

# BEPC 上离子引起的耦合束团 不稳定性分析\*

罗云 国智元 张闯

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 对在北京正负电子对撞机(BEPC)上观测到的由离子引起的电子束二极耦合束团不稳定性实验数据作了分析处理,给出了这种二极耦合束团不稳定性的边带. 首先用离子俘获的线性两束流理论定量计算了离子引起的二极耦合束团不稳定性发生的阈值束流流强和不稳定性的增长时间,然后用基于束流-离子强弱作用模型的模拟程序跟踪了在实验情况下束流与离子的相互作用过程,跟踪结果成功地再现了离子引起的二极耦合束团不稳定性边带,并给出了比较合理的不稳定性增长时间.

**关键词** 离子俘获 耦合束团不稳定性 线性两束流理论 强弱作用模型

## 1 概述

中日双方联合在 BEPC 上进行了多次束流-光电子不稳定性(PEI)的机器研究,表 1 给出 1998 年 5 月第五次实验<sup>[1]</sup>的 BEPC 机器和实验模式的参数,其中给出的横向束团尺寸是发射度耦合为 5% 时的全环横向束团尺寸的平均值. 本次实验不同于以往几次实验的是引入了单次通过束流位置探测器(SPBPM),该系统可以连续记录每个束团先后通过观测点时各束团中心的垂直位置,通过对记录数据作分析,可以得到多束团二极相干振荡信息,从而更加准确、定量地分析二极耦合束团不稳定性.

作为与正电子束的对比实验,在同等实验条件下均匀注入了总流强为 11.8mA, 160 个电子束团,在这种情况下,实验观测到了电子束二极耦合束团不稳定性. 实验中,均匀注入 160 个负电子束团,垂直方向二极耦合束团振荡模边带所对应的振荡角频率为<sup>[2]</sup>

$$\omega_{p,\mu,Q_y} = (pM + \mu + Q_y)\omega_0, \quad (1)$$

其中  $M$  是束团数目,  $p$  和  $\mu$  是模数,  $-\infty < p < +\infty$ ,  $\mu = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ,  $Q_y$  是束流垂直方向工作点,  $\omega_0$  为束流回旋角频率.

2000-01-31 收稿

\* 国家自然科学基金资助(19875063)

表1 PEI实验部分机器和模式参数

环周长(m)	240.4
能量(GeV)	1.3
回旋频率 $f_0$ (MHz)	1.247
高频谐波数	160
水平方向工作点 $Q_x$	5.82
垂直方向工作点 $Q_y$	6.74
束团水平均方根尺寸(mm)	1.34
束团垂直均方根尺寸(mm)	0.277
自然发射度(mm·mrad)	0.134

## 2 实验数据处理和不稳定性边带

每一组 SPBPM 记录数据包括 2.6M bytes, 可记录 16384 圈的 160 个束团中心的垂直位移, 一个束团中心的垂直位置用 1 byte 信号表示. 分析程序首先把每个记录分为 62 段, 每段 256 圈, 对 256 圈的  $256 \times 160$  个束团中心垂直位置信号作快速傅立叶变换, 从中挑出 160 个模的上下边带的相对振幅.

图 1 是典型的电子注入情况下垂直方向二极耦合束团运动的边带分布, 图中上半部为下边带, 下半部为上边带, 高度代表该边带所对应频率的二极耦合束团运动的相对振幅. 从图中可见, 相对幅度较大的上边带只有一条, 其频率约为  $0.2539f_0$ , 根据式(1)知是 153 号模的上边带. 可见, 多束团主要以该边带对应的频率  $0.2539f_0$  作不稳定的二极耦合束团运动, 该边带可以用离子俘获加以解释.

在束流-离子线性作用力的假设下, 离子垂直方向运动的振荡角频率为

$$\omega_{i,y} = \left[ \frac{2\lambda_e r_p c^2}{A\sigma_{e,y}(\sigma_{e,x} + \sigma_{e,y})} \right]^{1/2}, \quad (2)$$

其中  $\lambda_e$  是全环束流粒子数的平均密度,  $r_p$  是质子的经典半径,  $c$  是光速,  $A$  是某种被俘获离子的质量数,  $\sigma_{e,x}$  和  $\sigma_{e,y}$  是离子所在处的束团横向尺寸. 计算中假设被俘获离子为  $\text{CO}^+$ , 其质量数  $A$  为 28, 当束流流强 11.82mA 时, 根据式(2), 代入全环平均束团尺寸, 计算得到  $\omega_{i,y} = 0.29\omega_0$ , 因此, 可以定性判断以上实验观测到的频率为  $0.2539f_0$  的不稳定耦合束团模边带主要是由  $\text{CO}^+$  离子俘获引起. 下面用离子俘获的线性两束流理论和基于束流-离子强弱作用模型的程序模拟跟踪给出更为定量的解释.

