

# 关于 $A \approx 190$ 奇质量核超形变 signature 伙伴带自旋指定的讨论\*

狄尧民<sup>1)</sup>

(徐州师范大学物理系 徐州 221009)

**摘要** 既考虑到脱耦合效应而进行双带分析,又进行通常的单带分析,对  $A \approx 190$  核区奇质量核的 signature 伙伴带的自旋指定做了讨论并给出了明确结果.在具体的计算中,不拘泥在  $I(I+1)$  展开式中究竟取几项,而是着重看其收敛过程,并在此基础上用物理量拟合法和带首转动惯量系统学方法进行综合分析.

**关键词** 超形变带  $A \approx 190$  核区 奇质量核 signature 伙伴带 自旋的指定 带首转动惯量系统学

## 1 引言

在超形变核转动带自旋的指定中, $A \approx 190$  核区是最为成功的.即使如此,采用不同方案,不同理论公式,其结果还是有些差异.对于自旋的指定主要有物理量拟合法<sup>[1-7]</sup>和带首转动惯量系统学分析两种方法<sup>[8,9]</sup>.我们在文献[10]中用  $I(I+1)$  展开对该核区偶偶核的超形变转动带的自旋指定做了综合分析.对于奇质量核,虽然在强耦合极限下也可以像偶偶核那样用  $I(I+1)$  展开来处理,但由于脱耦合效应或多或少地存在,这也是奇质量核 signature 伙伴带产生  $\Delta I = 1$  颤动的主要原因<sup>[5,11]</sup>.本文将讨论  $A \approx 190$  核区奇质量核 signature 伙伴带的自旋的指定.在本工作中,既考虑到脱耦合效应而对 signature 伙伴带进行双带分析,又进行通常的单带分析.双带分析时采用的理论公式为

$$E(I) = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + C[I(I+1)]^3 + D[I(I+1)]^4 + \dots + \left(I + \frac{1}{2}\right)^{I+\frac{1}{2}} [a + bI(I+1)]. \quad (1)$$

单带分析采用通常的  $I(I+1)$  展开,即

$$E(I) = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + C[I(I+1)]^3 + D[I(I+1)]^4 + \dots \quad (2)$$

(1)式中最后两项为脱耦合项<sup>[5,11]</sup>.

与文献[10]的做法类同,本工作具有如下特点:

1) 用物理量拟合法进行分析时并不拘泥在展开式中究竟取几项,而是着重看其收敛过程.事实上,参数并不是越多越好.众所周知,拟合法与实验数据的数目有关,实验数据较少而参数增多常会使可区分性下降而失效.

2) 利用(1),(2)式来计算带首转动惯量,进行系统学分析.

显然,signature 伙伴带的判断是重要的.分析表明,signature 伙伴带应该有非常接近的第二类转动惯量<sup>[5]</sup>.根据这一判据,<sup>191</sup>Hg(1a, 1b),<sup>193</sup>Hg(1a, 1b),<sup>193</sup>Hg(3a, 3b)和<sup>189</sup>Ti(a, b)的第二类转动惯量有较大差异,这里就不进行讨论;而<sup>195</sup>Pb(1, 2)的第二类转动惯量相近,我们将它们作为 signature 伙伴带来处理.为此这里对该核区 11 对超形变转动带的自旋指定做了综合分析.有关实验数据均根据参考文献[12],超形变转动带的标记也与该文献的相同.

2002-05-13 收稿

\* 江苏省教育厅自然科学基金资助

1) E-mail: yaomindi@hotmail.com

## 2 物理量拟合法分析

先对 signature 伙伴带进行双带分析,即采用展开式(1),用四参数、五参数、六参数的展开来同时拟合 signature 伙伴带中两个带的  $\gamma$  跃迁能量.在这些展开

中,脱耦合的两项固定,而在  $I(I+1)$  展开中分别取二、三、四项.有关数据和计算结果列于表 1 之中.

从表 1 的数据可以看出,在该核区的 11 对超形变 signature 伙伴带中,有 8 对 3 种情形的最佳拟合完全一致,因此可以认为用该法可以完全确定 8 对自旋的指定.

