由于相对论平均场(RMF)方法具有理论基础好,便于操作,使用范围广等特点,它成功地同时描述核物质和有限核的性质,RMF 理论在描述球形和变形核的一系列性质上取得了很大的成功,而且推广到远离稳定线核性质的描述也取得成功^[2,3]. 目前大多数的研究集中在偶-偶核,本文将采用包含非线性 σ, ω 介子自相互作用的 RMF 方法,研究由奇 A 核和奇-奇核组成的 Pr 同位素链的基态性质. 对关联采用 BCS 近似,用阻塞法来处理不成对的核子. 通过与经验值的比较探讨该理论从稳定区到非稳定区时 BCS 近似处理对关联的适用范围和程度. 有限力程小液滴模型(FRDM)^[4] 比较系统地符合了所有已知核的实验数据,对远离 β 稳定线核也给出了比较好的预测,所以通常把 FRDM 的结果看作是经验值. 本文将把 RMF 计算的结果和 FRDM 的结果作系统的比较. FRDM 的结果取自文献[4].

2 理论模型

RMF 的有效拉氏量具有如下列形式^[5]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\Psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \left(\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \right) - g_\sigma \bar{\Psi} \Psi \sigma - \\ & \frac{1}{4} \Omega^\mu \Omega_\mu + \left(\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + \frac{1}{4} c_3 (\omega^\mu \omega_\mu)^2 \right) - g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \omega_\mu - \\ & \frac{1}{4} \mathbf{R}^\mu \mathbf{R}_\mu + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}^\mu \boldsymbol{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\Psi} \boldsymbol{\gamma}^\mu \boldsymbol{\tau} \Psi \boldsymbol{\rho}_\mu - \frac{1}{4} F^\mu F_\mu - e \bar{\Psi} \boldsymbol{\gamma}^\mu \frac{1}{2} (1 + \tau_3) \Psi \mathbf{A}_\mu, \quad (1) \end{aligned}$$

其中

$$\Omega^\mu = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad \mathbf{R}^\mu = \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \quad F^\mu = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad (2)$$

ψ 和 M 表示核子场和核子质量. $\sigma, \omega_\mu, \rho_\mu$ 和 $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ 分别表示 σ, ω 和 ρ 介子的场和它们的质量. A_μ 是电磁场矢量, g_2 和 g_3 是 σ 介子的自相互作用的耦合常数, c_3 是 ω 介子的自相互作用的耦合常数.

在此框架下,我们研究了 Pr 同位素链的基态性质,及可能的质子、中子滴线核位置. Pr 是稀土区核, $Z = 59$, 因质子处于开壳,具有特别大的形变,有利于研究对关联和同位旋的影响. ^{141}Pr 核的中子数 $N = 82$, 为单闭壳核,在自然界丰度 100%,是链中最稳定的核. 还计算了 Pr 同位素链 $A = 116-198$ 的基态性质,包括结合能、四极形变、同位素位移和均方根半径等. 计算过程中忽略了核的集体振动. 核子的旋量和介子场在 $\hbar \omega_0 = 41 A^{-\frac{1}{3}}$ MeV 以轴对称谐振子为基作展开,共考虑了 12 个壳,这足以保证计算的精度^[6].

2.1 参数的选取

我们使用了 TM1 参数^[5]: $M = 938.0 \text{ MeV}$, $m_\sigma = 511.198 \text{ MeV}$, $m_\omega = 783.0 \text{ MeV}$, m_ρ

$= 770.0 \text{ MeV}$, $g_\sigma = 10.0289$, $g_\omega = 12.6139$, $g_\rho = 4.6322$, $g_2 = -7.2325 \text{ fm}^{-1}$, $g_3 = 0.6183$, $c_3 = 71.3075$. 它可以给出核基态性质的很好的描述和较好的核物质非对称能, 引进非线性 ω 自相互作用来拟合 DBHF (Dirac Brueckner-Hartree-Fock) 给出的核物质的性质, 并被推广用来研究丰中子核和丰质子核的性质.

