

三频率法测量耦合器的定量分析

郑曙昕 崔宇鹏 陈怀璧 肖莉苓

(清华大学工程物理系加速器实验室 北京 100084)

摘要 在已有三频率法的基础上,根据耦合腔链等效电路模型,推导出利用实验测量数据计算耦合器频偏 Δf 和耦合度 β 的公式,首次把只能定性分析的三频率法定量化. 根据此公式编写的软件,在一套微机控制下的测量系统上实现了实时测量和定量显示,取得了高效调配行波加速管耦合器的效果,为大型集装箱检测系统用行波加速器的产业化作出了贡献.

关键词 三频率法 耦合器 耦合器调配

引言

在行波加速器中,为了使微波功率以小的反射馈入加速管中,以及将剩余的功率耦合到输出波导中,都需要用耦合器来实现阻抗匹配和波形转换. 耦合器中场结构复杂,应用三维电磁场计算软件可以计算耦合器的尺寸,但是精度有限. 通常需实验测量来指导耦合器的调配.

国内外测量耦合器参数的方法有多种,各有特点. 传统的测试耦合器参数的技术大多涉及到用驻波测量线,手工处理数据,在 Smith 圆图上作图求解等大量低效、繁琐的工作,不能适应产业化批量制造行波加速器的要求.

立足于现代计算机科学及微波技术的发展,我们建立了一套微机控制下以矢量网络分析仪为核心硬件的测试系统,编制了测量耦合器失配参数的专用软件,实现了数据的自动采集和实时处理,并能以多种方法测量并实时显示分析的结果.

该测试系统使调配工作可综合利用国内外已有的三频率法^[1,2],移动负载三点法^[3]及变频三点法^[4];3种方法的结果可以互相对比,以保证测量结果的准确性.

已有的三频率法具有测试简单快速的优点,但仅能定性判断耦合器频率偏差 Δf 的高低及输入耦合度 β 的强弱,不能定量地计算 Δf 及 β 值的大小;而移动负载三点法和变频三点法虽能定量指明 β 的大小,但未能计算出频偏 Δf 的数值;因此在原有工作的基础上,建立了调配耦合器的等效电路模型,推导出利用实验测量的数据计算耦合器的 Δf 及 β 的公式,编入了专用软件,便于更有效地判断耦合器有关尺寸调配的方向及大小.

本文将介绍对三频率法定量分析的理论推导。

1 三频率法简介^[1,2]

早在 1963 年,美国 SLAC 的 E. Westbrook 提出了一个调配电耦合的 $2\pi/3$ 模行波加速管耦合器的方法^[1],80 年代在我国也曾得到应用^[5,6]。此方法要求事先已知加速腔链的 3 个色散角频率 ($\omega_{\pi/2}$, $\omega_{2\pi/3}$ 及 $\omega_m = (\omega_{\pi/2} + \omega_{2\pi/3})/2$), 仅要求耦合器后接一小段腔链。该方法测量的操作也很简单;首先用短路活塞失谐耦合腔,如图 1(a)所示,标定输入波导中此三频率相应的失谐短路参考面;然后移动活塞至相邻的腔中心面,使之失谐,如图 1(b)所示,测量输入波导中此三频率对应的反射相位,根据相位分布即可定性判断耦合器的匹配状态。

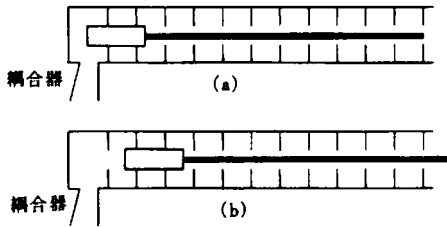


图 1 三频率法实验示意图

据判为:当耦合器匹配好时,如图 2(a)所示, $y(\omega_m)$ 的相角 $\phi_m = 180^\circ$, $y(\omega_{\pi/2})$ 与 $y(\omega_{2\pi/3})$ 的相角差为 120° 。如果 $\phi_m > 180^\circ$,如图 2(b),则表明耦合腔频率偏高;反之,频率偏低。如果 $y(\omega_{\pi/2})$ 与 $y(\omega_{2\pi/3})$ 的相角差大于 120° ,如图 2(c),则判定为欠耦合, $\beta < 1$;反之,则判定为过耦合, $\beta > 1$ 。此方法适用于调配电耦合的 $2\pi/3$ 模行波加速管耦合器。