表 1 signature 伙伴带的双带拟合分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	自旋指定的试探值 $I$	4 参数	5 参数	6 参数	最佳拟合的次数
$^{191}\text{Au}(2a, 2b)$		16.5, 15.5	3.0602	0.8289	0.6289	
	397.8	17.5, 16.5	1.4829	0.5517	0.5517	1
	382.7	18.5, 17.5	0.6991	0.6989	0.5395	2
		19.5, 18.5	1.6000	0.9886	0.5598	
$^{191}\text{Hg}(2a, 2b)$	252.4	9.5, 10.5	4.6383	1.7861	0.9127	
	272.0	* 10.5, 11.5	1.4506	0.2324	0.2139	3
		11.5, 12.5	1.6908	1.2680	0.7534	
$^{193}\text{Hg}(2a, 2b)$		8.5, 9.5	6.9426	2.7355	1.5068	
	233.5	9.5, 10.5	3.0741	0.5240	0.3775	2
	254.0	10.5, 11.5	1.6634	1.6629	1.0568	1
	11.5, 12.5	4.3268				
$^{195}\text{Hg}(1a, 1b)$		11.5, 10.5	8.0789	2.2786	0.9923	
	294.0	12.5, 11.5	4.7391	0.5646	0.4181	2
	273.9	13.5, 12.5	2.4405	1.5118	1.0743	1
		14.5, 13.5	2.9392	2.8695	1.7066	
$^{191}\text{Ti}(a, b)$	277	10.5, 11.5	2.1014	0.9116	0.5361	
	296	* 11.5, 12.5	0.4340	0.4178	0.4161	3
		12.5, 13.5	2.0230	0.8148	0.4938	
$^{193}\text{Ti}(1a, 1b)$	206.6	8.5, 7.5	5.1529	1.9445	1.1878	
	227.3	* 9.5, 8.5	1.6266	0.5540	0.4934	3
		10.5, 9.5	2.5401	2.1273	1.2100	
$^{195}\text{Ti}(a, b)$	146.2	4.5, 5.5	5.6532	3.0917	2.3202	
	167.5	* 5.5, 6.5	1.0139	0.5935	0.4560	3
		6.5, 7.5	3.9886	2.8934	1.5707	
$^{193}\text{Pb}(2a, 2b)$	250.6	9.5, 10.5	3.7658	1.3833	0.6287	
	273.0	* 10.5, 11.5	1.0440	0.2682	0.2625	3
		11.5, 12.5	1.5958	1.0725	0.5856	
$^{193}\text{Pb}(3a, 3b)$	213.2	7.5, 8.5	4.6381	1.7922	0.8627	
	233.0	* 8.5, 9.5	1.4400	0.4140	0.4096	3
		9.5, 10.5	1.8595	1.4548	0.8884	
$^{195}\text{Pb}(1, 2)$	182.13	6.5, 5.5	4.2222	2.5388	1.9127	
	162.58	* 7.5, 6.5	1.6808	1.6617	1.6588	3
		8.5, 7.5	3.4940	2.4804	1.9799	
$^{197}\text{Pb}(a, b)$	184.4	6.5, 7.5	4.0179	2.5562	1.7919	
	205.5	* 7.5, 8.5	0.6169	0.5747	0.5684	3
		8.5, 9.5	3.7009	1.8497	1.1228	

注:加 \* 表示自旋能惟一指定的值,相关的数据为均方根误差,单位为 keV.

然后我们采用单带分析,即采用展开式(2),用三参数、四参数、五参数的展开来单独拟合各个带中的  $\gamma$  跃迁的能量. 对于数据较少的  $^{191}\text{Ti}(a)$ ,  $^{191}\text{Ti}(b)$ , 我们用二参数、三参数、四参数的展开来拟合. 有关数据和计算结果列于表 2 之中.

从表 2 的数据可以看出,在该核区的 11 对超形变 signature 伙伴带的 22 条带中,有 19 条带 3 种情形

的最佳拟合完全一致,因此可以认为用该法可以完全确定 19 条带的自旋.

从表 1 和表 2 的数据还可以看出,两种方法分析的结果是一致的,即两种方法能完全确定的其结果相同,用一种方法能完全确定的与另一种方法能大致确定的相符,两种方法均只能大致确定的其结果也基本相同而没有互相矛盾的地方.

