

Skyrme-Hartree-Fock 方法 对 Ca 同位素基态性质的研究 (II) 中子晕、中子皮与经典禁区内粒子*

任秀宰 孟杰¹⁾ 周善贵 杨泗春 龙文辉

(北京大学技术物理系和重离子物理研究所 北京 100871)

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

摘要 用 Skyrme-Hartree-Fock 模型研究了 Ca 同位素的纯中子物质的厚度和经典禁区内粒子数随同位旋的变化. 定义了零粒子半径和单粒子半径, 并用这两种半径定义方法研究纯中子物质厚度后发现: 纯中子物质的厚度明显地受到壳结构的影响, 零粒子半径和单粒子半径是探讨中子晕比较合适的物理量. 经典禁区内质子数和中子数的差别可以作为定义中子晕或中子皮的指标.

关键词 Skyrme-Hartree-Fock 模型 Ca 同位素 中子晕与中子皮 纯中子物质 经典禁区粒子

1 引言

在前一篇文章里, 我们用 Skyrme-Hartree-Fock 模型研究了 Ca 同位素的结合能、半径和密度分布随同位旋的变化, 特别是壳结构对这些核性质的影响^[1].

本文研究 Ca 同位素中与中子皮、中子晕、纯中子物质和经典禁区内粒子数有关的几个问题: 纯中子物质厚度的定义、丰中子核的中子皮、中子晕和纯中子物质之间的关系以及纯中子物质与经典禁区内粒子数之间的关系.

2 纯中子物质的厚度和经典禁区内粒子数的计算方法

在 Skyrme-Hartree-Fock 模型里, 球形核的单粒子波函数可写成^[2-5]

2000-03-15 收稿, 2000-06-26 收修改稿

* 国家自然科学基金资助(19847002 和 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn

$$\varphi_\beta(r) = \frac{R_\beta(r)}{r} Y_{j_\beta m}(\theta, \phi),$$

其中 $Y_{j_\beta m}(\theta, \phi)$ 为球谐旋量, $R_\beta(r)$ 是单粒子波函数的径向部分, 满足

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar}{2m_q^*} \frac{d^2 R_\beta(r)}{dr^2} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar}{2m_q^*} \right) \frac{dR_\beta(r)}{dr} + \left[U_q(r) + \frac{\hbar}{2m_q^*} \frac{l_\beta(l_\beta+1)}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar}{2m_q^*} \right) \right. \\ & \left. + \left[j_\beta(j_\beta+1) - l_\beta(l_\beta+1) - \frac{3}{4} \right] \times \frac{1}{r} W_q(r) \right] R_\beta(r) = e_\beta R_\beta, \end{aligned}$$

其中 l_β 是轨道角动量, j_β 是总角动量, $m_q^*(r)$ 是有效质量, $W_q(r)$ 是自旋-轨道势. 单粒子能级和势能从(2)式的自洽解可以得到. 由(2)式可见势能共由四项组成, 即平均势、离心势、表面项和自旋轨道项, 其中平均势 $U_q(r)$ 为

$$\begin{aligned} U_q(r) = & t_0 \left(1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho - t_0 \left(\frac{1}{2} + x_0 \right) \rho_q + \\ & \frac{1}{12} t_3 \rho^2 \left[(2 + \alpha) \left(1 + \frac{1}{2} x_3 \right) \rho - 2 \left(\frac{1}{2} + x_3 \right) \rho_q - \alpha \left(\frac{1}{2} + x_3 \right) \frac{\rho_p^2 + \rho_n^2}{\rho} \right] + \\ & \frac{1}{4} \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \tau - \frac{1}{4} \left[t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) - t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right] \tau_q + \\ & \frac{1}{8} \left[3t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) + t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right] \nabla^2 \rho_q - \frac{1}{8} \left[3t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) - t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right] \nabla^2 \rho - \\ & \frac{1}{2} t_4 [\nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \mathbf{J}_q] + U_{\text{Coul}}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 U_{Coul} 代表 Coulomb 势, τ_q , ρ_q 和 \mathbf{J}_q 分别代表动能密度、核子密度和核子流密度, t_0 , t_1 , t_2 , t_3 , t_4 , x_0 , x_1 , x_2 , x_3 和 α 是可调参数, q 表示质子或中子. 上述各种密度可写成