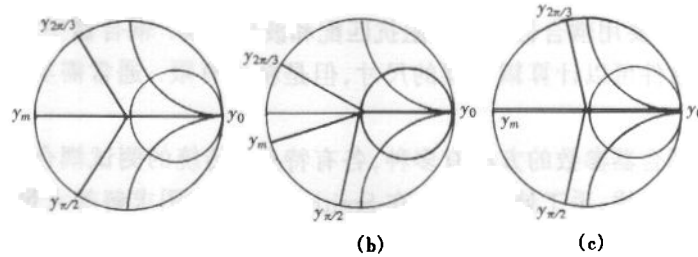


图 2 三频率法导纳圆图

1993 年,法国的 M. Chanudet 把这种方法推广到任意模式的电耦合或磁耦合的行波加速结构,并给出了较为详细的理论推导^[2]。分析其结论为:失谐耦合腔标定输入反射相角为 0° ,移动活塞至相邻的腔中心面,测量输入波导中三频率 $\omega_{\pi/2}$, ω_θ 及 $\omega_m = (\omega_{\pi/2} + \omega_\theta)/2$ 对应的反射相位 $\phi_{\pi/2}$, ϕ_θ 及 ϕ_m ,则当耦合器匹配时,满足如表 1 所示的关系。可见对于 $\theta = 2\pi/3$ 模的电耦合结构,与 SLAC 提供的判据是一致的,但同样不能定量计算耦合器的 Δf 及 β 的大小。

表 1 三频率法测量耦合器匹配的反射相位分布

工作模式(θ)	反射相位	电耦合结构	磁耦合结构	工作模式(θ)	反射相位	电耦合结构	磁耦合结构
	ϕ_m	180°	180°		ϕ_m	180°	180°
$0 \leq \theta \leq \pi/2$	ϕ_θ		2θ	$\pi/2 \leq \theta \leq \pi$	ϕ_θ	$2(\pi - \theta)$	$-2(\pi - \theta)$
	$\phi_{\pi/2}$	2θ	-2θ		$\phi_{\pi/2}$	$-2(\pi - \theta)$	$2(\pi - \theta)$

率法的理论再分析

并能定量计算出耦合器的频偏 Δf 和输出上,对带耦合器的等效电路模型,重新

1) 盘荷波导加速管是均匀无损的周期结构,等效为集中参数元件电感 L 、电容 C 和耦合电容 C' 组成的无损双口级联链式网络;

2) 耦合器的参数与均匀腔的参数稍有不同,等效电容和电感分别为 C_1 和 L_1 ,假设: $\frac{L_1 - L}{L} \ll 1$ 和 $\frac{C_1 - C}{C} \ll 1$ 成立;

3) 耦合腔与加速腔链间的耦合电容仍为 C' ;

4) 矩形波导等效为特性阻抗为 Z_c 的均匀传输线,耦合腔与矩形波导间通过窗口无损耦合,按微波网络理论,在特定的失谐面处,可等效为 $n:1$ 的理想变压器网络。

5) 图中 a, b 及 c 分别为不同的参考面。

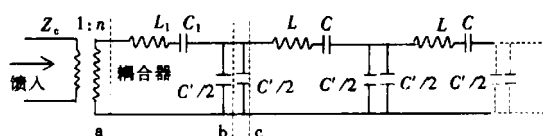


图3 耦合器及加速管的等效电路

2.2 无损双口级联链式网络的色散方程及特性阻抗 Z_c

在微波波段,等效的 L, C, C' 等集中参数是无法直接测量的,通常要转换为可以测量的微波参量,如频率、阻抗及反射系数等,其间要利用腔链的色散及特性阻抗等参量。文献[2]中有较为详细的推导,摘要如下:

据周期结构的 Floquet 定理,可求得图3中加速腔链的色散方程为:

$$\omega_\theta = \omega_{\pi/2} \sqrt{1 - k \cos \theta} \approx \omega_{\pi/2} \left(1 - \frac{k}{2} \cos \theta \right), \quad (1)$$

其中 θ 是腔间相移, ω_θ 是模式为 θ 的工作频率, $\omega_{\pi/2}$ 是 $\pi/2$ 模的频率, k 为相邻腔间耦合系数。

$\omega_{\pi/2}, k$ 分别与回路的 L, C 及 C' 有如下的转换关系:

$$\omega_{\pi/2} = \sqrt{\frac{1}{L\nu}}, \quad (2)$$

$$k = \frac{2\nu}{C'}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{1}{C} + \frac{2}{C} \quad (4)$$

在弱耦合 ($k \approx 10^{-2}$) 的情况下, 相应于电耦合结构, II 型级联链式网络等效的特性阻抗 Z_c 可表示如下:

$$Z_c(\omega_\theta) = 2 |X| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \quad (5)$$

其中

$$X = \frac{1}{j\omega_\theta C'} \approx \frac{1}{j\omega_{\pi/2} C'}, \quad (6)$$

可见, 等效的特性阻抗是实数, 并为工作频率 ω_θ 的函数. 对于不同的工作模式 θ , 特性阻抗 Z_c (导纳 Y_c) 是不同的.

2.3 推导耦合器匹配时应有的等效参数

如图 3 所示, 耦合器的作用在于通过调配等效参量 C_1, L_1 和 n , 使已调谐于工作模式 θ_0 , 特性阻抗为 $Z_c(\omega_{\theta_0})$ 的盘荷波导, 在特定参考面的输入阻抗转换为与矩形波导的特性阻抗 Z_c 匹配. 为此我们首先推导对 ω_θ 匹配的耦合器应有的参量, 以便计算实测参数的偏离值.

耦合器等效电容 C_1 和电感 L_1 是无法直接测量的, 但频率可以测量. 引入变量 ω_{c_0} 代表耦合器的单腔频率, δ 代表 ω_{c_0} 和腔链 $\omega_{\pi/2}$ 的相对频率偏差.

$$\omega_{c_0} = \sqrt{\frac{1}{L_1 \nu_1}}, \quad (7)$$

$$\delta = \frac{\omega_{c_0}}{\omega_{\pi/2}} - 1, \quad (8)$$

其中

$$\frac{1}{\nu_1} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'}, \quad (9)$$

并有

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}} &= \sqrt{\frac{1}{L_1 \nu_1} - \frac{1}{L_1 C'}} = \sqrt{\frac{1}{L_1 \nu_1} - \frac{k}{2L_1 \nu}} \approx \\ &\sqrt{(\omega_{c_0})^2 - \frac{k}{2} \omega_{\pi/2}^2} \approx \omega_{\pi/2} \left(1 + \delta - \frac{k}{4}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

如图 3 所示, 若腔链已调谐一致, 从 b 参考面向腔链方向看的输入阻抗应等于特性阻抗 $Z_c(\theta)$, 从参考面 a 向腔链方向看的输入阻抗为 Z_{a_1} , 根据上述各关系式, 化简后可得下列表达式:

$$\begin{aligned} Z_{a_1} &= j\omega_\theta L_1 + \frac{1}{j\omega_\theta C_1} + \frac{2X \cdot 2 |X| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{2X + 2 |X| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} = \\ &j\omega_\theta L_1 \left(1 - \frac{1}{\omega_\theta^2 L_1 C_1}\right) + \frac{2X \cdot 2 |X| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{2X + 2 |X| \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} \approx \\ &j\omega_{\pi/2} L_1 \left(1 - \frac{k}{2} \cos \theta\right) \left[1 - \frac{\left(1 + \delta - \frac{k}{4}\right)^2}{(1 - k \cos \theta)}\right] + \frac{2jX \sin \frac{\theta}{2}}{e^{j\frac{\theta}{2}}} \approx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |X| \sin\theta - j|X| \left(2\sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{4\delta}{k} + 2\cos\theta - 1 \right) = \\ |X| \sin\theta + j|X| \left(\frac{4\delta}{k} + \cos\theta \right). \end{aligned} \quad (11)$$