表 2 signature 伙伴带的单带拟合分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	自旋指定的试探值 $I$	3 参数	4 参数	5 参数	最佳拟合的次数
$^{191}\text{Au}(2a)$	397.8	15.5		0.3132	0.2370	
		16.5	0.3535	0.2131	0.2124	1
		17.5	0.3009	0.2427	0.2051	2
		18.5	0.6413	0.3164	0.2075	
$^{191}\text{Au}(2b)$	382.7	15.5	1.2489	0.3720	0.2961	
		16.5	0.5386	0.2181	0.2142	1
		17.5	0.3179	0.3036	0.1724	1
		18.5	0.7348	0.4424	0.1591	
$^{191}\text{Hg}(2a)$	252.4	9.5	1.9505	1.0364	0.6258	
		* 10.5	0.1722	0.1263	0.1250	3
		11.5	1.3371	0.6610	0.2637	
$^{191}\text{Hg}(2b)$		10.5	1.5482	0.6828	0.3189	
		* 11.5	0.1993	0.1855	0.1798	3
		12.5	1.2175	0.6649	0.3821	
$^{193}\text{Hg}(2a)$	233.5	8.5	2.9603	1.5422	0.9037	
		* 9.5	0.6558	0.3740	0.3663	3
		10.5	1.6429	1.1579	0.7713	
$^{193}\text{Hg}(2b)$	254.0	9.5	2.4278	1.2616	0.8308	
		* 10.5	0.2955	0.1814	0.1607	3
		11.5	1.6897	1.0208	0.4606	
$^{195}\text{Hg}(1a)$		11.5	2.3511	0.8969	0.7188	
		* 12.5	0.7432	0.4705	0.3610	3
		13.5	1.3455	1.0781	0.4510	
$^{195}\text{Hg}(1b)$	273.9	10.5	2.1426	1.0826	0.6342	
		* 11.5	0.2026	0.1609	0.1514	3
		12.5	1.6552	0.9380	0.4833	
$^{191}\text{Ti}(a)(2,3,4)$		10.5	2.4369	1.0491	0.4026	
		* 11.5	0.3311	0.3289	0.3174	3
		12.5	3.6980	0.6877	0.5023	
$^{191}\text{Ti}(b)(2,3,4)$	296.0	11.5	1.5914	0.6449	0.2905	
		* 12.5	0.4439	0.2341	0.2175	3
		13.5	2.0704	0.6887	0.3240	
$^{193}\text{Ti}(1a)$	227.3	8.5	1.7454	0.9925	0.6247	
		* 9.5	0.2890	0.1731	0.1108	3
		10.5	1.8631	0.9256	0.4215	

续表 2

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	自旋指定的试探值 $I$	3 参数	4 参数	5 参数	最佳拟合的次数	
$^{193}\text{Ti}(1b)$	206.6	7.5	2.0466	1.3118	0.8080	3	
		* 8.5	0.3900	0.1588	0.1380		
		9.5	2.2686	1.1218	0.6174		
$^{195}\text{Ti}(a)$	146.2	4.5	3.2989	2.3881	1.8025	3	
		* 5.5	0.4262	0.3093	0.2759		
		6.5	3.0636	1.8001	1.0333		
$^{195}\text{Ti}(b)$	167.5	5.5	2.7889	2.0534	1.3917	3	
		* 6.5	0.4544	0.1849	0.1727		
		7.5	2.6677	1.2740	0.7320		
$^{193}\text{Pb}(2a)$	250.6	9.5	1.2899	0.5237	0.3907	3	
		* 10.5	0.2505	0.2477	0.0984		
		11.5	1.2159	0.6663	0.1278		
$^{193}\text{Pb}(2b)$	273.0	10.5	1.3279	0.5959	0.2152	3	
		* 11.5	0.1758	0.1589	0.1527		
		12.5	0.9420	0.4494	0.2958		
$^{191}\text{Pb}(3a)$	213.2	7.5	1.9274	1.0761	0.5313	3	
		* 8.5	0.2813	0.2795	0.2578		
		9.5	1.3927	0.6735	0.4590		
$^{193}\text{Pb}(3b)$	233.0	7.5			0.5313	1	
		8.5	1.8454	0.6560	0.2203		
		9.5	0.5224	0.4850	0.4493		2
		10.5	1.5139	1.0868	0.7490		
$^{195}\text{Pb}(1)$	182.13	6.5	2.1135	1.1356	0.6356	3	
		* 7.5	0.1959	0.1271	0.1243		
		8.5	1.3641	0.7450	0.3988		
$^{195}\text{Pb}(2)$	162.58	5.5	2.2600	1.4692	0.8660	3	
		* 6.5	0.2092	0.1869	0.1407		
		7.5	1.6976	0.7686	0.4419		
$^{197}\text{Pb}(a)$	184.4	6.5	2.8411	1.5970	1.1259	3	
		* 7.5	0.3832	0.2066	0.1724		
		8.5	1.8320	1.2162	0.5707		
$^{197}\text{Pb}(b)$	205.5	7.5	2.2252	1.3228	0.9822	3	
		* 8.5	0.3046	0.3005	0.2793		
		9.5	1.6538	0.9112	0.2809		

注:加 \* 表示自旋可以惟一确定的值,相关的数据为均方根误差,单位为 keV.