$$\rho_q(r) = \sum_\beta w_\beta \frac{2j_\beta + 1}{4\pi} \left(\frac{R_\beta(r)}{r} \right)^2, \quad (4)$$

$$\tau_q(r) = \sum_\beta w_\beta \frac{2j_\beta + 1}{4\pi} \left[\left(\frac{dR_\beta}{dr} \right)^2 + \frac{l_\beta(l_\beta + 1)}{r^2} \left(\frac{R_\beta(r)}{r} \right)^2 \right], \quad (5)$$

$$J_q(r) = \sum_\beta w_\beta \frac{2j_\beta + 1}{4\pi} \left[j_\beta(j_\beta + 1) - l_\beta(l_\beta + 1) - \frac{3}{4} \right] \frac{2}{r} \left(\frac{R_\beta(r)}{r} \right)^2, \quad (6)$$

其中求和 \sum_β 包括所有单粒子态, w_β 表示单粒子态 β 被核子占据的几率.

3 中子晕和中子皮

虽然自晕核发现到现在已有十几年, 但到目前晕核还没有一个统一的意义. 这里提出一个用密度分布来定义中子晕的方法. 图 1(a) 给出了 ^{70}Ca 的中子和质子密度分布曲线, 其中单粒子半径 $R_{Z/N=1}$ 定义为:

$$\int_{R_{Z/N=1}}^{\infty} 4\pi r^2 \rho_{Z/N}(r) dr = 1,$$

而零粒子半径 $R_{Z/N=0.1}$ 的定义为:

$$\int_{R_{Z/N=0.1}}^{\infty} 4\pi r^2 \rho_{Z/N}(r) dr = 0.1,$$

可以认为所有质子或中子的最小半径都在零粒子半径 $R_{Z/N=0.1}$ 的范围内(这里 0.1 是一个相对数值, 相对于本文研究的 $^{40-70}\text{Ca}$, $R_{Z/N=0.1}$ 以外的范围只有少于 0.2% 的中子或质子). 用这些半径可以定义纯中子物质的厚度 t_n . 在图 1(b) 中, 比较 [A] $R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$

$R_{Z=0.1}$, [B] $R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 和 [C] $t_n = R_{r_{ms,n}} - R_{r_{ms,p}}$ (质子和中子均方根半径之差) 随质量数的变化. $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 可以看成是纯中子物质厚度. 从 ^{40}Ca 到 ^{48}Ca , $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 缓慢增加, 从 ^{48}Ca 到 ^{54}Ca 突然变大, 此后基本没有变化. 从前一篇文章^[1] 知道, ^{48}Ca 以后, 中子开始填充 $2p$ 轨道, 由于离心位垒较小, $2p$ 轨道上的中子空间分布范围较大, 因而给出了 $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 的较快增大. 对于 ^{54}Ca 以后的 Ca 同位素, $2p$ 轨道已被中子填满, 随后填充的 $1f_{5/2}$ 和 $1g_{9/2}$ 轨道具有较大的离心位垒, 因而这些轨道上的中子对表面以外的中子密度的贡献比 $2p$ 能级小, 所以 t_n 变化很小. $t_n = R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 表示没有质子, 但仍有一个中子的范围. 随质量数增加逐渐增加, 在 ^{54}Ca 以后变为正值. 但与 [A] 相比 $t_n = R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 随质量数的变化没有明显表现出壳结构的影响. 尽管均方根半径广泛使用, 但中