匹配要求在工作模式 $\theta = \theta_0$ 时归一化阻抗 $z_{a_1} = \frac{Z_{a_1}}{n^2 Z_c} = 1 + j0$, 所以下列关系成立:

$$\text{变比 } n \text{ 满足} \quad \frac{n^2 Z_c}{|X| \sin\theta_0} = \beta_s = 1, \quad (12)$$

$$\text{频偏满足} \quad \frac{4\delta}{k} + \cos\theta_0 = 0. \quad (13)$$

从(13)和(8)式可得

$$\omega_{c_0} = \omega_s = \omega_{\pi/2} \left(1 - \frac{k}{4} \cos\theta_0 \right) = \frac{(\omega_{\pi/2} + \omega_{\theta_0})}{2}, \quad (14)$$

可见对工作模式 θ_0 匹配的耦合腔频率 ω_{c_0} 应为 ω_s , 恰等于 ω_{θ_0} 和 $\omega_{\pi/2}$ 的平均值 ω_m .

2.4 测量输入反射相位求解耦合器的频偏 Δf 和输入耦合度 β

通过测量任选两个频率的反射相位的数据,可计算出耦合腔的实际频率 ω_{c_0} 和耦合系数 β , 推导如下: 实验中失谐第二腔, 即从参考面 c 后的腔链全部失谐, 只剩下耦合腔, 从参考面 a-a 向腔链方向看的输入阻抗为:

$$Z_{a_2} = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C'} = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega\nu_1}, \quad (15)$$

$$\text{归一化阻抗为:} \quad z_{a_2} = \frac{Z_{a_2}}{n^2 Z_c} = j \frac{L_1(\omega^2 - \omega_c^2)}{\omega n^2 Z_c}, \quad (16)$$

由于归一化阻抗是纯虚线, 则 $|\Gamma| = 1$,

$$\text{输入反射系数} \quad \Gamma = \frac{z_{a_2} - 1}{z_{a_2} + 1} = e^{j\varphi}, \quad (17)$$

$$\text{可推得关系式} \quad \text{tg} \frac{\varphi}{2} = j \frac{1}{z_{a_2}} = \frac{n^2 \omega z_c}{L_1(\omega^2 - \omega_{c_0}^2)}, \quad (18)$$

实验中任选两个角频率 ω_1 和 ω_2 测量, 得到相应的反射相位 φ_1 和 φ_2 代入(18)式, 得到:

$$\frac{\text{tg} \frac{\varphi_1}{2}}{\text{tg} \frac{\varphi_2}{2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_{c_0}^2)}{(\omega_1^2 - \omega_{c_0}^2)}, \quad (19)$$

求解(19)式, 则求得所测耦合腔的角频率 ω_{c_0}

$$\omega_{c_0} = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \sqrt{\frac{\text{tg} \frac{\varphi_2}{2} \omega_2 - \text{tg} \frac{\varphi_1}{2} \omega_1}{\omega_1 \text{tg} \frac{\varphi_2}{2} - \omega_2 \text{tg} \frac{\varphi_1}{2}}}, \quad (20)$$

用 $\Delta\omega$ 表示实测耦合腔的角频率 ω_{c_0} 与匹配的期望值 ω_s 的差, 由式(14)和(20)得:

$$\Delta\omega = \sqrt{\omega_1\omega_2} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} \omega_2 - \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \omega_1}{\omega_1 \operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} - \omega_2 \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}}} - \omega_{\pi/2} \left(1 - \frac{k}{4} \cos\theta_0\right), \quad (21)$$

因而得到计算耦合器频偏 Δf 的表达式:

$$\Delta f = \sqrt{f_1 f_2} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} f_2 - \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} f_1}{f_1 \operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} - f_2 \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2}}} - f_{\pi/2} \left(1 - \frac{k}{4} \cos\theta_0\right), \quad (22)$$