2.2 对关联

对关联对研究开壳核的基态性质非常重要, 特别对重核形变的定量计算是非常关键的. 我们用通常的 BCS 方法处理对关联, 对相互作用作为微扰处理. BCS 的对力常数 G 一般是通过符合实验的对能给出的. 由于所研究的 Pr 链很长, 从 $A = 116-198$, 覆盖了从质子滴线到 neutron 滴线的全部范围, 所以在对力中同时考虑核子数 A 和同位旋的影响, 才能较准确地符合实验的对能. 由符合 Pr 同位素链核的对能的经验值, 采用如下的与同位旋 $\frac{N-P}{A}$ 有关的对力形式:

$$G_n = \frac{21}{A} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{N-P}{A} \right) \text{ MeV}, \quad G_p = \frac{27}{A} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{N-P}{A} \right) \text{ MeV}. \quad (3)$$

由于 Pr 链是由奇奇核和奇 A 核组成, 计算中采用了阻塞法 (Blocking) 处理最后一个未成对的奇核子. 设最后一个奇核子单独占据一个用 k 来表征的轨道态, 其能量为 ϵ_k , 其角动量在对称轴 (z 轴) 上的投影值为 Ω , 与之相应的时间反演态 (角动量投影值为 $-\Omega$) 不占据粒子. 奇核子态的选取应使总的单粒子能量

$$E_{\text{part}} = \epsilon_k + 2 \sum_{i \neq k} \epsilon_i v_i^2 - \Delta \sum_{i \neq k} u_i v_i \quad (4)$$

(其中的对能隙 Δ 和 u_i, v_i 都与态 k 有关) 最低, 因此通过令 E_{part} 对奇核子占据轨道态 k 的变分为零, 可以计算出最后一个奇核子占据的轨道.

2.3 原子核的形变

我们考虑了原子核的四极形变, 形变参数为 β_2 . 采用了 Gambhir, Ring 和 Thimet^[6] 的轴对称谐振子基展开法描述 Pr 链四极形变, 因此核子场满足的 Dirac 方程和介子场的 Klein-Gordon 方程的基选为轴对称谐振子的本征函数.

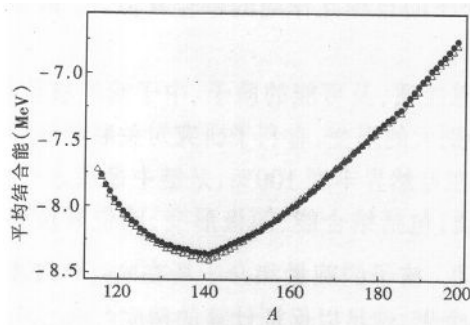


图 1 Pr 链每核子平均结合能
△ RMF 结果, ● FRDM 结果.

0.6%), 最低点都在中子幻数 $N = 82$ 处. 这表明在相对论平均场中, 对关联的处理, 同位

3 同位素链的基态性质

3.1 结合能

图 1 给出了 Pr 链的每核子平均结合能. 从图中可以看到 RMF 计算的结果与 FRDM 的数据符合得很好 (最大偏差为

旋相关对力常数的取法,最后一个奇核子的处理方法,以及对形变的处理是基本合理的.