子和质子的均方根半径之差 $t_n = R_{r_{ms,n}} - R_{r_{ms,p}}$ 随 A 的变化比较平缓, 既没有表现出壳效应的影响, 也没有与 [B] 类似的有物理意义的变化. 根据这些结果, 可以得到以下的结论: (1) 纯中子物质的厚度主要在远离核表面时存在; (2) 纯中子物质的厚度明显地受到壳结构(如单粒子能级和离心位垒等)的影响; (3) $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 和 $t_n = R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 是讨论中子晕和中子皮的有效物理量, 而 $t_n = R_{r_{ms,n}} - R_{r_{ms,p}}$ 不是定义中子晕和中子皮的首选物理量.

4 势能位垒穿透和经典禁区内的核子

图 2(a) 给出了 ^{48}Ca 的中子 p, d 和 f 能级的平均场与离心位垒之和. 因为 p 能级的角动量比 f 能级小, 它的离心位垒也较低. 从图 2(b) 可以看出, 随着中子数的增加离心位垒逐渐变低, 但 f 和 p 能级之间的离心位垒的差距一直很大, 保持在 4.5 MeV 左右. 这意味着占据小 l 能级的粒子比占据大 l 能级的粒子更容易透过势能位垒, 因而对核表面以外的密度分布贡献更大.

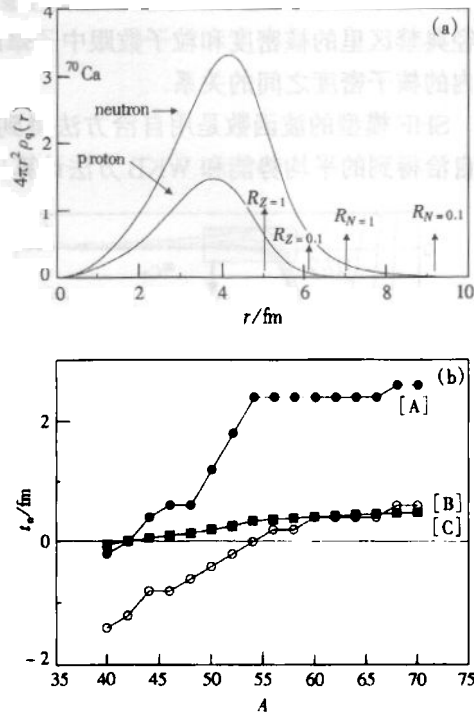


图 1 (a) ^{70}Ca 的一个粒子、零粒子半径 $R_{a=1,0}$ 和 (b) 中子物质厚度 t_n
● [A] $R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$, ○ [B] $R_{N=1} - R_{Z=0.1}$,
■ [C] $t_n = R_{r_{ms,n}} - R_{r_{ms,p}}$.

按照经典力学,如果粒子能量小于位垒高度,粒子不能到达位垒以外的区域,因此该区域可看成是粒子经典禁区.但从量子力学的角度来看,粒子可以穿透势能位垒,在禁区内有一定存在几率,这一几率受位垒高度影响很大,随位垒高度增加而指数减小.下面研究经典禁区里的核密度和粒子数跟中子晕的关系.首先考察势能位垒穿透现象和经典禁区内的核子密度之间的关系.

SHF 模型的波函数是用自洽方法得到的,同时还得出了平均势能.因此我们也可以用自洽得到的平均势能和 WKB 方法计算出经典禁区内的核子密度.