把 ω_{c_0} 和实验中选的一个频率 ω_1 代入(18)式,可解得在工作模式 θ_0 下的输入耦合度:

$$\beta = \frac{n^2 Z_c}{\frac{k}{2} \omega_{\pi/2} L \sin\theta_0} = \frac{1}{\frac{k}{2} \omega_{\pi/2} \sin\theta_0} \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} (\omega_1^2 - \omega_2^2)}{\operatorname{tg} \frac{\varphi_2}{2} \omega_1 - \operatorname{tg} \frac{\varphi_1}{2} \omega_2}. \quad (23)$$

3 推导结果与原有方法的比较

3.1 匹配时,反射相角 φ 与腔间相移 θ 的关系与原有方法一致

首先对耦合器匹配时,计算三频率的反射相角与原作者的结果(表1)进行了比较.在 $\beta=1, \Delta f=0$ 的条件下,利用公式(21),(23)及(18),可得到反射相角 φ 与腔间相移 θ 的关系为

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0 - 2\cos\theta}, \quad (24)$$

smith 圆图上反射系数相角 φ 与 $\theta = (\pi/2, \theta_0, \theta_m)$ 的三个频率的对应关系如下,按色散关系有 $\theta_m = \arccos(\cos\theta_0/2)$,因而由(24)计算得:

$$\begin{aligned} \theta = \theta_0 \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} &= -\operatorname{tg}\theta_0 \quad \varphi = -2\theta_0 \\ \theta = \frac{\pi}{2} \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} &= \operatorname{tg}\theta_0 \quad \varphi = 2\theta_0 \\ \theta = \theta_m \quad \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} &= \infty \quad \varphi = \pi, \end{aligned} \quad (25)$$

可见(25)所示与法国 M. Chanudet 的结论^[2]是一致的(见表1).

3.2 测量频率的数目减为 2 个,并可任意选取

从公式(22),(23)可以看出,新方法的测量频率可以在加速管通带内任意选取,并且只需要两个频率的测量数据,就有足够的信息来计算输入耦合度 β 和频偏 Δf . 而原方法则需要 3 个指定的频率,且当 $\theta = \pi/2$ 时, $\omega_\theta, \omega_m, \omega_{\pi/2}$ 等 3 个频率变成一个频率,此方法不再适用. 我们推导出了一般解,对 $\pi/2$ 模也适用.

3.3 可定量算出耦合器频偏 Δf 和输入耦合度 β

我们按重新分析的结果编制了软件,测量系统不但显示 3 个频率下的反射相位的分布,提供直观的定性判据,同时还输出耦合器频偏 Δf 和输入耦合度 β 的数值大小,为调变耦合器的尺寸提供了定量的依据.

4 调配实例

图 4 给出了一个大型集装箱检测系统用行波加速器耦合器的调配实例.

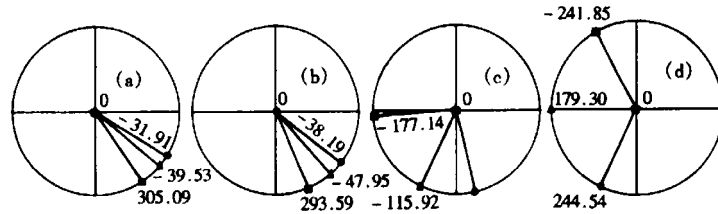


图 4 行波加速管耦合器调配实例

(a) $\beta = 0.74$, $\Delta f = 22.58\text{MHz}$; (b) $\beta = 0.85$, $\Delta f = 21.26\text{MHz}$;

(c) $\beta = 0.95$, $\Delta f = 6.80\text{MHz}$; (d) $\beta = 0.94$, $\Delta f = 0.17\text{MHz}$.

为了直观地反映 3 个相角的关系,我们的测量系统依然选取 ω_{θ_0} , $\omega_{n/2}$, ω_m 作为测量角频率,在 smith 圆图上画出 3 个频率下的反射系数相角 φ . 但我们在实际计算 β 和 Δf 时只用到了两个频率点的测量值.