3.2 BCS 理论在 Pr 链中适用程度的检验

对相互作用对开壳核的基态性质是十分重要的,特别对重核的形变的定量理解是十分关键的. 因此,在计算形变和其它基态性质以前,首先检验 BCS 理论在 Pr 链中的适用性. 在图 2(a)中给出了正能非束缚态上的核子占据数 N_{occu} 沿同位素链的变化. 可看出在稳定区 $A = 136-160$ 基本上没有核子占据在连续态上. 从图 2(b)显示的费米面中可以发现, $A = 136-160$ 区域不论是中子还是质子的费米面都远离连续态,这时原子核的平均场很强,BCS 作为微扰近似是很精确的. $A = 119-135$ 和 $A = 161-185$ 两个区域的核素在连续态上开始有核子占据,占据数最大可达 0.6. 从图 2(b)可以看出,这两个区域的费米面已经很接近连续态,费米面大约从 $-4-0\text{MeV}$ 的范围. 而在 $A = 119-135$ 区域质子对修正强度为 $1.3-0.6\text{MeV}$,在 $A = 161-185$ 区域中子对修正强度除了 $N = 26$ 满壳附近外平均约为 0.9MeV . 可看到平均场强度与对关联强度在同一数量级,以至对关联不能当作微扰来处理. 对关联应当包含在运动方程中,而现在不恰当的微扰处理使得一些靠近费米面的核子处在连续态上^[1],这是非物理的. BCS 近似处理对关联将带来一定误差,因此在这些区域 BCS 方法是不精确的. 如果继续往丰质子区 $A < 119$,或丰中子区 $A > 185$ 靠近,正能态上核子占据数 N_{occu} 会突然增加,很快会超过 5. 图 2(b)显示这些区域核子的费米面已经

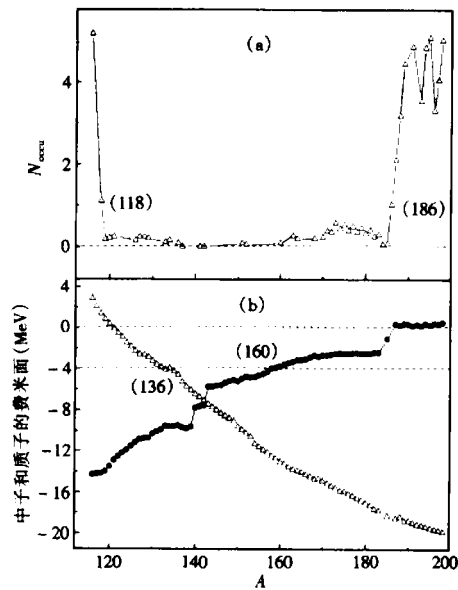


图 2 (a)Pr 同位素链每个核素连续态上核子占据数 N_{occu} ;
(b) Pr 链中子费米能(●)和质子费米能(△)

处于正能态,BCS 理论完全不适用.

3.3 Pr 链核素的四极形变

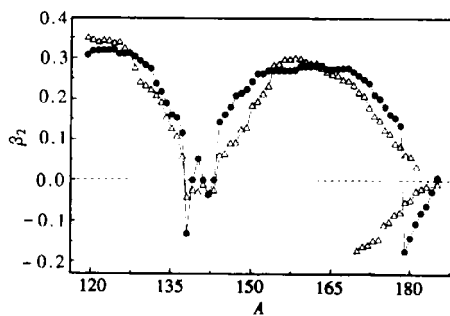


图 3 Pr 同位素链的四极形变
△ RMF 结果,● FRDM 结果.

地方出现扁椭球形变. 当达到中子幻数($A = 141$)时原子核变为球形,过了这个单满壳形变

Pr 同位素链的四极形变 β_2 显示在图 3 中, FRDM 的计算结果以实圆点标示以作比较. 两种方法计算的四极形变随着核子数 A 的变化有着基本相同的数值和变化趋势. 形变是由 RMF 计算出的总能量的最小值定出的,长椭球形变和扁椭球形变随着核子数 A 的变化交替出现. 对轻同位素是明显的长椭球形状,在差几个核子不到单满壳核 $A = 141(N = 82)$ 的

又成为长椭球形. 然后随着核子数的增加一直到第二个中子幻数 $N = 126$ ($A = 185$) 形变又重复上述过程. 在 $A = 169-177$ 区域, 由于长、扁两种形变的能量相差不超过 0.6MeV , 我们预言了如图所示的形状共存现象. M. A. Rizzutto^[7] 在关于实验转动带的分析中曾预言¹³⁷Pr 到¹³⁸Pr 存在从长椭球到扁椭球的形状跃迁, 我们的微观计算证实了这一点.