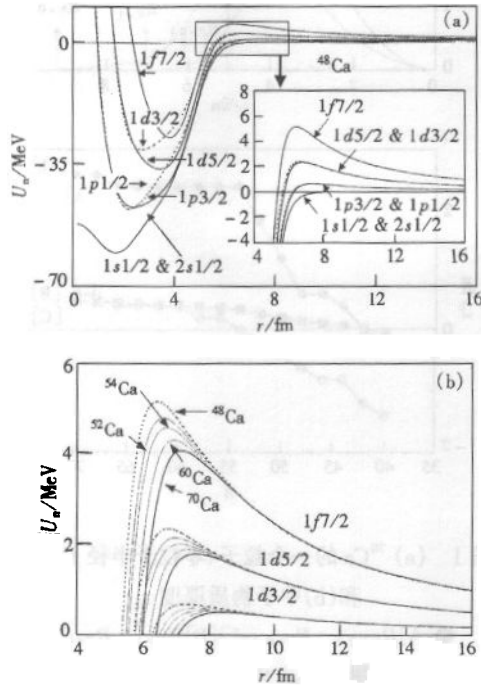


图 2 (a) ^{48}Ca 的中子 p, d 和 f 能级的中子平均场与离心位垒之和, (b) Ca 同位素的中子 p, d 和 f 能级的离心位垒随核同位旋的变化

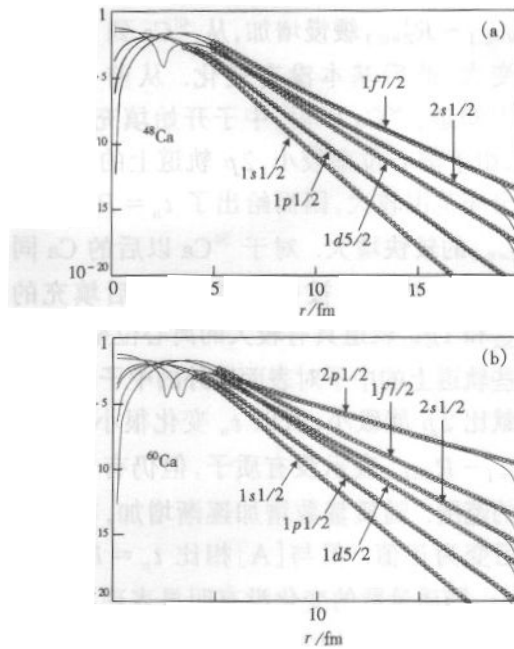


图 3 用 SHF 模型计算的质子密度和 WKB 近似计算的 (a) ^{48}Ca 和 (b) ^{60}Ca 的 $1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1f_{7/2}$ 和 $2p_{1/2}$ 质子能级密度 — SHF, \ominus WKB.

在图 3 中比较了用这两种方法得出的 (a) ^{48}Ca 和 (b) ^{60}Ca 的几个质子能级密度分布. 其他能级的结果类似. 从图中看到用 WKB 方法得出的核子密度与 SHF 自洽求解得出的密度完全相同, 而且在密度的尾巴处也没有受到数值计算中不可避免的边界影响. 这些结果得出结论: 经典禁区内的核子密度主要决定于单粒子能级和势能位垒.

5 经典禁区内粒子数

丰中子核纯中子物质常常出现在经典禁区内. 因此探讨禁区内的粒子数随质量数的变化与中子晕的关系也很有意义.

每个质子或中子能级 β 的禁区内粒子数 $N_{C.F.}^{\beta, n}$ 可以用下式计算

$$N_{C.F.}^{\beta,p/n} = \int_{R_{C.F.}^{\beta,p/n}}^{\infty} \rho_{\beta,p/n}(r) d^3 r, \quad (9)$$