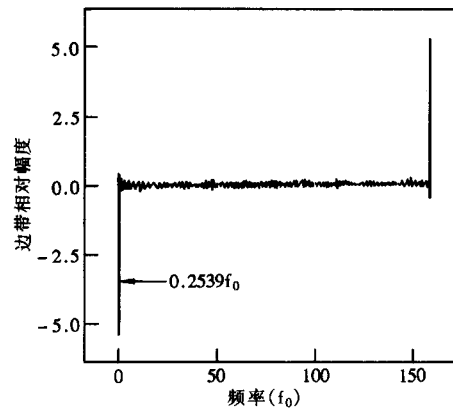


图1 实验得到的全频段  
耦合束团运动边带

### 3 离子俘获的线性两束流理论解释

离子俘获的线性两束流理论<sup>[3]</sup>是建立在束流和离子云线性作用、束流和离子云沿环均匀分布的两个基本假设上的,所以仅适用于束团小振幅振荡和多束团均匀分布、粒子数均匀填充的情况. 该理论给出如下色散关系:

$$(\Omega^2 - \omega_{i,y}^2)[(\Omega - n\omega_0)^2 - \omega_{e,y}^2 - Q_y^2\omega_0^2] = \omega_{i,y}^2\omega_{e,y}^2, \quad (3)$$

其中

$$\omega_{e,y}^2 = \frac{2\lambda_i r_e c^2}{\gamma\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)} = \frac{Am_p}{\gamma m_e} \eta\omega_{i,y}^2, \quad (4)$$

以上两式中, $\Omega$  为束流中心与离子云中心的耦合运动角频率, $Q_y$  为实验模式束流垂直工作点, $\gamma$  是束流电子的相对论能量因子, $\eta$  为离子中性化系数, $m_e$  和  $m_p$  分别为电子和质子的质量. 令  $x = \frac{\Omega}{\omega_0}$ ,  $\nu_e = \frac{\omega_{e,y}}{\omega_0}$ ,  $\nu_i = \frac{\omega_{i,y}}{\omega_0}$ , 式(3)可写为

$$(x^2 - \nu_i^2)[(x - n)^2 - \nu_e^2 - Q_y^2] = \nu_i^2\nu_e^2, \quad (5)$$

在一定流强下对某个束流一圈振荡数目  $n$  求解这个齐次方程,如果有一根  $x$  为虚数,且  $x$  的虚部为正数,那么该系统为不稳定,即会发生离子引起的耦合束团不稳定性. 事实上,式(5)中的系数都为实数,虚根应是成对出现的,且两个虚根互为共扼. 在存在虚根  $x$  的情况下,不稳定性的增长率  $\tau_g^{-1}$  为

$$\tau_g^{-1} = \omega_0 |\text{Im}(x)|. \quad (6)$$

对于上面提到的具体实验条件,取中性化系数为 0.001,对于不同束流流强解方程(5),图 2 是  $\Omega/\omega_0$  的实部、 $\omega_{i,y}/\omega_0$  随束流流强的变化,图 3 是  $\Omega/\omega_0$  的虚部的绝对值随束流流强的变化. 从图上可见,束流流强在 8.6—9.6mA 之间,模数  $n=7$  的束流振荡频率和离子振荡频率发生交叉, $\Omega/\omega_0$  的虚部不为零,束流运动不稳定;此时束流和离子云运动的耦合频率在  $0.26f_0$  左右,表现在束流频谱上,应有该频率所代表的耦合束团振荡峰. 根据式(6),从图 3 可计算得到该不稳定性束流振幅的最快增长时间  $\tau_g$  为 0.035ms.