### 3 带首转动惯量系统学分析

利用(1),(2)式来拟合  $\gamma$  跃迁的能量所得到的参数,可用来计算带首转动惯量,计算结果列于表 3 之中.正如文 [1] 指出,带首转动惯量具有较小的理论公式相关性,因此表中仅列出单带分析时用四参数拟合来计算的结果和双带分析时用五参数计算的

结果.从这些数据可以看出,两种方法计算的带首转动惯量大致相等.从表 3 的数据还可以分析得出:该核区奇质量核超形变转动带的带首转动惯量在  $91-98\hbar^2\text{MeV}^{-1}$  之间,而其变化有随着质量数  $A$  增加而增加的趋势.鉴于这种认识,我们可以基本上完全确定这些转动带的自旋.

表 3 的加 \* 表示自旋的指定值,它基本上可以由带首转动惯量系统学分析惟一地确定,对照前面

的物理量拟合法分析,更能确定这些 signature 伙伴带的自旋. 因此表 3 的加 \* 表示的自旋指定值也是

表 3 signature 伙伴带的带首转动惯量系统学分析

核素	$E(I+2-I)$ /keV	自旋指定的 试探值 $I$	单带分析		双带分析
			a 带	b 带	
$^{191}\text{Au}(2a, 2b)$	397.8	16.5, 15.5	86.00	85.48	85.81
	382.7	* 17.5, 16.5	<b>93.00</b>	<b>90.98</b>	
		18.5, 17.5	100.58	96.78	97.58
$^{191}\text{Hg}(2a, 2b)$	252.4	9.5, 10.5	85.91	85.90	87.40
	272.0	* 10.5, 11.5	94.09	93.91	<b>94.12</b>
		11.5, 12.5	103.03	102.66	101.27
$^{193}\text{Hg}(2a, 2b)$	233.5	8.5, 9.5	85.25	85.81	87.26
	254.0	* 9.5, 10.5	92.90	93.18	<b>93.40</b>
		10.5, 11.5	101.21	101.17	99.91
$^{195}\text{Hg}(1a, 1b)$	294.0	11.5, 10.5	86.21	86.08	87.71
	273.9	* 12.5, 11.5	92.90	93.10	93.32
		13.5, 12.5	100.09	100.68	99.23
$^{191}\text{Ti}(a, b)$	277	10.5, 11.5	85.08	85.64	85.32
	296	* 11.5, 12.5	92.75	93.30	
		12.5, 13.5	101.00	101.55	101.18
$^{193}\text{Ti}(1a, 1b)$	206.6	8.5, 7.5	87.15	87.09	88.49
	227.3	* 9.5, 8.5	95.95	<b>96.04</b>	
		10.5, 9.5	105.63	105.90	103.46
$^{195}\text{Ti}(a, b)$	146.2	4.5, 5.5	85.39	85.56	87.11
	167.5	* 5.5, 6.5	95.38	95.40	95.02
		6.5, 7.5	106.59	106.38	103.61
$^{193}\text{Pb}(2a, 2b)$	250.6	9.5, 10.5	85.68	85.00	86.80
	273.0	* 10.5, 11.5	94.81	<b>93.47</b>	
		11.5, 12.5	104.90	102.76	102.01
$^{193}\text{Pb}(3a, 3b)$	213.2	7.5, 8.5	82.97	83.58	84.84
	233.0	* 8.5, 9.5	92.80	92.53	92.78
		9.5, 10.5	103.79	102.43	101.34
$^{195}\text{Pb}(1, 2)$	182.13	6.5, 5.5	87.67	86.74	88.55
	162.58	* 7.5, 6.5	98.42	98.75	98.08
		8.5, 7.5	110.96	112.42	108.51
$^{197}\text{Pb}(a, b)$	184.4	6.5, 7.5	87.76	88.00	89.70
	205.5	* 7.5, 8.5	97.31	97.52	97.57
		8.5, 9.5	107.88	108.06	106.07

注: 加 \* 表示自旋的指定值. 相关的数据为带首转动惯量, 单位  $\hbar^2\text{MeV}^{-1}$

### 4 几点讨论

1) 对于奇  $A$  核, 由于单粒子自由度与集体自由度耦合, 而脱耦合效应或多或少地存在, 从物理图像考虑, 对 signature 伙伴带进行双带分析应该较通常的单带分析更为合理. 实际的计算表明采用单带分析同样有效, 就单纯物理量拟合法而言, 单带分析的效果甚至会好一些, 这是因为采用双带分析要用同一个理论公式来拟合两个带的带首转动惯量. 这一事实说明在该核区的奇质量数超形变核的脱耦合效应是很小

的, 强耦合极限是一个很好的近似.