其中 $R_{C.F.}^{\beta,p/n}$ 是质子和中子的势能与单粒子能级的能量 β 相同的位置 (即 $U(R_{C.F.}^{\beta,p/n}) = e_{\beta,p/n}$), $\rho_{\beta,p/n}(r)$ 是质子或中子单粒子能级 β 的密度分布. 单粒子能级、密度分布和能级的势能分别由 (2), (4) 和 (3) 式给出. 禁区内的总质子或中子数 $N_{C.F.}^{p/n}$ 是

$$N_{C.F.}^{p/n} = \sum_{\beta} N_{C.F.}^{\beta,p/n}, \quad (10)$$

其中求和包括每个单粒子能级. 禁区内的总粒子数 $N_{C.F.}^m$ 为

$$N_{C.F.}^m = N_{C.F.}^p + N_{C.F.}^n. \quad (11)$$

图 4 给出 Ca 同位素的禁区内质子数 [A], 中子数 [B] 和粒子数 [C] $N_{C.F.}$ 随质量数的变化. $N_{C.F.}^p$ 随质量数的增加逐渐减小, 其原因是质子能级随质量数增大而变低. 相反 $N_{C.F.}^n$ 随质量数的增加迅速地增大, 因为对滴线核, 最外围中子所占据的能级的势能位垒比较低, 中子容易穿透势能位垒. 所以 $N_{C.F.}^n$ 也随质量数的增加迅速地增加. 由图 4 可见, 经典禁区内的中子数比质子数多, 对于丰中子核, $N_{C.F.}^n - N_{C.F.}^p$ 最大可以达到 5—6. 这与前面关于讨论丰中子核中纯中子物质的讨论是一致的.

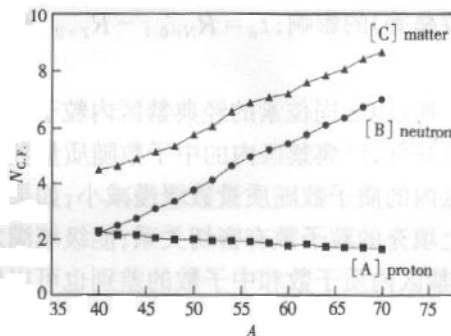


图 4 Ca 同位素的经典禁区内 [A] 质子, [B] 中子和 [C] 物质的粒子数 $N_{C.F.}$.

图 5 给出 $N_{C.F.}^{n}$ 和单粒子能级的能量之间的关系. 没有填满的时候, $1g_{9/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}$ 和 $1f_{7/2}$ 能级的 $N_{C.F.}^{n}$ 随能量增大而增加, 但填满之后则随能量增大而减小. 因为弱束缚, $2p$ 能级比 $1p$ 能级有更大的 $N_{C.F.}^{n}$ 值. 所以 $N_{C.F.}^{n}$ 跟单粒子能级的能量有密切地关系. 一般随能量减小, 但没有填满的时候, $N_{C.F.}^{n}$ 与能量关系不大, 而与填充粒子数直接相关.

图 6 给出 $N_{C.F.}^{p}$ 和单粒子能级的能量之间的关系. 按简并度的大小, 不同能级的 $N_{C.F.}^{p}$

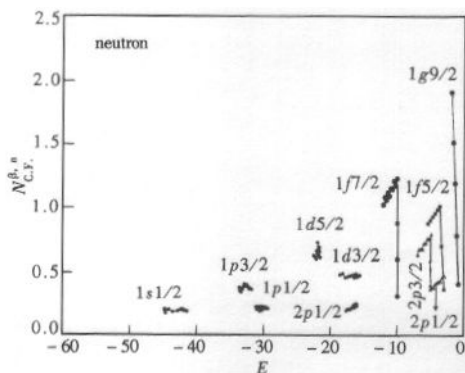


图 5 Ca 同位素的中子单粒子能级 β 上, 位于禁区内的中子数 $N_{C.F.}^n$ 随能级能量的变化

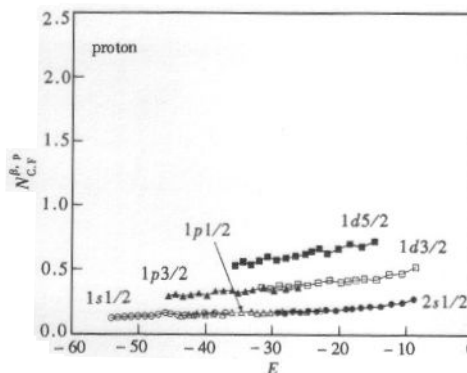


图 6 Ca 同位素的质子单粒子能级 β 上, 位于禁区内的质子数 $N_{C.F.}^p$ 随能级能量的变化

之间有明显区别,即不同总角动量 $j = 1/2, j = 3/2$ 和 $j = 5/2$ 的能级之间有明显差别。一般地, $N_{C.F.}^{n,p}$ 随着单粒子能级能量的变化不大。