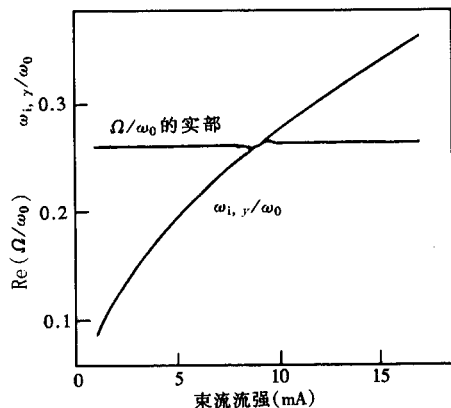


图 2  $\Omega/\omega_0$  的实部、 $\omega_{i,y}/\omega_0$  随束流流强的变化

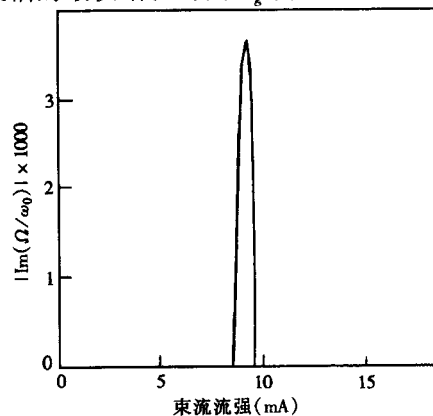


图 3  $\Omega/\omega_0$  的虚部绝对值随束流流强的变化

离子俘获的线性两束流理论定量地给出了束流-离子云之间的相干不稳定性发生的阈值流强在 8.6—9.6mA 之间,比实验流强 11.8mA 略小,这可以用全环离子振荡频率的分散性来解释. 该理论由于采用的是两束流假设,以及忽略了束流-离子作用力的非线性和离子振荡频率的分散,所以给出的不稳定性增长时间非常快,因此用计算机程序进一步模拟跟踪是很有必要的.

#### 4 离子俘获的程序模拟跟踪

下面我们采用自编的基于束流-离子强弱作用模型<sup>[4]</sup>的离子俘获模拟程序对实验中离子引起的二极耦合束团不稳定性作模拟跟踪. 该模型假设每个束团为刚性的高斯分布束团,而离子用宏粒子代表,假设离子在全环几个点处均匀产生,束团在离子产生点之间按真实磁聚焦参数所给出的束流传输矩阵传输;当一个束团经过一个离子产生点时,离子的位置变化忽略不计,每个离子的速度突变为  $\Delta v_{x,y}$ ,

$$\Delta v_y + i\Delta v_x = -\frac{n_e r_p c}{A} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{(\sigma_{e,x}^2 - \sigma_{e,y}^2)}} \cdot f(x, y), \quad (7)$$

式中  $n_e$  是该束团的电子数,  $x$  和  $y$  是离子相对于束团中心的位移,  $f(x, y)$  是与束团中电子分布有关的无量纲函数,

$$f(x, y) = w \left[ \frac{x + iy}{\sqrt{2(\sigma_{e,x}^2 - \sigma_{e,y}^2)}} \right] - \exp \left( -\frac{x^2}{2\sigma_{e,x}^2} - \frac{y^2}{2\sigma_{e,y}^2} \right) w \left[ \frac{x \frac{\sigma_{e,y}}{\sigma_{e,x}} + iy \frac{\sigma_{e,x}}{\sigma_{e,y}}}{\sqrt{2(\sigma_{e,x}^2 - \sigma_{e,y}^2)}} \right], \quad (8)$$

其中  $w(x + iy)$  为复误差函数. 另一方面,单个离子对该刚性束团中心的踢角为

$$\Delta y' + i\Delta x' = \frac{r_e}{\gamma} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{(\sigma_{e,x}^2 - \sigma_{e,y}^2)}} \cdot f(x, y), \quad (9)$$

这里  $r_e$  是电子的经典半径.

模拟跟踪时假设全环有 4 个离子产生点,分别为 BEPC 环的四个磁聚焦参数对称点;程序考虑到了 CO<sup>+</sup> 的产生过程,为了缩短程序运行时间,实际模拟中假设 CO 气体的分压强为  $1.0 \times 10^{-7}$  Torr. 在实验给定的流强 11.8mA 和填充方式下,模拟跟踪了 2048 圈,记录下 BEPC 北对称点处 2048 圈 160 个束团先后通过时各束团中心的垂直位移,计算机运行时间约为 18 小时.

图 4 是对模拟跟踪得到的第 8 个 256 圈 160 个束团中心垂直位移的频谱分析的低频段显示,图 5 是模拟跟踪给出的全频段垂直方向二极耦合束团运动的边带分布,从图中可见,相对幅度较高的上边带只有 1 条,其代表的耦合束团不稳定性运动的频率约为  $0.2588f_0$ ,和图 1 给出的耦合束团不稳定性边带基本一致,可见用基于束流-离子强弱作用的模型跟踪程序比较成功地再现了离子引起的耦合束团不稳定性模边带.

