

$p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 分波分析理论公式 及蒙特卡罗模拟研究*

卢宏超 邹冰松

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 飞行湮没过程是寻找 $\pi^0 \pi^0 \eta$ 系统中的胶球和 $\pi^0 \eta$ 系统中的 J^{PC} 为 1^{-+} 的奇特态粒子的极佳过程. 采用相对论张量分波分析方法给出该过程的分波分析理论公式, 并对该过程进行了一些蒙特卡罗模拟研究.

关键词 分波分析 奇特态 胶球

1 引言

寻找超越夸克模型的介子态是当前强子物理的一个重要课题, 它关系到是否能更完整的检验 QCD 理论. 根据夸克模型, 正反夸克可以构成 $P = (-1)^{L+1}$ 和 $C = (-1)^{L+S}$ 的介子态, 而非 $q\bar{q}$ 介子包括胶球 (gg, ggg), 混杂态 ($q\bar{q}g$) 和多夸克态 ($q\bar{q}q\bar{q}$), 它们既可以组成与夸克模型中自旋宇称相同的粒子态, 也可以构成其他的自旋宇称的粒子态 (例如 0^{-+} , 0^{+-} , 1^{-+} , 2^{+-} , ...), 称为奇特态.

对于胶球的研究从很早就开始了, 如口袋模型^[1], 流管模型^[2], 组分胶子模型^[3], QCD 求和规则^[4] 和格点规范^[5] 理论都进行过研究. 最新的结果表明 $f_0(1500)$ 很可能是一个 $J^{PC} = 0^{+-}$ 的胶球或者是一个与 $q\bar{q}$ 态混合在一起的胶球^[6]. 理论上^[7,8] 预言 0^{-+} , 2^{+-} 胶球的质量是 0^{+-} 胶球质量的 1.5 倍左右, 这就意味着它们的质量可能在 2.1GeV 至 2.4GeV 之间. 为了寻找这些胶球, 需要对比较大的、特定的反应道进行研究. 这方面可以借鉴于粲偶素 $\eta_c(0^{-+})$, $\chi_{c0}(0^{++})$ 和 $\chi_{c2}(2^{++})$ 的强子衰变和 J/ψ 辐射衰变等方面的信息, 因为这些衰变都是通过两胶子中间态进行的, 应该与胶球的衰变有类似的模式. 实验结果表明^[9,10] η, η', σ 或 $f_0(1500)$ 似乎在这些过程中的产额比较大, 我们预期 0^{-+} 的胶球衰变到 $\sigma\eta, \eta f_0(1500)$ 的分支比较大, 而 2^{+-} 胶球衰变到 $\eta f_2(1270)$ 会比较大. 因此末态为 $\pi^0 \pi^0 \eta$ 的系统是寻找胶球的一个极佳的反应道.

由于奇特态的量子数与一般 $q\bar{q}$ 态不同, 实验上较其他非 $q\bar{q}$ 态更容易确认, 所以寻找奇特态成为近几年来轻介子谱研究的一个热点. J^{PC} 为 11^{-+} 的介子 ρ 是这些奇特态中较

2000-11-06 收稿

* 国家自然科学基金资助(19905011)

轻的一个. 在理论上口袋模型^[11], 流管模型^[12], QCD 求和规则^[13], 双夸克簇模型^[14] 及格点 QCD^[15] 都对它进行过计算, 各种模型给出的结果不尽相同, 大致的质量范围从 1.4—2.1 GeV. 实验上 GAMS 实验组^[16] 最先在 $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \eta$ 反应中发现了量子数为 1^- 的奇特态 $\rho(1405)$. 几年后 KEK^[17] 的 E179 组发现了类似的粒子. 最近 BNL 的 E852 组^[18] 和 CERN 的 Crystal Barrel 组^[19] 分别在反应 $\pi^- p \rightarrow \pi^- \eta$ 和 $\bar{p} n \rightarrow \pi \eta$ 中发现 1^- 有衰变到 $\pi \eta$ 的迹象. Crystal Barrel 组对 $p\bar{p} \rightarrow \pi \eta$ 的静止湮没反应^[20] 的分波分析表明 1^- 粒子的产生是反应中 $p\bar{p}$ 的 P 波成分起主要作用. 在 $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 的飞行湮没中的 P 波成分将更多, 所以很有希望能在该反应中更清楚地观测到这个奇特态粒子.