开始耦合器窗口和内径都加工得比较小,实测结果如图 4(a)所示, $\beta = 0.74$, $\Delta f = 22.58\text{MHz}$. 因此根据耦合度 β 和耦合窗宽度 h 之间的经验数据扩大耦合窗宽度,使 β 增加,同时也会引起频率降低,如图 4(b), (c)所示. 从图 4(c)可知耦合度已经接近 1,但耦合器的频率仍偏高 6.80MHz. 根据盘荷波导 $2\pi/3$ 模的 $\partial f/\partial(2b)$ 值切削耦合器内径后,测量结果如图 4(d)所示,基本达到了匹配要求.

5 结论

耦合器参数的定量测量使耦合器调配的自动化程度大大提高了,同时也为研究耦合器的尺寸与耦合度 β 和频率偏差 Δf 的关系提供了精确的测量手段.

这套测量系统同时实现的功能还有变频三点法、移动负载三点法测量耦合器参数,可以与三频率法互相校核;以及逐腔移动负载法测试腔链的均匀性、非谐振扰动法和谐振扰动法测量加速管束流中心场分布等^[7].

所建立测试系统的实际应用,取得了快速高效调配行波加速管耦合器的效果,满足了清华大学年产 10 台 9MeV 行波电子直线加速器用于批量制造海关大型集装箱检测系统的要求,为该系统的产业化作出了贡献.

参考文献 (References)

- 1 Westbrook E. Microwave Impedance Matching of Feed Waveguides to the Disk-Loaded Accelerator Structure Operating in the $2\pi/3$ Mode. SLAC-TN-63-103, 1963
- 2 Marie Chanudet. Matching of the Coupler Cavity to Travelling Wave Structures at Any Operating Mode. LAL/RT 93-06, June, 1993
- 3 LUO Jing-Shao, GAO Mei-Yi, ZHOU Wen-Zhen et al. Matching of Coupler Used in a Linear Electron Accelerator of Disk-loaded Waveguides. In: Proceeding of 1979 Accelerator Technology Symposium. 1980. 163—169 (in Chinese)
(罗景韶, 高美亿, 周文正等. 电子直线加速器盘荷波导耦合器的匹配. 见: 1979 年全国加速器技术交流会论文集. 1980. 163—169)
- 4 CAI Hong-Cheng. Experimental Research on Coupler Matching and Field Distribution Measurement. Master Thesis of Tsinghua University. 1982 (in Chinese)
(蔡鸿程. 耦合器和盘荷波导的匹配及场分布测量的实际研究. 清华大学硕士学位论文. 1982)
- 5 Electron Linac Group of IHEP. Measurement and Tuning of Model of 1.1/1.4GeV electron linac and Pre-accelerating Accelerator. In: Proceeding of linac Technology and Application Symposium. Beijing, 1985 (in Chinese)
(中国科学院高能所电子直线室. 1.1/1.4GeV 电子直线加速器的模型段及预加速器的测试和调配. 见: 全国直线加速器技术及应用学术交流会论文集. 北京, 1985)
- 6 WANG De-Fa, JIN Kai et al. Tuning and Matching of Disk-loaded Waveguides and Coupler. In: Linac Technology and Application Symposium. Beijing, 1985 (in Chinese)
(王德法, 金凯等. 盘荷波导加速管和耦合器的调整与匹配. 见: 全国直线加速器技术及应用学术交流会论文集. 北京, 1985)
- 7 CUI Yu-Peng. Measurement and Analysis System of Vector Network for Tuning and Matching of Accelerating Tube. Master Thesis of Tsinghua University. 1999 (in Chinese)
(崔宇鹏. 加速管调配的矢网测试及分析系统. 清华大学硕士学位论文. 1999)

Quantitative Analysis of Coupler Tuning

ZHENG Shu-Xin CUI Yu-Peng CHEN Huai-Bi XIAO Li-Ling

(Accelerator Laboratory, Engineering Physics Department, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract This paper deduces the equation of coupler frequency deviation Δf and coupling coefficient β instead of only giving the adjusting direction in the process of matching coupler, on the basis of coupling-cavity chain equivalent circuits model. According to this equation, automatic measurement and quantitative display are realized on a measuring system. It contributes to industrialization of traveling-wave accelerators for large container inspection systems.

Key words kyhl method, coupler, coupler matching

Received 16 December 1999, Revised 23 March 2000