图 6 是每圈 160 个束团通过观测点时,其中最大的束团中心偏离  $y_{\max}/\sigma_{e,y}$  随跟踪圈数的变化,用指数增长形式拟合得到其增长时间约为 625 圈,即 0.50ms. 为了得到离子

引起束团不稳定性增长时间  $\tau_g$  和束流管道中残余 CO 气体压强  $p_{CO}$  的关系,用上程序模拟跟踪了 160 个束团均匀填充、束流总流强 80.0mA、不同 CO 气体压强下的束流离子作用,得到离子引起的不稳定性增长时间随 CO 气体压强  $p_{CO}$  变化的如下经验公式,

$$\tau_g \cdot p_{CO}^{0.584} = C, \quad (10)$$

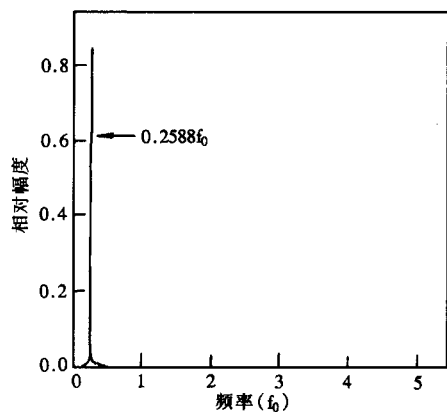


图 4 跟踪得到的低频段耦合束团运动频谱

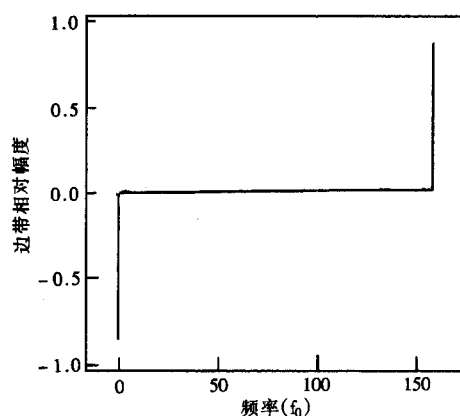


图 5 跟踪得到的全频段耦合束团运动边带

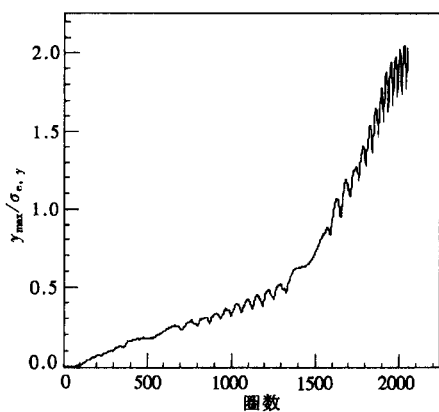


图 6 最大束团中心垂直偏离的变化

其中  $C$  是和束流流强有关、和 CO 气体压强  $p_{CO}$  无关的常数,  $\tau_g$  的单位为束流回旋周期,  $p_{CO}$  的单位为  $n\text{Torr}$ , 参考文献[4]的图 5 也给出基本一样的不稳定性增长时间和 CO 压强的关系. 实验中,全环束流真空管道中平均残余气体压强约为  $0.5n\text{Torr}$ , BEPC 真空组实际测量结果表明,该真空度下残余 CO 气体约占 15%,那么 CO 气体的分压压强约为  $0.075n\text{Torr}$ ,根据式(10)和 CO 压强为  $1.0 \times 10^{-7}\text{Torr}$  时的模拟跟踪结果,得到实际离子引起的耦合束团不稳定性增长时间约为 33.4ms. 由于基于束流离子强弱作用模型的模拟跟踪程序忽略了束团内部运动,所以

实际的不稳定性增长时间应比 33.4ms 长一些. 考虑到实验模式的辐射阻尼时间为 86ms,以及可能存在的其他不稳定阻尼机制,可见用上程序模拟跟踪得到的该不稳定性增长时间比较接近实际值.

作者衷心感谢中日束流光电子研究合作小组和 BEPC 物理组同事的合作和支持.

### 参考文献 (References)

- 1 GUO Z Y et al. Recent Studies of Beam-Photoelectron Instability in BEPC, PAC'99, New York, 1999
- 2 CHAO A W. Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerator. New York: Wiley-Interscience Publi-

- cation. 1993. 203—211
- 3 Bocchetta C. Lifetime and Beam Quality. In: Turner S ed. CERN 98—04. 1999. 272—278
- 4 Ohmi K. Phys. Rev. , 1997, **E55**:7750

## Analysis of an Ion Induced Coupled-Bunch Instability in BEPC\*

LUO Yun GUO Zhi-Yuan ZHANG Chuang

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

**Abstract** An ion induced coupled-bunch instability observed in the Beijing Electron-Positron Collider (BEPC) is analyzed in the paper, with the given side-band of the instability. A linear two-beam theory of ion-trapping is applied to calculate the threshold current and growth time of the instability. A simulation program based on the strong-weak model is developed to track the interaction process between the beam and the ion cloud. The simulation results successfully reproduce the side-band and give a reasonable growth time of the instability.

**Key words** ion trapping, coupled bunch instability, linear two beam theory, strong-weak model