基于以上的考虑, 我们拟对 Crystal Barrel 采集的高统计量的 $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 的飞行湮没实验数据进行详细的分波分析, 首先给出对该过程分波分析中用到的理论公式的推导, 其中包括微分截面的表达形式和各反应道的分波振幅的写法, 然后在此基础上作一些蒙特卡罗模拟的研究, 为下一步的具体实验拟合打下基础.

分波分析方法是低能强子谱实验数据分析的一种有效的方法, 它是利用出射粒子的动量、能量和强度、角分布的测量数据, 通过对反应的微分截面的拟合, 来确定中间共振态的量子数及能量和宽度. 早期的分波分析是基于非相对论的分波法等, 现在一般采用的相对论分波分析方法根据对分波振幅的不同写法有螺旋度法和张量分析方法等, 无论哪种方法, 其分波振幅给出的都只是反应系统的运动学性质, 而反应的动力学机制包含在每个分波振幅前的待定系数中, 待定系数由拟合确定. 这里采用的是相对论协变张量分析方法.

2 微分截面

相对论分波分析是把反应看成是一系列两体(有时需要用三体)的级联的过程. $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 的基本过程如图 1 所示: 质子和反质子湮没形成一个初级共振态(1), 这个共振态衰变成一个次级共振态(2)或(3)和一个末态粒子 η 或 π^0 , 次级共振态再进一步衰变到末态粒子 $\pi^0 \pi^0$ 或 $\pi^0 \eta$.

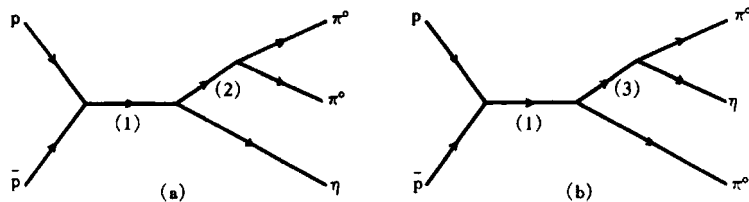


图 1 $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 的基本过程

质子-反质子系统可组成表 1 中自旋 S 、轨道角动量 L 、总角动量 J 、宇称 P 及电荷宇称 C 的状态, 也就是初级共振态可能的量子数. 考虑到反应能量最高为 2.4 GeV 的限制, 不考虑更高自旋的状态^[21]

根据次级共振态衰变末态的不同可以把衰变模式分为 $\pi^0 \pi^0$ 型和 $\pi^0 \eta$ 型, 一般地我们

考虑次级共振态,见表 2.

表 1 初级共振态

J^{PC}	0^{-+}	2^{-+}	1^{++}	3^{++}	2^{++}	4^{++}
$^{2S+1}L_J$	1S_0	1D_2	3P_1	3F_3	$^3P_2, ^3F_2$	$^3F_4, ^3H_4$

表 2 次级共振态

	0^{++}	2^{++}	1^{-+}
$\pi^0\pi^0$ 型	$f_0(980), \sigma, f_0(1370), f_0(1500)$	$f_2(1270)$	
$\pi^0\eta$ 型	$a_0(980), a_0(1450)$	$a_2(1320), a_2(1650)$	$\hat{\rho}(1405)$

在 $p\bar{p}$ 的质心系,取 \bar{p} 运动方向为 Z 轴, $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ 反应的微分截面可以写成^[22]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto I = \sum_{\lambda_1, \lambda_2} |A_{\lambda_1, \lambda_2}|^2$$

其中

$$\begin{aligned} A_{\lambda_1, \lambda_2} &= \langle p_1, p_2, p_3 | T | p_a p_b \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \\ &= \sum_{J, M} \langle p_1, p_2, p_3 | T_d | JM(1) \rangle \langle JM(1) | T_p^+ | p_a p_b \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \\ &= \sum_{J, M} \langle p_1, p_2, p_3 | T_d | JM(1) \rangle H_{\lambda_1, \lambda_2}^{PC} \end{aligned} \quad (2)$$

这里的 A_{λ_1, λ_2} 是散射振幅, λ_1, λ_2 和 p_a, p_b 为入射粒子的螺旋度和四动量, p_i 是末态四动量, 1, 3 表示 π^0 , 2 表示 η , $|JM(1)\rangle$ 是总角动量为 J , 投影为 M 的初级共振态. 把螺旋态化为正则态, 则 $H_{\lambda_1, \lambda_2}^{PC}$ 可写为:

$$H_{\lambda_1, \lambda_2}^{PC} = \sum_{L, S} \left(\frac{2L+1}{2J+1} \right)^{1/2} \langle L, 0; S, M | J, M \rangle \langle s_1, \lambda_1; s_2, -\lambda_2 | S, M \rangle a_{L, S}^{\lambda_1, \lambda_2}, \quad (3)$$

$$a_{L, S} = \sqrt{4\pi} \left(\frac{W}{p} \right)^{1/2} \langle JMLS | T_p | JM(1) \rangle, \quad (4)$$

其中 W 是 $p\bar{p}$ 的不变质量, p 是初级衰变末态的动量.

在飞行湮没中, 由于轨道角动量 L 与 z 方向 (即入射动量方向) 垂直, 所以 $L_z = 0$. 而 $M = S_z + L_z$, 所以 M 只能取 0 和 ± 1 , 故 $S = 0$ 的单态显然对于 $M = \pm 1$ 没有贡献. 又由于 $\langle L, 0; s, M | J, M \rangle = (-1)^{L+s-J} \langle L, 0; s, -M | J, -M \rangle$, (5) 对 1^{++} 和 3^{++} , 当 $M = 0$ 时, $\langle L, 0; S, 0 | J, 0 \rangle = 0$. 这些初级共振态的分波对截面没有贡献.

考虑到宇称守恒的条件则有^[23]:

$$H_{\lambda_1, \lambda_2}^{PC} = \eta_1 \eta_2 \eta_i (-1)^{J-s_1-s_2} H_{-\lambda_1, -\lambda_2}^{PC}, \quad (6)$$

其中 η_1, η_2 和 η_i 分别是质子, 反质子和初级共振态的内禀宇称, s_1, s_2 和 J 是粒子的自旋, 对于 $0^{++}, 2^{++}$ 用 S 标记, 对于 $1^{++}, 3^{++}$ 用 V 标记, 对于 $2^{+-}, 4^{+-}$ 用 T 标记, 用 $+, -$ 来标记 λ_1, λ_2 的分量 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$, 即得到:

$$H_{+,+}^S = -H_{-,-}^S; \quad H_{+,+}^V = H_{-,-}^V; \quad H_{+,+}^T = -H_{-,-}^T; \quad H_{+,-}^T = H_{-,-}^T.$$

令 $A_{J^PC}^M = \langle p_1, p_2, p_3 | T_d | JMLS \rangle H_{\lambda_1, \lambda_2}^{PC}$, 把上述关系代入微分截面的表达式则有:

$$I = |A_0^{M=0} + A_2^{M=0}|^2 + |A_1^{M=1} + A_3^{M=1}|^2 + |A_1^{M=2-1} + A_3^{M=2-1}|^2 + |A_2^{M=0} + A_4^{M=0}|^2 + |A_2^{M=1} + A_4^{M=1}|^2 + |A_2^{M=2-1} + A_4^{M=2-1}|^2 + 2\text{Re}[(A_2^{M=1} + A_4^{M=1})(A_1^{M=1} + A_3^{M=1})^* - (A_2^{M=2-1} + A_4^{M=2-1})(A_1^{M=2-1} + A_3^{M=2-1})^*]. \quad (8)$$

每一个分波振幅是由若干个反应道的叠加而成, C_n 是待拟合的参数,

$$A_{J^PC}^M = \sum_n C_n A_{J^PC-n}^M. \quad (9)$$

3 分波振幅

分波振幅是按费曼规则由一些洛仑兹变换下不变的张量, Breit-Wigner 函数及 Blatt-Weisskopf 屏蔽因子构成^[24,25].

对于整数自旋粒子的自旋波函数, 自旋为 0 的波函数就是常数 1. 自旋为 1 粒子的自旋波函数即极化四矢量, 在静止系中可写为:

$$\phi_a(\pm 1) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(0; 1, \pm i, 0), \phi_a(0) = (0; 0, 0, 1). \quad (10)$$

利用角动量耦合的方法可以给出自旋为 2 的粒子的自旋波函数

$$\phi_{a\beta}(M) = \sum_{m_1, m_2} \langle 2M | 1m_1 1m_2 \rangle \phi_a(m_1) \phi_\beta(m_2).$$

同理可以得到自旋为 3, 4... J 的粒子的自旋波函数.

进而可以得到各角动量的投影算子:

$$P_{a;\beta} = \sum_m \phi_a(m) \phi_\beta^*(m) = \bar{g}_{a\beta} = -g_{a\beta} + \frac{P_a P_\beta}{W^2}, \quad (12)$$

$$P_{a\beta;\gamma\delta} = \sum_m \phi_{a\beta}(m) \phi_{\gamma\delta}^*(m) = \frac{1}{2}(\bar{g}_{a\gamma} \bar{g}_{\beta\delta} + \bar{g}_{a\delta} \bar{g}_{\beta\gamma}) - \frac{1}{3} \bar{g}_{a\beta} \bar{g}_{\gamma\delta}. \quad (13)$$

把角动量为 J 的投影算子作用于相对动量的 J 次幂上可以得到轨道角动量为 J 的轨道部分波函数, 轨道角动量为 1 和 2 的波函数写为:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_a = \tilde{r}_a = \bar{g}_{a\mu} r^\mu, \left(\bar{g}_{a\beta} = -g_{a\beta} + \frac{P_a P_\beta}{W^2} \right); \\ \tilde{r}_{a\beta} = \tilde{r}_a \tilde{r}_\beta - \frac{1}{3} (r \cdot \tilde{r}) \bar{g}_{a\beta}, (r \cdot \tilde{r} = r_\mu r_\nu \bar{g}^{\mu\nu}). \end{aligned} \quad (14)$$

其中 p_a 是母粒子的动量, r_a 是两粒子的相对动量, W 是母粒子的不变质量.

更高角动量张量的表达形式可以参阅文献[26].

传播子是由共振态粒子的角动量投影算子和 Breit-Wigner 函数构成, 对后者一般采用 Breit-Wigner 的标准形式

$$G_R = \frac{1}{M_R^2 - s - iM_R \Gamma_R}, \quad (15)$$

其中 s 是末态两粒子的不变质量平方, M_R 和 Γ_R 是共振态的质量和衰变宽度. 对于一些

特殊的共振态,如 $\sigma, f_0(980)$,我们会用改进的形式^[27].

屏蔽因子的引入是为了修正振幅随能量变化的缓变因子,不同的轨道角动量对应不同的屏蔽因子, $B_L(r)$ 的具体的表达形式可以参照文献[24],其中 r 是两体衰变末态的相对动量.

下面举例说明构造相对论协变振幅的费曼规则. 对于一个给定的反应道根据角动量守恒和宇称守恒分别定出每个顶角可能的轨道角动量 L ,不同的轨道角动量给出的振幅是独立的,把外自旋波函数、顶角的轨道波函数与含有投影算子的传播子作级联的张量缩并构成洛伦兹标量形式就是该衰变道的相对论协变振幅.

如 $pp \xrightarrow{L=0} 0^- \xrightarrow{L=2} \eta f_2 \xrightarrow{L=2} \pi^0(p_1)\eta(p_2)\pi^0(p_3)$ 的分波振幅为:

$$1 \cdot G_{0^-} \cdot \bar{t}_{(2)}^{\alpha\beta}(k) B_2(k) \cdot P_{\alpha\beta, \gamma\delta} G_{f_2} \cdot \bar{t}_{(13)}^{\gamma\delta}(q) B_2(q), \quad (16)$$

其中 k, q 分别为初级衰变和次级衰变的相对动量, $\bar{t}_{(2)}$ 和 $\bar{t}_{(13)}$ 分别为相应的轨道波函数, $P_{\alpha\beta, \gamma\delta}$ 是次级共振态的投影算子.

再如 $pp \xrightarrow{L=2} 2^- \xrightarrow{L=1} \eta\beta \xrightarrow{L=1} \pi^0(p_1)\eta(p_2)\pi^0(p_3)$ 的分波振幅为:

$$1 \cdot \bar{T}^{\mu\nu}(p) B_2(p) \cdot P'_{\mu\nu, \alpha\beta} G_{2^-} \cdot \bar{t}_{(2)}^{\alpha\beta}(k) B_1(k) g^{\beta\delta} \cdot P_{\delta, \gamma} G_{\beta} \cdot \bar{t}'_{(13)}(q) B_1(q), \quad (17)$$

其中 p 为 p 或 \bar{p} 的入射动量, \bar{T} 为 pp 湮没顶角的轨道波函数, $P'_{\alpha\beta, \gamma\delta}$ 是初级共振态的投影算子

这里的质子-反质子的自旋用总自旋波函数表示 ($S=0$ 或 1), 如果两体耦合顶角中各整数角动量张量的指标数之和为奇数时,构造洛伦兹不变振幅时须引入额外的能动量张量^[1], 这里一般用母粒子的动量. 为保证宇称守恒需要同时引入完全反对称张量 ϵ_{ijk} , 如反应 $pp \xrightarrow{L=1} 1^+ \xrightarrow{L=1} \eta f_0 \xrightarrow{L=0} \pi^0(p_1)\eta(p_2)\pi^0(p_3)$ 的第一个顶角就是这种情况, 其分波振幅为:

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\gamma} P_{\gamma} \phi_{\mu}(M) \cdot \bar{T}_{\nu}(p) B_1(p) \cdot P'_{\alpha, \beta} G_{1^+} \cdot \bar{t}_{(1)}^{\beta}(k) B_1(k) \cdot G_{f_0} \cdot 1, \quad (18)$$

其中 $\phi(M)$ 是 pp 体系在 $S=1$ 时的自旋部分, P_{γ} 是初级共振态的能动张量.

由于 Crystal Barrel 的数据是对固定能量入射的反质子分别取事例, 首先将对它们分别分析. 对于某个特定的人射能量反应的第一个顶角和初级共振态的传播子的贡献将是常数, 把它们归入待定参数中, 仅考虑初级共振态的自旋及它的级联衰变. 下面列出所有可能的散射振幅, 对于次级共振态为 f_0 或 f_2 的反应道的振幅为:

$$A_{0^- \rightarrow f_0 \gamma} = G_{f_0}, \quad (19)$$

$$A_{0^- \rightarrow f_2 \gamma} = \bar{t}_{(2)\alpha\beta} T_{(13)}^{\alpha\beta} B_2(k) G_{f_2}, \quad (20)$$

$$A_{2^- \rightarrow f_0 \gamma} = \phi^{\alpha\beta}(0) \bar{t}_{(2)\alpha\beta} B_2(k) G_{f_0}, \quad (21)$$

$$A_{2^- \rightarrow f_2 \gamma (l=0)} = \phi^{\alpha\beta}(0) T_{(13)\alpha\beta} G_{f_2}, \quad (22)$$

$$A_{2^- \rightarrow f_2 \gamma (l=2)} = \phi^{\alpha\beta}(0) \bar{t}_{(2)\alpha\gamma} T_{(13)\beta}^{\gamma} B_2(k) G_{f_2}, \quad (23)$$

1) 吴宁. 相对论粒子的螺旋性分析. 博士论文. 1997, 61—68

$$A_{1^{M^+} \rightarrow \ell_0 \eta} = \phi^a(M) \bar{t}_{(2)a} B_1(k) G_{\ell_0}, \quad (24)$$

$$A_{1^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=1)} = \phi_a(M) \bar{t}_{(2)\beta} T_{(13)}^{\alpha\beta} B_1(k) G_{\ell_2}, \quad (25)$$

$$A_{1^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=3)} = \phi^a(M) \bar{t}_{(2)\alpha\beta\gamma} T_{(13)}^{\beta\gamma} B_3(k) G_{\ell_2}, \quad (26)$$

$$A_{2^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=1)} = \phi_{\mu\alpha}(M) \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} P_\beta \bar{t}_{(2)\gamma} T_{(13)\delta}^\mu B_1(k) G_{\ell_2}, \quad (27)$$

$$A_{2^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=3)} = \phi_{\mu\alpha}(M) \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} P_\beta \bar{t}_{(2)\gamma} T_{(13)\delta\nu}^{\mu\nu} B_3(k) G_{\ell_2}, \quad (28)$$

$$A_{3^{M^+} \rightarrow \ell_0 \eta} = \phi^{\alpha\beta\gamma}(M) \bar{t}_{(2)\alpha\beta\gamma} B_3(k) G_{\ell_0}, \quad (29)$$

$$A_{3^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=1)} = \phi^{\alpha\beta\gamma}(M) \bar{t}_{(2)\alpha} T_{(13)\beta\gamma} B_1(k) G_{\ell_2}, \quad (30)$$

$$A_{3^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=3)} = \phi^{\alpha\beta\gamma}(M) \bar{t}_{(2)\alpha\beta\gamma} T_{(13)\gamma}^\beta B_3(k) G_{\ell_2}, \quad (31)$$

$$A_{4^{M^+} \rightarrow \ell_2 \eta(l=3)} = \phi^{\mu\nu\lambda\sigma}(M) \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} P^\beta \bar{t}_{(2)\mu\nu}^\lambda T_{(13)\lambda}^\sigma B_3(k) G_{\ell_2}, \quad (32)$$

这里的标号 1,3 表示 π^0 , 2 表示 η , 要得到次级共振态为 a_0 或 a_2 反应道的分波振幅应把标号 1 和 2 互换得到的式子与标号 3 和 2 互换得到的式子相加, 这是考虑到了双 π^0 的对称性. 下面是衰变共振态为 ρ 反应道的分波振幅:

$$A_{0^{-+} \rightarrow \rho \pi^0} = \bar{t}_{(1)a} V_{(23)}^a B_1(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (33)$$

$$A_{2^{-+} \rightarrow \rho \pi^0(l=1)} = \phi^{a\beta}(0) \bar{t}_{(1)a} V_{(23)\beta} B_1(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (34)$$

$$A_{2^{-+} \rightarrow \rho \pi^0(l=3)} = \phi^{a\beta}(0) \bar{t}_{(1)\alpha\beta\gamma} V_{(23)}^\gamma B_3(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (35)$$

$$A_{1^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=0)} = \phi^a(M) V_{(23)a} G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (36)$$

$$A_{1^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=2)} = \phi^a(M) \bar{t}_{(1)\alpha\beta} V_{(23)}^\beta B_2(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (37)$$

$$A_{2^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=2)} = \phi^{a\beta}(M) \epsilon_{\alpha\lambda\gamma\sigma} \bar{t}_{(1)\beta}^\lambda P^\gamma V_{(23)}^\sigma B_2(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (38)$$

$$A_{3^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=2)} = \phi^{\alpha\beta\gamma}(M) \bar{t}_{(1)\alpha\beta} V_{(23)\gamma} B_2(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (39)$$

$$A_{3^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=4)} = \phi^{\alpha\beta\gamma}(M) \bar{t}_{(1)\alpha\beta\gamma\sigma} V_{(23)}^\sigma B_4(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (40)$$

$$A_{4^{M^+} \rightarrow \rho \pi^0(l=4)} = \phi^{\alpha\beta\gamma\sigma}(M) \epsilon_{\alpha\lambda\rho\mu} \bar{t}_{(1)\beta\gamma\sigma}^\lambda P^\rho V_{(23)}^\mu B_4(k) G_\rho + (1 \leftrightarrow 3), \quad (41)$$

公式中的 $\phi^{\delta_1 \dots \delta_n}$ 是粒子的自旋波函数, $\bar{t}^{\delta_1 \dots \delta_n}$ 是轨道波函数, 参见文献[24]. 这里的 $T_{\mu\nu}$ 包括了次级衰变中的共振态投影算子和轨道波函数缩并后的二阶张量及屏蔽因子, V_μ 是矢量, $p = p_{1(2)} + p_3, q = p_{1(2)} - p_3$, 有

$$T_{(13)}^{\mu\nu} = \left[q^\mu q^\nu - \frac{1}{3} \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{s_{\pi\pi}} \right) q^2 \right] B_2(q), \quad (42)$$

$$T_{(23)}^{\mu\nu} = \left[\left(q^\mu - \frac{p^\mu (m_\pi^2 - m_\eta^2)}{s_{\pi^0 \eta}} \right) \left(q^\nu - \frac{p^\nu (m_\pi^2 - m_\eta^2)}{s_{\pi^0 \eta}} \right) - \frac{1}{3} \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{s_{\pi^0 \eta}} \right) \left(q^2 - \frac{(m_\pi^2 - m_\eta^2)^2}{s_{\pi^0 \eta}} \right) \right] B_2(q), \quad (43)$$

$$V_{(23)}^\mu = \left[-q^\mu + \frac{p^\mu (m_\pi^2 - m_\eta^2)}{s_{\pi^0 \eta}} \right] B_1(q). \quad (44)$$

4 蒙特卡罗模拟研究和最大似然法

利用以上公式,及 Crystal Barrel 在入射动量为 900MeV 时按相空间产生的考虑了探测效率的蒙特卡罗数据,对一些典型的衰变模式进行了蒙特卡罗模拟研究. 图 2(a,b)给出了含有胶球成分具有不同量子数的初级共振态 0^{-+} 和 2^{+} 经过了相同的次级共振态 f_2 的蒙特卡罗 Dalitz 图,可以看出明显的不同. 图 2(c,d)给出了同一初级共振态 2^{+} 经不同的次级共振态 $a_2(1320)$ 和奇特态 $\rho(1405)$ 的末态 π^0 粒子的角分布图(其实也是次级共振态的角分布),也可以看出明显的区别来. 从这两个例子中可以看出我们采用的张量分波分析方法可以鉴别反应过程中的共振态的量子数. 在实际拟合时对微分截面作拟合给出各个分波的贡献. 特别对于分支比较小的分量能给出图形中不能分辨的信息.

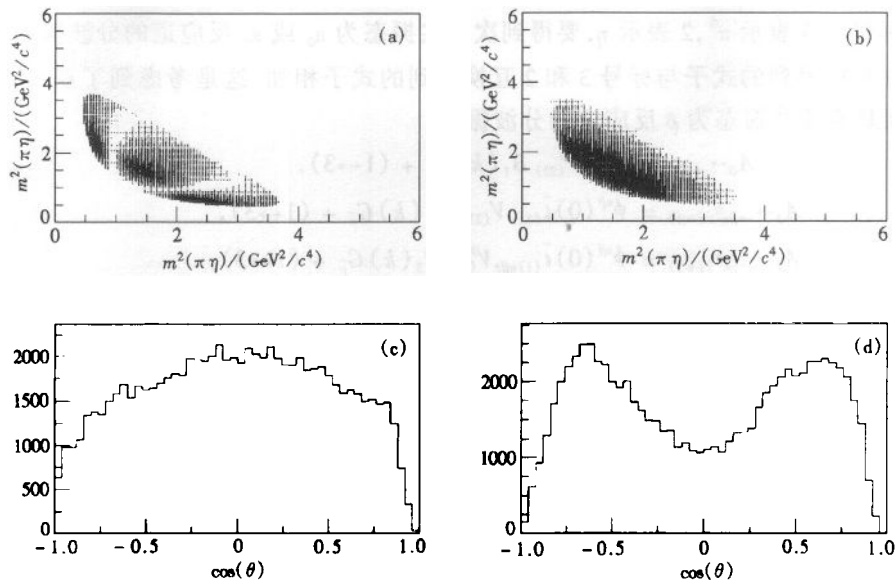


图 2 入射动量为 900MeV 的蒙特卡罗数据模拟图

(a) Dalitz 图 $0^- \rightarrow f_2(1270)\eta$ $L=2$; (b) Dalitz 图 $2^+ \rightarrow f_2(1270)\eta$ $L=1$;

(c) π^0 角分布图 $2^+ \rightarrow a_2(1320)\pi$ $L=1$; (d) π^0 角分布图 $2^+ \rightarrow \rho(1405)\pi$ $L=2$.

在理论上有了微分截面的表达形式,就可以构造最大似然函数

$$P(\xi) = \frac{\sigma(\xi)\epsilon(\xi)}{\int d\xi \sigma(\xi)\epsilon(\xi)}, \quad (45)$$

这里 ξ 表示实验上测得的物理量,即粒子的四动量, $\sigma(\xi)$ 是微分截面, $\epsilon(\xi)$ 是探测器效率. 在求分母的积分过程中,由于被积函数十分复杂又与仪器探测效率有关,不能解析地给出,只能采用由蒙特卡罗产生的事例作打点积分¹⁾. 用最大似然法可以定出每个分波振幅前的待定参数,进而确定每个分波的贡献大小.

1) 董燎原. $J/\psi \rightarrow \gamma \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ 的分波振幅分析. 博士论文. 1998, 77—88

5 小结

本文给出了 $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ 飞行衰变过程的微分截面公式及全部反应道的分波振幅的公式,通过蒙特卡罗模拟可以看出这个方法是有效的实验分析方法.运用这些公式和最大似然法由实验数据可以定出公式中的全部待定参数,从而知道各个分波的贡献.次级共振态中包括一些已知的粒子如 $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ 等,也有一些待定的粒子如 $a_0(1450)$, $a_2(1650)$ 等,特别是可以知道在 $\pi^0 \eta$ 系统中奇特态 ρ 的贡献.加上对不同初始能量的依赖还可对初级共振态进一步地分析,可以更深入地了解该能区的介子谱,其中就包括了大家十分感兴趣的 0^{-+} , 2^{*+} 胶球.我们正在进行具体的分波分析工作,分析结果将另行发表.

参考文献 (References)

- 1 Barnes T. Phys. Lett., 1983, **B224**:241; C Tar, J Donoghue Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1983, **33**:325; Hasenfratz P et al. Phys. Lett., 1980, **B94**:401
- 2 Isgur N et al. Phys. Rev. Lett., 1985, **54**:869
- 3 Horn D., Maudula J. Phys. Rev., 1978, **D17**:898
- 4 Latorre J I. et al. Phys. Lett., 1984, **B147**:169
- 5 Morningstar C et al. Phys. Rev., 1997, **D56**:4043; Bali G et al. Phys. Lett., 1993, **B209**:378; Michael C, Teper M. Nucl. Phys., 1989, **B314**:347
- 6 Anisovich V V. Phys. Lett., 1994, **B323**:233
- 7 Bali G et al. Phys. Lett., 1993, **B307**:378
- 8 Gui J Y et al. Phys. Lett., 1998, **B424**:381
- 9 Bugg D V et al. Phys. Lett., 1995, **B353**:378
- 10 Particle Data Group, Caso C et al. Euro Phys. J., 1998, **C3**:1
- 11 Chanowitz M, Sharpe S. Nucl. Phys., 1983, **B222**:221
- 12 Close F E, Page P R. Nucl. Phys., 1995, **B443**:233; Barnes T et al. Phys. Rev., 1995, **D52**:5242
- 13 Balitsky I I et al. Z. Phys., 1986, **C33**:265; Latorre J I et al. Z. Phys., 1987, **C34**:347; Govaerts J et al. Nucl. Phys., 1987, **B284**:674
- 14 Uehara Y et al. Nucl. Phys., 1996, **A606**:357
- 15 Bernard C et al. Phys. Rev., 1997, **D56**:7039; Lacock P et al. Phys. Lett., 1997, **B401**:308
- 16 Alde D et al. Phys. Lett., 1988, **B205**:397
- 17 Aoyagi H et al. Phys. Lett., 1993, **B314**:246
- 18 Thompson D R et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **79**:1630
- 19 Abele A et al. Phys. Lett., 1998, **B423**:175
- 20 Abele A et al. Phys. Lett., 1999, **B446**:349
- 21 Hasan A, Bugg D V. Phys. Lett., 1994, **B334**:215
- 22 Bertin A et al. Phys. Rev., 1998, **D57**:55
- 23 Chung Spin Formalisms. In: Lectures given in the Academic Training Programme of CERN 1969—1970, 1971, 12—16
- 24 Chung S U. Phys. Rev., 1993, **D48**:1225; 1998, **D57**:431
- 25 Filippini V, Fontana A, Rorondi A. Phys. Rev., 1995, **D51**:2247
- 26 Zhu J J, Ruan T N. Commun. Theor. Phys., 1999, **32**:293—300
- 27 Bugg D V, Sarantsev A V, Zou B S. Nucl. Phys., 1996, **B471**:59

Theoretical Formalism of Partial Wave Analysis and Monte Carlo Simulation for $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$

LU Hong-Chao ZOU Bing-Song

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract Annihilation of $p\bar{p}$ in-flight into $\pi^0 \pi^0 \eta$ is an excellent reaction to search for glueballs with quantum numbers $J^{PC} = 0^{-+}, 2^{-+}$ decaying to $\pi^0 \pi^0 \eta$, and exotic state with $J^{PC} = 1^{-+}$ decaying to $\pi^0 \eta$. The relativistic tensor formalism of partial wave analysis and some Monte Carlo simulation for this process are presented in this paper.

Key words partial wave analysis, exotic state, glueball

Received 6 November 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19905011)