2) 正如我们在文献[10]中说, 带首转动惯量系统学分析具有可区分性较大, 与理论公式的相关性较小的优点, 本文的工作也说明了这一点. 因此在用物理量拟合法进行分析的同时用带首转动惯量系统学的方法对超形变转动带的自旋的指定进行综合分析, 是行之有效的办法.

3) 本文讨论的 11 对  $A \approx 190$  核区奇质量核超形变 signature 伙伴带的自旋的指定, 都通过综合分析得出了惟一的结果. 这些结果与其他文献的结果也基本相同. 这是因为我们要求 signature 伙伴带有

非常接近的第二类转动惯量,因此这些带与典型的转动带没有明显的偏离.当然本文的结果也有与其他文献不同之处,例如文献[5]将 $^{195}\text{Pb}(3,4)$ 也当作 signature 伙伴带来处理,而我们的综合分析却得不

出类同的结果,而其第二类转动惯量也有较大差异,故这里不再讨论.

关于对该核区奇质量核的其他超形变转动带的自旋综合分析将另文讨论.

## 参考文献 (References)

- XING Zheng, CHEN Xing-Qu. HEP & NP, 1991, **15**: 1020—1748 (in Chinese)  
(邢正,陈星粟. 高能物理与核物理, 1991, **15**: 1020—1024)
- ZENG J Y, MENG J, WU C S et al. Phys. Rev., 1991, **C44**: 1745—1748
- WU C S, ZENG J Y, XING Z et al. Phys. Rev., 1992, **C45**: 261—274
- HU Ji-Min, XU Pu-Rong, ZHENG Chun-Kai. HEP & NP, 1996, **20**: 554—562 (in Chinese)  
(胡济民,许甫荣,郑春开. 高能物理与核物理, 1996, **20**: 554—562)
- WU Chong-Shi. HEP & NP, 1997, **21**: 621—626 (in Chinese)  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 621—626)
- WU Chong-Shi, LI Zhong-Hua. HEP & NP, 1999, **23**: 797—802 (in Chinese)  
(吴崇试,李忠华. 高能物理与核物理, 1999, **23**: 797—802)
- FANG Xiang-Zheng, RUAN Tu-Nan. HEP & NP, 2001, **25**: 315—321 (in Chinese)  
(方向正,阮图南. 高能物理与核物理, 2001, **25**: 315—321)
- LEI Y A, ZENG J Y. Nuclear Science and Technologies, 1997, **8**: 65
- LIU Shu-Xin, ZENG Jin-Yan. HEP & NP, 1999, **23**: 701—708 (in Chinese)  
(刘树新,曾谨言. 高能物理与核物理, 1999, **23**: 701—708)  
DI Yao-Min. HEP & NP, 2002, **26**: 507—515 (in Chinese)  
(狄尧民. 高能物理与核物理, 2002, **26**: 507—515)  
Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure, Vol. 2. New York: Benjamin Press, 1975  
HAN X L, WU C L. At. Data Nucl. Data Tables, 1999, **73**: 43—151

## Discussion of Spin Assignment of the Signature Partner Bands in Odd-A Superdeformed Nuclei in $A \approx 190$ Region \*

DI Yao-Min<sup>1)</sup>

(Department of Physics, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221009, China)

**Abstracts** The spin assignments of the signature partner bands in odd-A superdeformed nuclei in  $A \approx 190$  region are discussed and the results are given. To consider the decoupling effect in strong coupling limit of the particle-rotator model, in addition to using the ordinary  $I(I+1)$  expression to fit the experimental data of the energies of  $\gamma$ -transition in a single band, the double-bands method of analysis is used to fit the data in signature partner bands simultaneously. In the work, the convergence process of the series expansions is put stress upon, whereas taking how many terms exactly in the expression does not emphasized. Moreover, as well as the method fitting the physical quantity, by use of these series expansions the moments of inertia of the band heads are also calculated and the systematics is used for the spin assignments. In spite of the double-bands fitting method is more reasonable in physics, the practical calculation manifests that the single fitting method is equally effective and even more effective than the double-bands fitting method. It shows that the decoupling effect is small and the strong coupling limit is a good approximation in the  $A \approx 190$  odd-A nuclei region.

**Key words** superdeformed band,  $A \approx 190$  region, odd-A nuclei, signature partner bands, spin assignment, systematics of the moment of inertia of band heads

Received 13 May 2002

\* Supported by Natural Science Foundation of Jiangsu Education Committee

1) E-mail: yaomindi@hotmail.com