3.4 中子和质子密度在长轴方向上的分布

图 4 显示的是 4 个核的中子和质子的密度在轴对称变形的情况下在长轴方向上的分布, 并列出了 4 个核的四极形变的大小. 可见

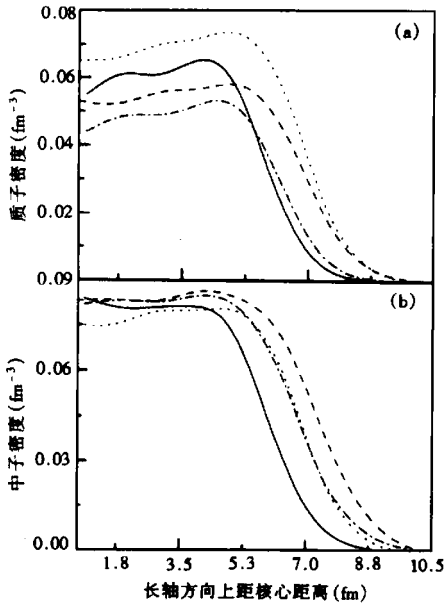


图 4 4 个核的质子密度(a)和中子密度(b)在长轴方向上的分布

四级形变 $\beta_2 = 0.31$ (.....¹²⁷Pr), 0.00 (—¹⁴¹Pr),

0.24 (---¹⁶⁸Pr), -0.03 (-·-·-¹⁸²Pr).

我们观察在长轴方向上的密度分布, 总密度不能用球形分布来归一.

对单满壳核¹⁴¹Pr₈₂无论中子密度分布还是质子密度分布都比较偏向中心, 这时形变为零, 原子核总体积小, 结合比较紧密. ¹⁸²Pr₁₂₃核是近球形核, 而¹²⁷Pr₆₈, ¹⁶⁸Pr₁₀₉是长椭球核. 由于 Pr 链的质子数是常数, 它的质子密度分布由于中子数的增加向外略有弥散, 而中子密度分布向外大大扩张. 将图 4(a, b) 两个图对比, 在质子密度分布基本为零的地方, 还有中子分布, 有明显的中子皮. ¹²⁷Pr₆₈核具有较大的形变, 长轴比较长, 因而在长轴方向分布的质子密度比较大, 可看到质子和中子密度分布几乎同时趋于零, 质子比中子密度分布在稍远一点的地方, 有不明显的质子皮. 对¹⁶⁸Pr₁₀₉也可观察到中子皮. 另外, 从中子密度与质子密度的比较中可以看到, 质子的密度分布不论形变大小, 在距核心 4fm 外总有一个最大峰, 即有一种向外聚集的趋势, 而中子则没有这种趋势. 这是由于质子之间的电荷库仑斥力造成的. 因为

3.5 同位素位移

图 5 给出了 Pr 链不同质量数 A 的电荷均方根半径 $r_c^2(A)$ 与单幻核¹⁴¹Pr 的电荷均方根半径 $r_c^2(\text{ref})$ 之差, 即同位素位移, 在第一个中子满壳 $N = 82$ 处出现了一个反常扭折 (kink). 随着中子数 N 增加, 接近幻数 82, 电荷均方根半径之差 $r_c^2(A) - r_c^2(\text{ref})$ 略有起伏, 可认为基本上没有增加, 但当中子数超过

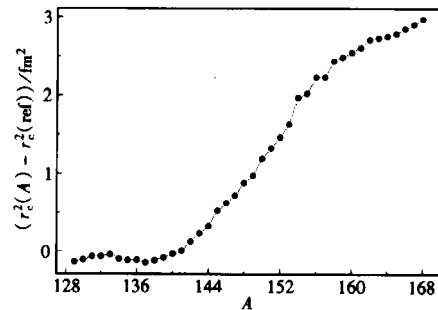


图 5 Pr 链的同位素位移

幻数后电荷均方根半径之差则以很快的速度增加. 这种反常扭折在许多核上都有体现^[8,9], 例如在 Pb 同位素位移中的反常扭折. 这不能用非相对论 Skyrme 模型来解释, 而相对论模型不引进新的参数自然地解释了同位素位移的反常扭折. 这是由于 RMF 理论合理地描述了自旋-轨道耦合项的同位旋依赖关系, 所以定量地再现了实验上的反常现象.

4 结论

本文用相对论平均场理论计算了 Pr 同位素链从质子滴线到 neutron 滴线的基态性质. 采用 BCS 处理对相互作用, 采用了与同位旋有关的中子和质子对力常数. 由于 Pr 同位素链是由奇 A 核和奇-奇核组成的, 对未配对的核子采用了阻塞(Blocking)近似. 对 Pr 同位素链考虑了轴对称形变, 核子场的 Dirac 方程和介子场的 Klein-Gordon 方程按轴对称谐振子势的本征波函数为基展开. 用 RMF 方法计算的同位素链的结合能与 FRDM 经验结果的符合说明我们以上的处理基本是合理的. 在此基础上计算了整个同位素链的四极形变, 指出了形状跃迁和形状共存, 观察到了同位素位移的反常扭折现象. 特别是具体检验了从稳定核向远离 β 稳定线不稳定区过渡时, BCS 理论处理对关联的适用程度是怎样变化的. 同时, 指出当费米面接近连续态, BCS 理论的微扰处理使某些核子有填充到连续态上的几率, 因而非物理的. 到达滴线时, 填充到连续态上的核子数迅速增加, 对相互作用不能再作微扰处理, 因而 BCS 理论将不再适用.

参考文献 (References)

- 1 Dobaczewski J, Nazarewicz W, Werner T R et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:2809
- 2 Ring P. Prog. Part. Nucl. Phys., 1996, **37**:193
- 3 CHEN BaoQiu, MA ZhongYu, Gruemmer F et al. Phys. Lett., 1999, **B455**:13
- 4 Moeller P, Nix J R et al. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1995, **59**:185
- 5 Sugahara Y, Toki H. Nucl. Phys., 1994, **A579**:557
- 6 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. of Phys., 1990, **198**:132
- 7 Rizzutto M A, Cybulska E W et al. Nucl. Phys., 1994, **A569**:547
- 8 Orlen F W. In: Nuclear Radii and Moments of Unstable Nuclei, Treatise on Heavy-Ion Science, Vol. 7, ed. D. A. Bromley, Plenum Press, New York, 1988. 515
- 9 Lalazissis G A, Sharma M M, Ring P. Nucl. Phys., 1996, **A597**:35

Ground-State Properties of $Z = 59$ Isotopic Chain in the Relativistic Mean-Field Theory

ZHOU Yong^{1,2} LI JunQing^{1,2} MA ZhongYu^{1,3} CHEN BaoQiu^{1,3}

1(*Research Center of Nuclear Theory of National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China*)

2(*Institute of Modern Physics, CAS, Lanzhou 730000, China*)

3(*China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China*)

4(*Institute of Theoretical Physics, CAS, Beijing 100080, China*)

Abstract The ground-state properties of Pr isotopic chain have been studied in the framework of the relativistic mean-field(RMF) theory. The pairing correlation is treated by BCS method and the isospin dependent pairing forces have been used. The ‘blocking’ method is used to deal with the unpaired nucleon and the axially symmetric deformation is assumed. The theoretical results show that the RMF theory with non-linear meson self interactions provides a good description of the binding energy, the deformation of nuclei, the density distributions of neutrons and protons, the isotope shifts and so on over a large isospin range of Pr isotopes. The theoretical results are in good agreement with those obtained from the Finite Range Droplet Model. The domain of the validity of the BCS approximation is checked, and the extent and the origin of the BCS failure are studied.

Key words relativistic mean field theory, pairing correlation, exotic nuclei

Received 7 July 1999

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19675057, 19775057, 19847002) and Major Subject of The Chinese Academy of Sciences, and Science Foundation of the President of The Chinese Academy of Sciences