6 讨论

用 Skyrme-Hartree-Fock 模型研究了 Ca 同位素的纯中子物质分布和经典禁区内粒子数。从中子、质子密度分布计算出零粒子半径 $R_{Z/N=0.1}$ 和单个粒子半径 $R_{Z=0.1}$, 然后给出了纯中子物质厚度的两种定义: $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 和 $t_n = R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 。对上述定义的纯中子物质的厚度的研究表明: 纯中子物质的厚度明显地受到壳结构(如单粒子能级和离心位垒等)的影响; $t_n = R_{N=0.1} - R_{Z=0.1}$ 和 $t_n = R_{N=1} - R_{Z=0.1}$ 是探讨中子晕的有效物理量。

通过 Ca 同位素的经典禁区内粒子数的研究, 发现: 由于最外围中子占据的能级的势能位垒低, 经典禁区内的中子数随质量数增加而增大; 由于所有质子能级束缚很深, 经典禁区内的质子数随质量数缓慢减小; 如果一条中子能级未被完全占据, 禁区内粒子数与能级上填充的粒子数有密切关系; 能级填满之后, 禁区内粒子数受能量和离心位垒的影响较大; 禁区内质子数和中子数的差别也可以作为定义中子晕或中子皮的指标。

参考文献 (References)

- 1 Soojae Im, MENG Jie, ZHOU Shan-Gui et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2001, 25:322
(任秀宰, 孟杰, 周善贵等. 高能物理与核物理, 2001, 25:322)
- 2 Skyrme T H R. Phil. Mag., 1956, 1:1043; Nucl. Phys., 1959, 9:615
- 3 Beiner M, Flocard H, Giai N V et al. Nucl. Phys., 1975, A238:29
- 4 Reinhard P G, Computational Nuclear Physics I: Nuclear Structure, Edited by Langanke K, Maruhn J A, Koonin, S E Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1991, p28
- 5 Vautherin D, Brink D M. Phys. Rev., 1972, C5:626

Skyrme-Hartree-Fock Description of the Nuclear Structure in Ca Isotopes (II) Neutron Halo, Skin and Particles in the Classically Forbidden Area*

Soojae Im, MENG Jie¹⁾, ZHOU Shan-Gui, YANG Si-Chun, LONG Wen-Hui

(*Department of Technical Physics and Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China*)

(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China*)

(*Institute for Theoretical Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China*)

Abstract The pure-neutron-matter together with the neutron skin or halo in Ca isotopes is studied using the Skyrme-Hartree-Fock model. It is shown that the pure-neutron-matter thickness depends not only on the Fermi levels of the neutrons, but also on the orbital angular momentum of the valence neutrons. A new definition for the thickness of pure-neutron-matter is proposed. Particles in classically forbidden area are also studied. The number of neutrons in the classically forbidden area increases with mass number A , because of the increase in the number of neutrons occupied in the weaklybound open shell. The number of protons in the classically forbidden area, in contrast, decreases with mass number A , because the orbits of protons become more deeply bound. It is shown that the number of particles in the classically forbidden area can give information on the appearance of the halo or skin.

Key words Skyrme-Hartree-Fock model, Ca isotopes, neutron halo and skin, pure neutron matter, particles in the classically forbidden area

Received 15 March 2000, Revised 26 June 2000

* Supported by National Natural Science Foundation in China(19847002 and 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn